தமிழ்நாடு அரசு

கணக்கு

ஏழாம் வகுப்பு

தீண்டாமை
மனிதநேயமற்ற செயல் – பெருங்குற்றம்

பள்ளிக் கல்வித்துறை

தமிழ்நாடு அரசு
இலவசப் பாடநூல் வழங்கும்
திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்டது
(விற்பனைக்கு அன்று)

© தமிழ்நாடு அரசு
முதற் பதிப்பு – 2011
(சமச்சீர்க் கல்வி பொதுப் பாடத்திட்டத்தின் கீழ் வெளியிடப்பட்ட நூல்)

குழுத் தலைவர்

ந. வரதராசன்
கணித இணைப் பேராசிரியர்
மாநிலக் கல்லூரி (தன்னாட்சி)
சென்னை – 600 005.

மேலாய்வாளர்கள்

ந. இரமேஷ்
துறைத் தலைவர் மற்றும்
கணித இணைப் பேராசிரியர்
அரசு கலைக்கல்லூரி (தன்னாட்சி)
நந்தனம், சென்னை – 600 035.

க. கோவிந்தன்
தலைமையாசிரியர்
அரசினர் மகளிர் மேனிலைப்பள்ளி
பரதராமி, குடியாத்தம்
வேலூர் மாவட்டம்

நூலாசிரியர்கள்

அ. யுவராஜ்
மேற்பார்வையாளர்
வட்டார வள மையம்
மத்தூர், கிருஷ்ணகிரி மாவட்டம்

கோவி. பழனி
முதுகலை பட்டதாரி ஆசிரியர்
அரசினர் மேனிலைப் பள்ளி (ஆ.தி.ந.)
நாகல்கேணி, காஞ்சிபுரம் மாவட்டம்

ம. சுபாஷினி
பட்டதாரி ஆசிரியர்
அரசினர் மேனிலைப் பள்ளி
சோமங்கலம், காஞ்சிபுரம் மாவட்டம்

அர. கற்பகவல்லி
முதுகலை பட்டதாரி ஆசிரியர்
பத்மா சாரங்கபாணி மெட்ரிக் மேனிலைப் பள்ளி
விருகம்பாக்கம், சென்னை – 600 092.

ப. மலர்விழி
பட்டதாரி ஆசிரியர்
S.B.O.A. மெட்ரிக் மேனிலைப் பள்ளி
சென்னை – 600 101.

துரை. உலகநாதன்
பட்டதாரி ஆசிரியர்
அரசினர் மகளிர் மேனிலைப் பள்ளி
பரதராமி, குடியாத்தம், வேலூர் மாவட்டம்

கணினி தட்டச்சு, வரைகலை : **வி. ஜேம்ஸ் ஆபிரகாம், ர. லஷ்மி**

நூல் அச்சாக்கம்
தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் கழகம்
கல்லூரிச் சாலை, சென்னை - 600 006.

விலை : ₹

இந்நூல் 80 ஜி.எஸ்.எம். மேப்லித்தோ தாளில் அச்சிடப்பட்டுள்ளது

வெப் ஆப்செட் முறையில் அச்சிட்டோர்:

முகவுரை

இயற்கை என்னும் மிகச் சிறந்த புத்தகம் நம் கண்முன்னே எப்போதும் தெரிகிறது. மேலும், அதனுள் உண்மைத் தத்துவங்கள் எழுதப்பட்டுள்ளன... ஆனால், முதலில் அதன் மொழியையும், இயல்பையும் கற்றுக் கொள்ளாமல் அந்நூலைப் படிக்க முடியாது... அது கணித மொழியில் எழுதப்பட்டுள்ளது.

–கலிலியோ கலிலி

தமிழக அரசால் அறிவிக்கப்பட்ட சமச்சீர் கல்வி–2010 பாடத்திட்டப்படி இந்நூல் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. தேசிய பாடத்திட்ட அமைப்பு (NCF-2005) கூறியுள்ள வழிகாட்டுதலின் படியும், மெட்ரிகுலேஷன், ஆங்கிலோ இந்தியன் பள்ளி மாணவர்களின் தேவைகளை நிறைவு செய்யும் வகையிலும் இந்நூல் வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது.

அரசு பள்ளி மாணவர்களுக்க மட்டுமல்லாது மெட்ரிகுலேஷன், ஆங்கிலோ இந்தியன் பள்ளி மாணவர்களுக்காகவும் இந்நூல் எழுதப்பட்டுள்ளது. எனவே நூலாசிரியர் குழு, பல்வேறு நூலகங்களில் உள்ள தரமான நூல்களை மேற்காட்டு நூல்களாகக் கொண்டு ஆழ்ந்து ஆய்வு செய்துள்ளனர்.

ஒவ்வொரு அத்தியாயத்தின் தொடக்கமும் மாணவர்களை உற்சாகப்படுத்தும் விதத்தில் அமைக்கப்பட்டுள்ளது.

கீழ் வகுப்பில் படித்த அடிப்படை உண்மைகளை சுருக்கமான முறையின் மீள்பார்வை மூலம் தொடர்ச்சியான கற்றலுக்கேற்ப அறிமுகப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

அறிவை மேம்படுத்துவதே இந்நூலின் முக்கிய நோக்கமாகும். எனவே ஆசிரியர் குழு, மாணவர்கள் ஆழ்ந்து சிந்திக்கவும், சுலபமாக புரிந்து கொள்ளவும் "தெரிந்து கொள்க" , "முயற்சி செய்க", "சிந்திக்க" போன்ற படிநிலைகளை ஒவ்வொரு அத்தியாயத்திலும் அறிமுகப்படுத்தியுள்ளது.

மேலும் ஒவ்வொரு அத்தியாயத்தில் உள்ள முக்கிய முடிவுகளைத் தேர்ந்தெடுத்து அத்தியாயத்தின் இறுதியில் "நினைவில் கொள்க" என்ற தலைப்பில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு பயிற்சியிலும் "சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க" என்ற பகுதியானது அறிமுகப் படுத்தப்பட்டுள்ளது.

கணித அறிமுகக் கருத்துக்கள் சரியான விளக்கங்களோடு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. மாணவர்கள் சரியாகப் புரிந்து கொள்வதற்கேற்ப பல எடுத்துக்காட்டுகள் முழுவதுமாக தீர்வு செய்து கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு அத்தியாயத்திலும் பலதரப்பட்ட கணக்குகள் தேர்வு செய்து அளிக்கப்பட்டுள்ளன. இந்த நூலைப் பயன்படுத்தி மாணவர்கள் கணித அறிவை வளர்த்துக் கொள்வார்கள் என நம்புகிறோம்.

அனைத்து முயற்சிகளும் மேற்கொள்ளப்பட்டு இந்நூல் தயாரிக்கப்படடாலும், சில பிழைகள் இந்நூலில் இடம் பெற்றிருக்கலாம். தவறைச் சுட்டிக்காட்டினால் ஆசிரியர் குழு மிகவும் மகிழ்ச்சி அடையும். எதிர்காலத்தில் இந்நூல் மேன்மேலும் சிறந்து விளங்கும் வகையில் ஆலோசனைகள் வரவேற்கப்படுகின்றன.

ந. வரதராசன்
குழுத் தலைவர்

பொருளடக்கம்

வரிசை எண்.	அத்தியாயம்		பக்க எண்.
1.	மெய்யெண்களின் தொகுப்பு	....	1
2.	இயற்கணிதம்	....	44
3.	வாழ்வியல் கணிதம்	....	70
4.	அளவைகள்	....	120
5.	வடிவியல்	....	171
6.	செய்முறை வடிவியல்	....	211
7.	விவரங்களைக் கையாளுதல்	....	227

1 மெய்யெண்களின் தொகுப்பு

நீரின்றி அமையாது பூவுலகு எண்களின்றி
அமையாது கணித உலகு.

1.1 அறிமுகம்

அறிவியல் முன்னேற்றம் காணமுற்படும்போது முதலில் நாம் எண்களின் பண்புகளையும் அடிப்படைச் செயல்பாடுகளையும் பற்றி நன்கு அறிந்து கொள்வோம். எண்கள் நம் அன்றாட வாழ்வில் முக்கியத்துவம் வாய்ந்தவையாக விளங்குகின்றன. நாம் முழு எண்களைப் பற்றியும் அவற்றின் மீதான அடிப்படைச் செயல்பாடுகள் பற்றியும் கற்றிருக்கிறோம். இப்பொழுது முழுக்கள், விகிதமுறுயெண்கள், தசமங்கள், பின்னங்கள் மற்றும் அடுக்குகள் போன்ற தலைப்புகளில் இப்பகுதியில் விரிவாகக் காண்போம்.

எண்கள்

நம் அன்றாட வாழ்வில் இந்து அரேபிய எண் முறையை பயன்படுத்துகிறோம். இந்த முறையில் எழுதுவதற்கும் படிப்பதற்கும் பயன்படுத்தப்படும் எண்கள் "பத்தடிமான எண்கள்" அல்லது "தசம எண்கள்" என்று அழைக்கப்படுகிறது. இம்முறையில் 0 முதல் 9 வரையுள்ள குறியீடுகளை நாம் பயன்படுத்துகிறோம்.

1.2 மீள்பார்வை

ஆறாம் வகுப்பில் இயல் எண்கள், முழுஎண்கள், முழுக்கள், பின்னங்கள் மற்றும் தசமங்கள் பற்றியும் அவற்றின் மீது அடிப்படைச் செயல்பாடுகளான கூட்டல், கழித்தல்களை கற்றறிந்தோம். அவற்றை இங்கே சுருக்கமாக நினைவு கூர்வோம்.

இயல் எண்கள்

1 ஐ தொடக்க எண்ணாகக் கொண்ட எண்ணிலடங்காத, எண்ணும் எண்களுக்கு இயல் எண்கள் என்று பெயர். அனைத்து இயல் எண்களின் கணத்தை 'N' என்ற ஆங்கில எழுத்தால் குறிக்கலாம்.

$N = \{1, 2, 3, 4, 5, ...\}$ என்பது இயல் எண்களின் கணமாகும்.

முழு எண்கள்

பூச்சியத்துடன் இயல் எண்களைச் சேர்க்க கிடைப்பது முழு எண்களாகும். முழு எண்கள் பூச்சியத்தை முதல் எண்ணாக கொண்டு எண்ணிலடங்காத எண்களாக இருக்கின்றன. அனைத்து முழு எண்களின் கணத்தை 'W' என்ற ஆங்கில எழுத்தால் குறிக்கலாம்.

$W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, ...\}$ என்பது முழு எண்களின் கணமாகும்.

முழுக்கள்

முழு எண்கள் மற்றும் குறை எண்கள் சேர்ந்த தொகுப்பு முழுக்கள் என்று அழைக்கப்படுகிறது. அனைத்து முழுக்களின் கணம் ‘Z’ என்ற ஆங்கில எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

மிகப் பெரிய கணித மேதையான ராமானுஜம் தமிழ்நாட்டில், ஈரோட்டில் பிறந்தவர்.

$Z = \{\ldots -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$ அனைத்து முழுக்களின் கணமாகும் (அல்லது) $Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \ldots\}$ அனைத்து முழுக்களின் கணமாகும்.

1.3 முழுக்களின் மீதான நான்கு அடிப்படைச் செயல்கள்:

(i) முழுக்களின் கூட்டல்

இரு முழுக்களைக் கூட்ட, கிடைப்பதும் ஒரு முழு (Integer) ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக,

i) $10 + (-4) = 10 - 4 = 6$

ii) $8 + 4 = 12$

iii) $6 + 0 = 6$

iv) $6 + 5 = 11$

v) $4 + 0 = 4$

(ii) முழுக்களின் கழித்தல்

ஒரு முழுவிலிருந்து மற்றொரு முழுவைக் கழிக்க இரண்டாவது முழுவின் கூட்டல் எதிர்மறையை முதல் எண்ணுடன் கூட்டவேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டாக,

i) $5 - 3 = 5 + 3$ன் கூட்டல் எதிர்மறை $= 5 + (-3) = 2$.

ii) $6 - (-2) = 6 + (-2)$ ன் கூட்டல் எதிர்மறை $= 6 + 2 = 8$.

iii) $(-8) - (5) = (-8) + (-5) = -13$.

iv) $(-20) - (-6) = -20 + 6 = -14$.

(iii) முழுக்களின் பெருக்கல்

முழு எண்களின் கணத்தில் பெருக்கலானது தொடர் கூட்டலாகும் என முன்வகுப்பில் கற்றறிந்தோம். நாம் அதைப்பற்றி முழுக்களின் கணத்தில் இப்பொழுது கற்கலாம்.

விதிகள் :

1. இரு மிகை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் ஒரு மிகை முழுவாகும்.
2. இரு குறை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் ஒரு மிகை முழுவாகும்.
3. ஒரு மிகை முழுவையும் ஒரு குறை முழுவையும் பெருக்கக் கிடைப்பது ஒரு குறை முழுவாகும்.

1) $0 \times (-10) =$
2) $9 \times (-7) =$
3) $-5 \times (-10) =$
4) $-11 \times 6 =$

எடுத்துக்காட்டு:

i) $5 \times 8 = 40$

ii) $(-5) \times (-9) = 45$

iii) $(-15) \times 3 = -(15 \times 3) = -45$

iv) $12 \times (-4) = -(12 \times 4) = -48$

செயல்பாடு

தரையின் மீது ஒரு நேர்க்கோட்டை வரைக. நடுப்புள்ளியை பூஜ்ஜியம் எனக்குறிக்கவும். பூஜ்ஜியத்தின் மேல் நிற்கவும். இப்பொழுது கோட்டின் மீது வலப்பக்கமாக ஒரு அடிநகர்ந்து அந்த இடத்தை + 1 எனக்குறிக்கவும். அங்கிருந்து மீண்டும் அதே திசையில் ஒரு அடி நகர்ந்து அந்த இடத்தை + 2 எனக் குறிக்கவும். தொடர்ச்சியாக இதேபோல் அதே திசையில் நகர்ந்து ஒவ்வொரு அடியையும் (+ 3, + 4, + 5, ...) எனக்குறித்துக்கொள். இப்பொழுது மீண்டும் கோட்டின் மீது பூஜ்ஜியநிலைக்குத் திரும்புக. பூஜ்ஜியத்திலிருந்து இடப்பக்கம் பார்த்தவாறு நிற்க. இடப்பக்கம் ஒரு அடி நகர்ந்து அந்த இடத்தை – 1 எனக்குறிக்கவும். தொடர்ச்சியாக அதே திசையில் ஒவ்வொரு அடி நகர்ந்து அந்த இடத்தை – 2, – 3,– 4... எனக் குறிக்கவும். இப்பொழுது எண்கோடு தயார். கீழ்க்கண்ட எண்களைக் கொண்டு இனி விளையாடலாம்.

i) எண்கோட்டின் மீது வலப்பக்கம் பார்த்தவாறு பூஜ்ஜியத்தின் மேல் நின்று ஒரு முறைக்கு **2** அடிகள் வீதம் தாண்டவும். வலப்பக்கம் தொடர்ச்சியாக இதேபோல் **3** முறை தாண்டினால் பூஜ்ஜியத்தில் இருந்து எவ்வளவு தொலைவில் நீ இருப்பாய்?

ii) எண்கோட்டின் மீது இடப்பக்கம் பார்த்தவாறு பூஜ்ஜித்தின் மேல் நிற்கவும் ஒரு முறைக்கு 3 அடிகள் வீதம் தொடர்ச்சியாக இடப்பக்கம் தாண்டவும். தொடர்ச்சியாக இதேபோல் 3 முறை தாண்டினால் பூஜ்ஜியத்திலிருந்து எவ்வளவு தொலைவில் நீ இருப்பாய்?

செயல்பாடு

×	4	– 6	– 3	2	7	8
– 6	– 24					
– 5			15			– 40
3					21	

எடுத்துக்காட்டு 1.1

(– 11) ஐ (– 10) ஆல் பெருக்குக .

தீர்வு :

$$-11 \times (-10) = (11 \times 10) = 110$$

எடுத்துக்காட்டு 1.2

(– 14) ஐ 9 ஆல் பெருக்குக.

தீர்வு :

$$(-14) \times 9 = -(14 \times 9) = -126$$

எடுத்துக்காட்டு 1.3

மதிப்பு காண்க 15 × 18.

தீர்வு :

$$15 \times 18 = 270$$

எடுத்துக்காட்டு 1.4

ஒரு தொலைக்காட்சி பெட்டியின் விலை ₹5200. 25 தொலைக்காட்சிப் பெட்டிகளின் விலை என்ன?

தீர்வு :

ஒரு தொலைக்காட்சி பெட்டியின் விலை = ₹5200

∴ 25 தொலைக்காட்சி பெட்டிகளின் விலை = ₹5200 × 25

= ₹130000

பயிற்சி 1.1

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்:

i) பூஜ்ஜியத்தை மற்ற எந்த ஒரு முழு உடன் பெருக்கக் கிடைப்பது

(A) மிகைமுழு (B) குறைமுழு (C) 1 (D) 0

ii) -15^2 ன் மதிப்பு

(A) 225 (B) – 225 (C) 325 (D) 425

iii) – 15 × (– 9) × 0 ன் மதிப்பு

(A) – 15 (B) – 9 (C) 0 (D) 7

iv) இரு குறை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் ஒரு

(A) குறைமுழு (B) மிகைமுழு (C) இயல் எண் (D) முழு எண்

2. கோடிட்ட இடத்தை நிரப்புக:

i) ஒரு குறை முழுவையும் பூஜ்ஜியத்தையும் பெருக்கக் கிடைப்பது ________.

ii) ________ $\times(-14) = 70$

iii) $(-72)\times$ ________ $= -360$

iv) $0\times(-17) =$ ________.

3. மதிப்பு காண்க:

i) $3\times(-2)$ ii) $(-1)\times 25$ iii) $(-21)\times(-31)$

iv) $(-316)\times 1$ v) $(-16)\times 0\times(-18)$ vi) $(-12)\times(-11)\times 10$

vii) $(-5)\times(-5)$ viii) 5×5

ix) $(-3)\times(-7)\times(-2)\times(-1)$ x) $(-1)\times(-2)\times(-3)\times4$

xi) $7\times(-5)\times(9)\times(-6)$ xii) $7\times9\times6\times(-5)$

xiii) $10\times16\times(-9)$ xiv) $16\times(-8)\times(-2)$

xv) $(-20)\times(-12)\times25$ xvi) $9\times6\times(-10)\times(-20)$

4. பெருக்குக

i) (-9) மற்றும் 15

ii) (-4) மற்றும் (-4)

iii) 13 மற்றும் 14

iv) (-25) மற்றும் 32

v) (-1) மற்றும் (-1)

vi) (-100) மற்றும் 0

5. ஒரு பேனாவின் விலை ₹15. 43 பேனாக்களின் விலை என்ன ?

6. ஒரு வினாத்தாளில் 20 வினாக்கள் உள்ளன. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் 5 மதிப்பெண்கள் எனில் ஒரு மாணவன் 15 வினாக்களுக்கு சரியான விடையளித்தால் அவனுடைய மதிப்பெண்ணைக் கண்டுபிடி ?

7. ரேவதி ஒவ்வொரு நாளும் ₹150 சம்பாதிக்கிறாள். 10 நாட்களில் அவள் எவ்வளவு பணம் சம்பாதிப்பாள்?

8. ஒரு ஆப்பிளின் விலை ₹20. 12 ஆப்பிள்களின் விலையைக் காண்க.

(iv) முழுக்களின் வகுத்தல்

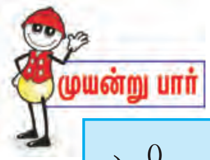
வகுத்தல் என்பது பெருக்கலின் தலைகீழ்ச் செயல் என்பது நமக்குத் தெரியும். வகுத்தலுக்குரிய விதிகளை கீழ்க்கண்டவாறு வரையறுக்கலாம்.

$$\frac{\text{மிகைமுழு}}{\text{மிகைமுழு}} = \text{மிகை எண்}$$

$$\frac{\text{குறைமுழு}}{\text{குறைமுழு}} = \text{மிகை எண்}$$

$$\frac{\text{மிகைமுழு}}{\text{குறைமுழு}} = \text{குறை எண்}$$

$$\frac{\text{குறைமுழு}}{\text{மிகைமுழு}} = \text{குறை எண்}$$



a) $\frac{0}{10} =$ b) $\frac{9}{-3} =$

c) $\frac{-3}{-3} =$ d) $\frac{-10}{2} =$

பூஜ்ஜியத்தால் வகுத்தல்

எதையும் பூஜ்ஜியத்தால் வகுத்தல் என்பது அர்த்தமற்றது. ஏனெனில் பூஜ்ஜியத்தால் வகுத்தல் என்பது வரையறுக்கப்படாதது.

எடுத்துக்காட்டு 1.5

250 ஐ 50 ஆல் வகுக்க

தீர்வு :

250 ஐ 50 ஆல் வகுத்தல் $\frac{250}{50} = 5$.

எடுத்துக்காட்டு 1.6

(– 144) ஐ 12 ஆல் வகுக்க.

தீர்வு :

(– 144) ஐ 12 ஆல் வகுத்தல் $\frac{-144}{12} = -12$.

எடுத்துக்காட்டு 1.7

மதிப்பு காண் $\frac{15\times(-30)\times(-60)}{2\times 10}$.

தீர்வு :

$$\frac{15\times(-30)\times(-60)}{2\times 10} = \frac{27000}{20} = 1350.$$

எடுத்துக்காட்டு 1.8

ஒரு பேருந்து 5 மணி நேரத்தில் 200 கிமீ தொலைவை கடக்கிறது. 1 மணி நேரத்தில் கடக்கும் தொலைவு என்ன ?

தீர்வு :

5 மணி நேரத்தில் கடக்கும் தொலைவு = 200 கிமீ.

∴ 1 மணி நேரத்தில் கடக்கும் தொலைவு $= \frac{200}{5} = 40$ கிமீ

பயிற்சி 1.2

1. சரியான விடையை தேர்ந்தெடுக்க :

i) முழுக்களின் வகுத்தலானது ________________ ன் தலைகீழ்ச் செயலி ஆகும்.

(A) கூட்டல் (B) கழித்தல் (C)வகுத்தல் (D) பெருக்கல்

ii) 369 ÷ .... = 369.

(A) 1 (B) 2 (C) 369 (D) 769

iii) – 206 ÷ .... = 1.

(A) 1 (B) 206 (C) – 206 (D) 7

iv) $-75 \div \dots\dots\dots = -1$.

(A) 75 (B) – 1 (C) – 75 (D) 10

2. மதிப்புக்காண்க

i) $(-30) \div 6$ ii) $50 \div 5$ iii) $(-36) \div (-9)$

iv) $(-49) \div 49$ v) $12 \div [(-3)+1]$ vi) $[(-36) \div 6] - 3$

vii) $[(-6)+7] \div [(-3)+2]$ viii) $[(-7)+(-19)] \div [(-10)+(-3)]$

ix) $[7+13] \div [2+8]$ x) $[7+23] \div [2+3]$

3. மதிப்புக்காண்க

i) $\dfrac{(-1)\times(-5)\times(-4)\times(-6)}{2\times 3}$ ii) $\dfrac{8\times5\times4\times3\times10}{4\times5\times6\times2}$ iii) $\dfrac{40\times(-20)\times(-12)}{4\times(-6)}$

4. இரு எண்களின் பெருக்கற்பலன் 105. அவற்றுள் ஒரு எண் (–21). மற்றொரு எண் என்ன ?

1.5 முழுக்களின் கூட்டல் பண்புகள்

(i) அடைவுப் பண்பு

கீழ்க்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளை கவனிக்க:

1. $19 + 23 = 42$
2. $-10 + 4 = -6$
3. $18 + (-47) = -29$

பொதுவாக, a, b என்பன ஏதேனும் இரண்டு முழுக்கள் எனில் $a + b$ ஒரு முழு ஆகும்.

ஆகையால் முழுக்களின் கூட்டல் அடைவுப் பண்பை நிறைவு செய்யும்.

(ii) பரிமாற்றுப் பண்பு

இரு முழுக்களை எந்த வரிசையிலும் கூட்டலாம். வேறாக, முழுக்களின் கூட்டலானது பரிமாற்றுப்பண்பை நிறைவு செய்யும்.

$8 + (-3) = 5$ மற்றும் $(-3) + 8 = 5$ என நாம் பெறலாம்.

ஆகையால் $8 + (-3) = (-3) + 8$

பொதுவாக a, b என்ற ஏதேனும் இரு முழுக்களுக்கு $a + b = b + a$

ஆகையால், முழுக்களின் கூட்டலானது பரிமாற்று பண்பை நிறைவு செய்யும்.

கீழ்க்கண்டவை சமமானவையா?

i) $(5) + (-12)$ மற்றும் $(-12) + (5)$

ii) $(-20) + 72$ மற்றும் $72 + (-20)$

(iii) சேர்ப்புப் பண்பு

கீழ்க்கண்ட எடுத்துக்காட்டை கவனிக்க:

5, – 4 மற்றும் 7 என்ற முழுக்களை எடுத்துக் கொள்க.

$5 + [(-4) + 7] = 5 + 3 = 8$ மற்றும்

$[5 + (-4)] + 7 = 1 + 7 = 8$

ஆகையால், $5 + [(-4) + 7] = [5 + (-4)] + 7$

கீழ்காண்பவை சமமானவையா?

i) $7 + (5 + 4), (7 + 5) + 4$

ii) $(-5) + [(-2) + (-4)]$,
$[(-5) + (-2)] + (-4)$

பொதுவாக a, b, c, என்ற முழுக்களுக்கு $a + (b + c) = (a + b) + c$ என நாம் சொல்ல முடியும்.

ஆகையால் கூட்டலானது சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்யும்.

(iv) கூட்டல் சமனி

எந்த முழுவுடனும் பூஜ்ஜியத்தை கூட்டும் பொழுது அதே முழுவை பெறலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக, $5 + 0 = 5$.

பொதுவாக, ஏதேனும் ஒரு முழு a க்கு, $a + 0 = a$. **ஆகையால் பூஜ்ஜியமானது முழுக்களின் கூட்டல் சமனியாகும்.**

i) 17 + ___ = 17

ii) 0 + ___ = 20

iii) – 53 + ___ = – 53

முழுக்களின் கழித்தல் பண்புகள்.

(i) அடைவுப் பண்பு

கீழ்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளைக் கவனிக்க

i) $5 - 12 = -7$

ii) $(-18) - (-13) = -5$

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து இரு முழுக்களின் கழித்தலானது மீண்டும் ஒரு முழு என்பது தெளிவாகிறது.

பொதுவாக a, b என்பன ஏதேனும் இரண்டு முழுக்கள் எனில் $a - b$ என்பதும் ஒரு முழு ஆகும்.

ஆகையால் கழித்தலானது அடைவுப் பண்பை நிறைவு செய்யும்.

(ii) பரிமாற்றுப்பண்பு

7 மற்றும் 4 என்ற முழுக்களை எடுத்துக் கொள்க

$7 - 4 = 3$

$4 - 7 = -3$ எனக் காணலம்.

$\therefore\ 7 - 4 \neq 4 - 7$

பொதுவாக a மற்றும் b என்ற ஏதேனும் இரு முழுக்களுக்கு

$$a - b \neq b - a$$

ஆகையால் முழுக்களின் கழித்தலானது பரிமாற்று விதியை நிறைவு செய்யாது .

(iii) சேர்ப்புப் பண்பு

7, 4 மற்றும் 2 என்ற முழுக்களை எடுத்துக்கொள்க

$7 - (4 - 2) = 7 - 2 = 5$

$(7 - 4) - 2 = 3 - 2 = 1$

$\therefore\ 7 - (4 - 2) \neq (7 - 4) - 2$

பொதுவாக, a , b மற்றும் c என்ற ஏதேனும் மூன்று முழுக்களுக்கு

$$a - (b - c) \neq (a - b) - c.$$

ஆகையால் முழுக்களின் கழித்தலானது சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்யாது.

முழுக்களின் பெருக்கல் பண்புகள்

(i) அடைவுப் பண்பு

கீழ்க்கண்டவற்றை கவனி:

$-10 \times (-5) = 50$

$40 \times (-15) = -600$

பொதுவாக a மற்றும் b என்ற எல்லா முழுக்களுக்கும் $a \times b$ ஒரு முழுவாகும்.
ஆகையால் முழுக்களானது பெருக்கலின் கீழ் அடைவுப் பண்பை நிறைவு செய்யும்.

(ii) பரிமாற்றுப் பண்பு

கீழ்க்கண்டவற்றை கவனி :

$5 \times (-6) = -30$ மற்றும் $(-6) \times 5 = -30$

$5 \times (-6) = (-6) \times 5$

பொதுவாக a மற்றும் b என்ற ஏதேனும் இரு முழுக்களுக்கு.

$$a \times b = b \times a$$

ஆகையால் முழுக்களின் பெருக்கலானது பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்யும்

கீழ்க்காண்பவை சமமானவையா?

i) $5 \times (-7)$, $(-7) \times 5$

ii) $9 \times (-10)$, $(-10) \times 9$

(iii) பூஜ்ஜியத்தால் பெருக்கல்

பூஜ்ஜியமல்லாத ஏதேனும் ஒரு எண்ணை பூஜ்ஜியத்தால் பெருக்கக் கிடைப்பது பூஜ்ஜியமாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக,

$$5 \times 0 = 0$$

$$-8 \times 0 = 0$$

பொதுவாக பூஜ்ஜியமல்லாத எந்த ஒரு முழு a க்கும்

$$a \times 0 = 0 \times a = 0$$

i) $0 \times 0 =$ ______
ii) $-100 \times 0 =$ ______
iii) $0 \times x =$ ______

(iv) பெருக்கல் சமனி:

எடுத்துக்காட்டாக,

$$5 \times 1 = 5$$

$$1 \times (-7) = -7$$

'1' என்பது முழுக்களின் பெருக்கல் சமனியாகும் என்பதை இது காட்டுகிறது.

பொதுவாக ஏதேனும் ஒரு முழு a க்கு

$a \times 1 = 1 \times a = a$ என நாம் பெறலாம்.

i) $(-10) \times 1 =$ ___
ii) $(-7) \times$ ___ $= -7$
iii) ___ $\times 9 = 9$

(v) சேர்ப்புப் பண்பு

2, – 5, 6 என்ற முழுக்களை எடுத்துக்கொள்வோம்.

$[2 \times (-5)] \times 6 = -10 \times 6$

$= -60$ மற்றும்

$2 \times [(-5) \times 6] = 2 \times (-30)$

$= -60$

இதிலிருந்து $[2 \times (-5)] \times 6 = 2 \times [(-5) \times 6]$

பொதுவாக ஏதேனும் $a, b, c,$ என்ற முழுக்களுக்கு $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$.

ஆகையால், முழுக்களின் பெருக்கலானது சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்யும் என நாம் கூறலாம்.

(vi) பங்கீட்டுப் பண்பு

12, 9, 7 என்ற முழுக்களை எடுத்துக்கொள்க.

$12 \times (9 + 7) = 12 \times 16 = 192$

$(12 \times 9) + (12 \times 7) = 108 + 84 = 192$

இதிலிருந்து $12 \times (9 + 7)$

$= (12 \times 9) + (12 \times 7)$

பொதுவாக a, b, c என்ற ஏதேனும் மூன்று முழுக்களுக்கு $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$

ஆகையால் முழுக்களின் பெருக்கலானது பங்கீட்டுப் பண்பை நிறைவு செய்யும்

கீழ்காண்பவை சமமானவையா?

1) $4 \times (5 + 6)$ மற்றும் $(4 \times 5) + (4 \times 6)$

2) $3 \times (7 - 8)$ மற்றும் $(3 \times 7) + (3 \times -8)$

3) $4 \times (-5)$ மற்றும் $(-5) \times 4$

முழுக்களின் வகுத்தல் பண்புகள்

(i) அடைவுப் பண்பு

கீழ்க்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளை கவனி:

(i) $15 \div 5 = 3$

(ii) $(-3) \div 9 = \frac{-3}{9} = \frac{-1}{3}$

(iii) $7 \div 4 = \frac{7}{4}$

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து **முழுக்களின் வகுத்தலானது அடைவுப் பண்பை நிறைவு செய்யாது**

(ii) பரிமாற்றுப் பண்பு:

கீழ்க்கண்ட எடுத்துக்காட்டை கவனி:

$8 \div 4 = 2$ மற்றும்

$4 \div 8 = \frac{1}{2}$

$\therefore 8 \div 4 \neq 4 \div 8$

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டிலிருந்து **முழுக்களானது பரிமாற்று விதியை நிறைவு செய்யாது .**

(iii) சேர்ப்புப் பண்பு

கீழ்க்கண்ட எடுத்துக்காட்டை கவனி.

$12 \div (6 \div 2) = 12 \div 3 = 4$

$(12 \div 6) \div 2 = 2 \div 2 = 1$

$\therefore 12 \div (6 \div 2) \neq (12 \div 6) \div 2$

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டிலிருந்து **முழுக்களானது சேர்ப்பு விதியை நிறைவு செய்யாது.**

1.6 பின்னங்கள்

அறிமுகம்:

நாம் முன் வகுப்புகளில் பின்னங்களை (தகுபின்னம், தகா பின்னம் மற்றும் கலப்பு பின்னங்கள்) பற்றியும் அவற்றின் கூட்டல், கழித்தல்களை பற்றியும் படித்திருக்கிறோம். பின்னங்களின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தலைப் பற்றி இப்பொழுது பார்ப்போம்.

மீள் பார்வை :

தகு பின்னம் : ஒரு பின்னத்தின் பகுதி, தொகுதியைக் காட்டிலும் அதிகமாக இருந்தால் அப்பின்னம் தகுபின்னம் என்றழைக்கப்படுகிறது.

எத்துக்காட்டு: $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{9}{10}, \frac{5}{6}$

தகாபின்னம் : ஒரு பின்னத்தின் தொகுதி, பகுதியைக் காட்டிலும் அதிகமாக இருந்தால் அப்பின்னம் தகாபின்னம் என்றழைக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு : $\frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{41}{30}, \frac{51}{25}$

கலப்பு பின்னம் : ஒரு பின்னமானது ஒரு இயல் எண் மற்றும் ஒரு தகு பின்னம் சேர்ந்ததாக இருந்தால் அப்பின்னம் கலப்பு பின்னம் என்றழைக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு : $2\frac{3}{4}, 1\frac{4}{5}, 5\frac{1}{7}$

நினைவில் கொள்க : கலப்பு பின்னம் = இயல் எண் + தகு பின்னம்

விவாதிக்க : பூஜ்ஜியத்திற்கும் 1க்கும் இடையே எத்தனை எண்கள் உள்ளன.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

எல்லா முழு எண்களும் 1 ஐ பகுதியாகக் கொண்ட பின்ன எண்களாகும்.

மீள்பார்வை:

பின்னங்களின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல்

எடுத்துக்காட்டு (i)

சுருக்குக : $\frac{2}{5} + \frac{3}{5}$

தீர்வு :

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{2+3}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

எடுத்துக்காட்டு (ii)

சுருக்குக : $\frac{2}{3} + \frac{5}{12} + \frac{7}{24}$

தீர்வு :

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{12} + \frac{7}{24} = \frac{2 \times 8 + 5 \times 2 + 7 \times 1}{24}$$

$$= \frac{16 + 10 + 7}{24}$$

$$= \frac{33}{24} = 1\frac{3}{8}$$

எடுத்துக்காட்டு (iii)

சுருக்குக : $5\frac{1}{4} + 4\frac{3}{4} + 7\frac{5}{8}$

தீர்வு :

$$5\frac{1}{4} + 4\frac{3}{4} + 7\frac{5}{8} = \frac{21}{4} + \frac{19}{4} + \frac{61}{8}$$

$$= \frac{42 + 38 + 61}{8} = \frac{141}{8}$$

$$= 17\frac{5}{8}$$

எடுத்துக்காட்டு (iv)

சுருக்குக : $\frac{5}{7} - \frac{2}{7}$

தீர்வு :

$$\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5-2}{7} = \frac{3}{7}.$$

எடுத்துக்காட்டு (v)

சுருக்குக : $2\frac{2}{3} - 3\frac{1}{6} + 6\frac{3}{4}$

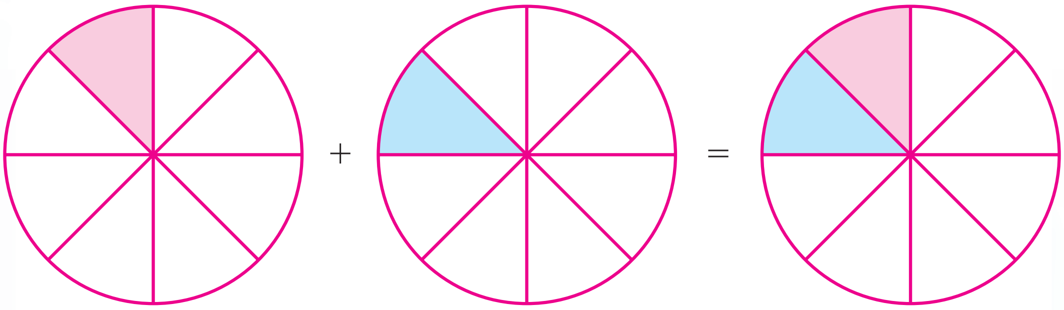
தீர்வு :

$$2\frac{2}{3} - 3\frac{1}{6} + 6\frac{3}{4} = \frac{8}{3} - \frac{19}{6} + \frac{27}{4}$$

$$= \frac{32 - 38 + 81}{12}$$

$$= \frac{75}{12} = 6\frac{1}{4}$$

(i) பின்னங்களை முழு எண்களால் பெருக்கல்



படம். *1.1*

படம் (1.1)ல் உள்ள படங்களை கவனி. நிழலிடப்பட்ட பகுதியானது ஒரு வட்டத்தில் $\frac{1}{8}$ பகுதியாகும். இரண்டு நிழலிடப்பட்ட பகுதிகளும் சேர்ந்து எவ்வளவு பகுதியைக் குறிக்கிறது ? $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=2\times\frac{1}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$ ஐ குறிக்கிறது.

ஒரு தகு பின்னம் அல்லது தகா பின்னத்தை முழு எண்ணால் பெருக்க நாம் முதலில் பின்னத்தின் தொகுதியை முழு எண்ணால் பெருக்கவேண்டும். பகுதியை அப்படியே எழுதவேண்டும்.

பெருக்கற்பலன் தகா பின்னமாக இருந்தால் அதை கலப்பு பின்னமாக மாற்றலாம்.

ஒரு கலப்பு பின்னத்தை ஒரு முழு எண்ணால் பெருக்க, முதலில் கலப்பு பின்னத்தை தகா பின்னமாக மாற்றி பிறகு பெருக்க வேண்டும்.

ஆகையால், $4\times3\frac{4}{7}=4\times\frac{25}{7}=\frac{100}{7}=14\frac{2}{7}$

கண்டுபிடி:

i) $\frac{2}{5}\times4$ ii) $\frac{8}{5}\times4$

iii) $4\times\frac{1}{5}$ iv) $\frac{13}{11}\times6$

கண்டுபிடி :

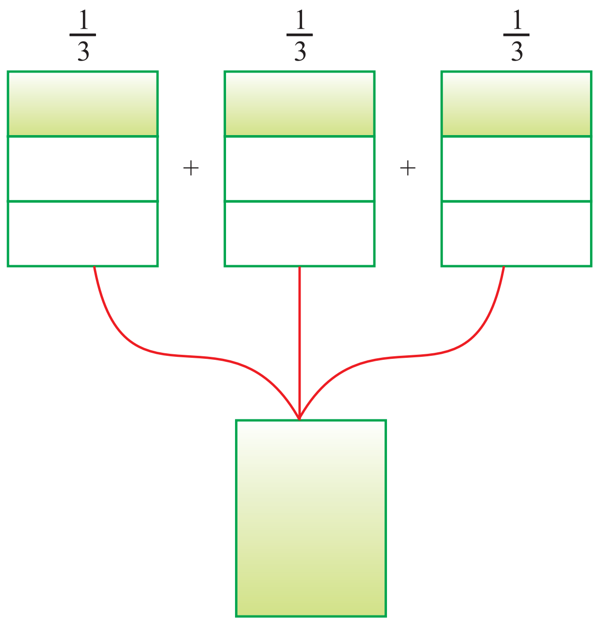
i) $6\times7\frac{2}{3}$

ii) $3\frac{2}{9}\times7$

(ii) 'மடங்கு' அல்லது 'பங்கு' (OF) என்ற செயலி

படத்திலிருந்து (படம் 1.2) ஒவ்வொரு நிழலிடப்பட்ட பகுதிகளும் 1 இல் $\frac{1}{3}$ பங்கைக் குறிக்கிறது.

மூன்று நிழலிடப்பட்ட பகுதிகளும் 3 இல் $\frac{1}{3}$ பங்கைக் குறிக்கிறது



படம். *1.2*

மூன்று நிழலிடப்பட்ட பகுதிகளையும் ஒன்றாக சேர்க்க நாம் 1 ஐப் பெறலாம்.

ஆகையால் $\frac{1}{3}$ பங்கு 3 = $\frac{1}{3}\times 3 = 1$.

∴ 'மடங்கு' (OF) என்பது பெருக்கலைக் குறிக்கும் என தீர்மானிக்கலாம்

பிரேமா 15 சாக்லேட்டுகள் வைத்திருக்கிறாள். சீலா, பிரேமா வைத்திருந்த சாக்லேட்களில் $\frac{1}{3}$ பங்கு எண்ணிக்கையுள்ள சாக்லேட்டுகள் வைத்திருக்கிறாள். சீலா வைத்திருக்கும் சாக்லேட்டுகளின் எண்ணிக்கை யாது ?

சீலா வைத்திருக்கும் சாக்லேட்டுகள் = $\frac{1}{3}\times 15 = 5$ சாக்லேட்டுகள்

எடுத்துக்காட்டு: 1.9

மதிப்புகாண்க : $2\frac{1}{5}$ இல் $\frac{1}{4}$ பங்கு

தீர்வு :

$2\frac{1}{5}$ இல் $\frac{1}{4}$ பங்கு $= \frac{1}{4}\times 2\frac{1}{5}$

$$= \frac{1}{4}\times\frac{11}{5} = \frac{11}{20}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.10

60 மாணவர்கள் கொண்ட ஒரு குழுவில் $\frac{3}{10}$ பங்கு மாணவர்கள் அறிவியல் படிக்க விரும்புகிறார்கள். $\frac{3}{5}$ பங்கு மாணவர்கள் சமூக அறிவியல் படிக்க விரும்புகிறார்கள்.

(i) அறிவியல் படிக்க விரும்பும் மாணவர்கள் எத்தனை பேர் ?

(ii) சமூக அறிவியல் படிக்க விரும்பும் மாணவர்கள் எத்தனை பேர் ?

தீர்வு :

வகுப்பிலுள்ள மொத்த மாணவர்கள் = 60

(i) 60 மாணவர்களில் $\frac{3}{10}$ பங்கு மாணவர்கள் அறிவியல் படிக்க விரும்புகிறார்கள்.

எனவே, அறிவியல் படிக்க விரும்பும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

= 60 இல் $\frac{3}{10}$ பங்கு

$= \frac{3}{10} \times 60 = 18$ பேர்.

(ii) 60 மாணவர்களில் $\frac{3}{5}$ பங்கு மாணவர்கள் சமூக அறிவியல் படிக்க விரும்புகிறார்கள்.

எனவே, சமூக அறிவியல் படிக்க விரும்பும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

= 60 இல் $\frac{3}{5}$ பங்கு

$= \frac{3}{5} \times 60 = 36$ பேர்.

பயிற்சி 1.3

1. பெருக்குக :

i) $6 \times \frac{4}{5}$ ii) $3 \times \frac{3}{7}$ iii) $4 \times \frac{4}{8}$ iv) $15 \times \frac{2}{10}$

v) $\frac{2}{3} \times 7$ vi) $\frac{5}{2} \times 8$ vii) $\frac{11}{4} \times 7$ viii) $\frac{5}{6} \times 12$

ix) $\frac{4}{7} \times 14$ x) $18 \times \frac{4}{3}$

2. மதிப்பு காண்க

i) 28 இல் $\frac{1}{2}$ பங்கு ii) 27இல் $\frac{7}{3}$ மடங்கு iii) 64 இல் $\frac{1}{4}$ பங்கு

iv) 125 இல் $\frac{1}{5}$ பங்கு v) 216 இல் $\frac{8}{6}$ மடங்கு vi) 32 இல் $\frac{4}{8}$ பங்கு

vii) 27 இல் $\frac{3}{9}$ பங்கு viii) 100 இல் $\frac{7}{10}$ பங்கு

ix) 35 இல் $\frac{5}{7}$ பங்கு x) 100 இல் $\frac{1}{2}$ பங்கு

3. கீழ்க்கண்டவைகளை பெருக்கி பெருக்கற்பலனை கலப்பு பின்னமாக மாற்றுக:

i) $5 \times 5\frac{1}{4}$ ii) $3 \times 6\frac{3}{5}$ iii) $8 \times 1\frac{1}{5}$

iv) $6 \times 10\frac{5}{7}$ v) $7 \times 7\frac{1}{2}$ vi) $9 \times 9\frac{1}{2}$

4. வாசு மற்றும் விசு இருவரும் ஒரு சுற்றுலாவிற்குச் சென்றார்கள். அவர்களுடைய அம்மா அவர்களுக்கு ஒரு லிட்டர் தண்ணீர் பாட்டில்கள் 10 கொடுத்தனுப்பினார். வாசு $\frac{2}{5}$ பங்கு தண்ணீரை பயன்படுத்தினார். மீதமுள்ள தண்ணீரை விசு பயன்படுத்தினார். வாசு எவ்வளவு தண்ணீர் குடித்தார்?

(iii) ஒரு பின்னத்தை மற்றொரு பின்னத்தால் பெருக்கல்

எடுத்துக்காட்டு 1.11

கண்டுபிடி $\frac{3}{8}$ இல் $\frac{1}{5}$ பங்கு

தீர்வு :

$$\frac{3}{8} \text{ இல் } \frac{1}{5} \text{ பங்கு} = \frac{1}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{40}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.12

கண்டுபிடி $\frac{2}{9} \times \frac{3}{2}$.

தீர்வு :

$$\frac{2}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{3}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.13

லீலா ஒரு புத்தகத்தின் $\frac{1}{4}$ பகுதியை 1 மணி நேரத்தில் படிக்கிறாள். $3\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் அவள் புத்தகத்தின் எவ்வளவு பகுதியை படிப்பாள் ?

தீர்வு :

லீலா ஒரு மணி நேரத்தில் படிக்கும் புத்தகத்தின் பகுதி $= \frac{1}{4}$

$3\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் அவள் படிக்கும் புத்தகத்தின் அளவு

$$= 3\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{7}{2} \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{7 \times 1}{4 \times 2}$$

$$= \frac{7}{8}$$

கண்டுபிடி

i) $\frac{1}{3} \times \frac{7}{5}$

ii) $\frac{2}{3} \times \frac{8}{9}$

∴ லீலா $3\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் புத்தகத்தின் $\frac{7}{8}$ பகுதியை படிப்பாள்.

பயிற்சி1.4

1. கண்டுபிடி :

i) $\frac{5}{10}$ இல் $\frac{10}{5}$ பங்கு ii) $\frac{7}{8}$ இல் $\frac{2}{3}$ பங்கு iii) $\frac{7}{4}$ இல் $\frac{1}{3}$ பங்கு

iv) $\frac{7}{9}$ இல் $\frac{4}{8}$ பங்கு v) $\frac{9}{4}$ இல் $\frac{4}{9}$ பங்கு vi) $\frac{2}{9}$ இல் $\frac{1}{7}$ பங்கு

2. திட்ட வடிவில் எழுதுக

i) $\frac{2}{9}\times 3\frac{2}{3}$ ii) $\frac{2}{9}\times\frac{9}{10}$ iii) $\frac{3}{8}\times\frac{6}{9}$

iv) $\frac{7}{8}\times\frac{9}{14}$ v) $\frac{9}{2}\times\frac{3}{3}$ vi) $\frac{4}{5}\times\frac{12}{7}$

3. கீழ்க்கண்ட பின்னங்களைப் பெருக்குக :

i) $\frac{2}{5}\times 5\frac{2}{3}$ ii) $6\frac{3}{4}\times\frac{7}{10}$ iii) $7\frac{1}{2}\times 1$

iv) $5\frac{3}{4}\times 3\frac{1}{2}$ v) $7\frac{1}{4}\times 8\frac{1}{4}$

4. ஒரு மகிழுந்து ஒரு லிட்டர் பெட்ரோலில் 20 கி. மீ. ஓடுகிறது. அந்தப் மகிழ்வுந்து $2\frac{3}{4}$ லிட்டர் பெட்ரோலில் எவ்வளவு தூரத்தைக் கடக்கும் ?

5. கோபால் ஒரு புத்தகத்தை ஒவ்வொரு நாளும் $1\frac{3}{4}$ மணி நேரம் படிக்கிறார். அவர் 7 நாட்களில் புத்தகம் முழுவதையும் படித்து முடிக்கிறார். புத்தகம் முழுவதையும் படிக்க அவருக்கு எத்தனை மணி நேரம் தேவை ?

ஒரு பின்னத்தின் தலைகீழி:

பூஜ்ஜியமற்ற இரு எண்களின் பெருக்கற்பலன் ‘1’ ஆக இருந்தால் அந்த எண்கள் ஒன்றுக்கொன்று தலைகீழி என அழைக்கப்படுகிறது. ஆகையால், $\frac{3}{5}$ ன் தலைகீழி $\frac{5}{3}$, $\frac{5}{3}$ ன் தலைகீழி $\frac{3}{5}$ ஆகும்.

குறிப்பு

‘1’க்கு அதுவே தலைகீழி ஆகும்.

‘0’க்கு தலைகீழி இல்லை.

(iv) ஒரு முழு எண்ணை ஒரு பின்னத்தால் வகுத்தல்

ஒரு முழு எண்ணை ஒரு பின்னத்தால் வகுக்க அந்த முழு எண்ணை அந்த பின்னத்தின் தலைகீழியால் பெருக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.14

கண்டுபிடி (i) $6\div\frac{2}{5}$ (ii) $8\div\frac{7}{9}$

தீர்வு :

(i) $6 \div \frac{2}{5} = 6 \times \frac{5}{2} = 15$

(ii) $8 \div \frac{7}{9} = 8 \times \frac{9}{7} = \frac{72}{7}$

ஒரு முழு எண்ணை கலப்பு பின்னத்தால் வகுக்கும் போது கலப்பு பின்னத்தைமுதலில் தகாபின்னமாக மாற்றிய பின்பு தீர்வு காண வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.15

$6 \div 3\frac{4}{5}$

தீர்வு :

$6 \div 3\frac{4}{5} = 6 \div \frac{19}{5} = 6 \times \frac{5}{19} = \frac{30}{19} = 1\frac{11}{19}$

கண்டுபிடி:

i) $6 \div 5\frac{2}{3}$ ii) $9 \div 3\frac{3}{7}$

(v) ஒரு பின்னத்தை மற்றொரு பின்னத்தால் வகுத்தல்:

ஒரு பின்னத்தை மற்றொரு பின்னத்தால் வகுக்க முதல் பின்னத்தை இரண்டாவது பின்னத்தின் தலைகீழியால் பெருக்க வேண்டும்.

நாம் இப்பொழுது $\frac{1}{5} \div \frac{3}{7}$ ஐக் காண்போம்

$\frac{1}{5} \div \frac{3}{7} = \frac{1}{5} \times \frac{3}{7}$ இன் தலை கீழி

$= \frac{1}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{7}{15}$

கண்டுபிடி:

i) $\frac{3}{7} \div \frac{4}{5}$, ii) $\frac{1}{2} \div \frac{4}{5}$, iii) $2\frac{3}{4} \div \frac{7}{2}$

பயிற்சி1.5

1. கீழ்க்கண்ட பின்னங்களின் தலைகீழியைக் கண்டுபிடி.

   i) $\frac{5}{7}$ ii) $\frac{4}{9}$ iii) $\frac{10}{7}$ iv) $\frac{9}{4}$

   v) $\frac{33}{2}$ vi) $\frac{1}{9}$ vii) $\frac{1}{13}$ viii) $\frac{7}{5}$

2. கண்டுபிடி :

   i) $\frac{5}{3} \div 25$ ii) $\frac{6}{9} \div 36$ iii) $\frac{7}{3} \div 14$ iv) $1\frac{1}{4} \div 15$

3. கண்டுபிடி :

   (i) $\frac{2}{5} \div \frac{1}{4}$ (ii) $\frac{5}{6} \div \frac{6}{7}$ (iii) $2\frac{3}{4} \div \frac{3}{5}$ (iv) $3\frac{3}{2} \div \frac{8}{3}$

4. ஒரு சாரண சீருடைக்குத் தேவையான துணியின் அளவு $2\frac{1}{4}$ மீட்டர் எனில் $47\frac{1}{4}$ மீட்டர் துணியில் எத்தனை சீருடைகள் தைக்கலாம் ?

5. இரு இடங்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு $47\frac{1}{2}$ கி.மீ. ஒரு வேன் அந்த தொலைவைக் கடக்க $1\frac{3}{16}$மணி நேரம் எடுத்துக்கொள்கிறது எனில் வேனின் வேகம் என்ன ?

1.7 விகிதமுறு எண்கள் – அறிமுகம்:

$q \neq 0$, p மற்றும் q முழு எண்கள் எனில் $\frac{p}{q}$, ஒரு விகிதமுறு எண் என வரையறுக்கப்படுகிறது.

இங்கே p என்பது தொகுதி மற்றும் q என்பது பகுதி.

$\frac{7}{3}, \frac{-5}{7}, \frac{2}{9}, \frac{11}{-7}, \frac{-3}{11}$ என்பன விகிதமுறு எண்கள்.

ஒரு விகிதமுறு எண்ணின் பகுதி மிகை எண்ணாகவும், மேலும் பகுதி மற்றும் தொகுதிக்கு '1'ஐத் தவிர வேறெந்த காரணியும் இல்லையெனில் அந்த விகிதமுறு எண் **திட்ட வடிவில்** இருக்கிறது எனக் கூறலாம்.

ஒரு விகிதமுறு எண் திட்ட வடிவில் இல்லையெனில் அதனை திட்ட வடிவில் மாற்றலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.16

$\frac{72}{54}$ திட்ட வடிவத்திற்கு மாற்றுக

மாற்றுமுறை: $\frac{72}{54} = \frac{72 \div 18}{54 \div 18} = \frac{4}{3}$

தீர்வு :

$$\frac{72}{54} = \frac{72 \div 2}{54 \div 2}$$
$$= \frac{36}{27} = \frac{36 \div 3}{27 \div 3}$$
$$= \frac{12}{9} = \frac{12 \div 3}{9 \div 3}$$
$$= \frac{4}{3}$$

இந்த எடுத்துகாட்டில் 72 மற்றும் 54 இவற்றின் மீப்பெரு பொதுக்காரணி 18 ஆக இருக்கிறது.

ஒரு விகிதமுறு எண்ணை அதனுடைய திட்ட வடிவத்திற்கு மாற்ற அதனுடைய பகுதி மற்றும் தொகுதியை அவற்றின் மீப்பெரு பொதுக்காரணியால் வகுக்க வேண்டும். இங்கு குறை குறியைக் கருத வேண்டாம்.

பகுதியில் குறை குறி இருந்தால் – மீப்பெரு பொதுக்காரணியால் வகுக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.17

(i) $\frac{18}{-12}$ (ii) $\frac{-4}{-16}$

திட்ட வடிவில் எழுதுக.

i) $\frac{-18}{51}$, ii) $\frac{-12}{28}$, iii) $\frac{7}{35}$

தீர்வு :

(i) 18 மற்றும் 12ன் மீ. பொ.வ. 6

எனவே, அதனுடைய திட்ட வடிவத்தைப் பெற –6ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

$$\frac{18}{-12} = \frac{18 \div (-6)}{-12 \div (-6)} = \frac{-3}{2}$$

(ii) 4 மற்றும் 16ன் மீ.பொ.வ 4.

எனவே, அதனுடைய திட்ட வடிவத்தைப் பெற –4 ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

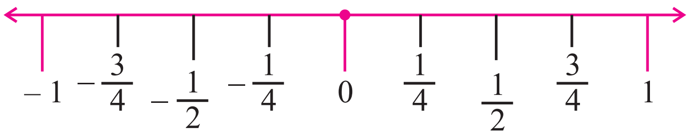
$$\frac{-4}{-16} = \frac{-4 \div (-4)}{-16 \div (-4)} = \frac{1}{4}$$

1.8 விகிதமுறு எண்களை எண்கோட்டில் குறித்தல்:

முழுக்களை எண்கோட்டில் எப்படிக் குறிப்பது என்பது உங்களுக்குத் தெரியும். இப்பொழுது ஒரு எண்கோட்டை வரைவோம்.

பூஜ்ஜியத்திற்கு வலப்பக்கம் உள்ள புள்ளிகள் மிகை முழுக்களாகும். பூஜ்ஜியத்திற்கு இடப்பக்கம் உள்ள புள்ளிகள் குறை முழுக்களாகும்.

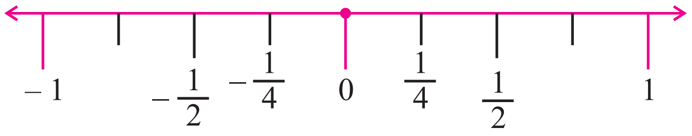
இப்பொழுது விகிதமுறு எண்களை எண்கோட்டில் எப்படிக் குறிப்பது என்பதைப் பார்ப்போம்.



படம். *1.3*

$-\frac{1}{4}$ என்ற எண்ணை எண்கோட்டில் குறிக்க முற்படுவோம்.

மிகை முழுக்களை எண்கோட்டில் குறித்தது போல மிகை விகிதமுறு எண்களை பூஜ்ஜியத்திற்கு வலப்புறமாவும், குறை விகிதமுறு எண்களை பூஜ்ஜியத்திற்கு இடப்புறமாகவும் குறிக்கலாம்



படம். *1.4*

$-\frac{1}{4}$ ஐ பூஜ்ஜியத்திற்கு எந்தப் பக்கம் குறிப்பாய் ?

ஒரு குறை விகிதமுறு எண்ணாக இருந்தால் அதனை பூஜ்ஜியத்திற்கு இடப்பக்கமாகக் குறிக்கலாம்.

முழுக்களை எண்கோட்டில் குறிக்கும்போது அடுத்தடுத்துவரும் முழுக்கள் சம இடைவெளிகளில் குறிக்கப்படுகிறது என்பது உங்களுக்குத் தெரியும். 1,–1 என்பவை 0 – லிருந்து சமதூரத்தில் இருக்கும். இதேபோல் விகிதமுறு எண்கள் $\frac{1}{4}$ மற்றும் $-\frac{1}{4}$ என்பவை 0 – லிருந்து சமதூரத்தில் இருக்கும். $\frac{1}{4}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணை எப்படிக் குறிப்பது

என்பது உங்களுக்குத் தெரியும். இது பூஜ்ஜியத்திற்கும் 1க்கும் இடைப்பட்ட தொலைவில் 4ல் 1 பகுதி தொலைவில் குறிக்கப்படுகிறது. ஆகையால் $-\frac{1}{4}$ என்பது 0க்கும் –1க்கும் இடைப்பட்ட தொலைவில் 4ல் 1 பகுதி தொலைவில் குறிக்கப்படுகிறது.

$\frac{3}{2}$ ஐ எண்கோட்டில் எப்படிக் குறிப்பது என்பது நமக்குத் தெரியும். இது பூஜ்ஜியத்திற்கு வலப்பக்கமாகவும். 1க்கும் 2க்கும் இடைப்பட்ட பகுதியில் குறிக்கப்படுகிறது. இப்பொழுது $\frac{-3}{2}$ஐ எண்கோட்டில் குறிக்க முற்படுவோம். இது பூஜ்ஜியத்திற்கு இடப்புறமாகவும், பூஜ்ஜியத்திலிருந்து $\frac{3}{2}$ உள்ள அதே தொலைவில் இடப்புறமாகவும் அமையும்.

இதே போல $-\frac{1}{2}$ பூஜ்ஜியத்திற்கு இடப்புறமாக இருக்கிறது. அதே தொலைவில் $\frac{1}{2}$ வலப்புறமாக இருக்கிறது. ஆகையால், மேலே கண்டவாறு எண்கோட்டில் $-\frac{1}{2}$ஐ குறிக்கமுடியும். இதேபோல மற்ற அனைத்து விகிதமுறு எண்களையும் குறிக்கலாம்.

இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே உள்ள விகிதமுறு எண்கள்

4 மற்றும் 12 ஆகியவற்றிற்கு இடைப்பட்ட முழு எண்களைக் கூட்ட ராஜீ விரும்பினார். 4 மற்றும் 12க்கு இடையே சரியாக 7 முழு எண்கள் உள்ளன என்பது அவருக்குத் தெரியும்

5 மற்றும் 6க்கு இடையே ஏதாவது முழுக்கள் இருக்கின்றனவா ?

5க்கும் 6க்கும் இடையே எந்தவொரு முழுவும் இல்லை.

$\therefore$ இரு முழுஎண்களுக்கிடையே உள்ள முழுக்களின் எண்ணிக்கை முடிவுள்ளதாக இருக்கிறது. இப்பொழுது இந்த வகையில் விகிதமுறு எண்களில் என்ன ஏற்படுகிறது என்பதை நாம் பார்ப்போம்.

ராஜீ $\frac{3}{7}$ மற்றும் $\frac{2}{3}$ க்கு இடைப்பட்ட விகிதமுறு எண்களைக் காண விரும்பினார்.

அவன் அவற்றை ஒரே பகுதிகள் கொண்ட விகிதமுறு எண்களாக மாற்றுகிறான்.

ஆகையால் $\frac{3}{7} = \frac{9}{21}$ மற்றும் $\frac{2}{3} = \frac{14}{21}$

இப்பொழுது அவன் $\frac{9}{21} < \frac{10}{21} < \frac{11}{21} < \frac{12}{21} < \frac{13}{21} < \frac{14}{21}$ எனப்பெறுகிறான்.

ஆகையால் $\frac{9}{21}$ மற்றும் $\frac{14}{21}$க்கு இடைப்பட்ட விகிதமுறு எண்கள் $\frac{10}{21}, \frac{11}{21}, \frac{12}{21}, \frac{13}{21}$.

இப்பொழுது $\frac{3}{7}$ மற்றும் $\frac{2}{3}$ ஆகியவற்றுக்கு இடையேயுள்ள மேலும் பல விகிதமுறு எண்களை கண்டுபிடிக்க முயல்வோம்.

$\frac{3}{7} = \frac{18}{42}$ மற்றும் $\frac{2}{3} = \frac{28}{42}$ என நாம் பெறலாம்.

ஆகையால், $\frac{18}{42} < \frac{19}{42} < \frac{20}{42} < \cdots < \frac{28}{42}$.

எனவே $\frac{3}{7} < \frac{19}{42} < \frac{20}{42} < \frac{21}{42} < \cdots < \frac{2}{3}$.

எனவே $\frac{3}{7}$ மற்றும் $\frac{2}{3}$ ஆகியவற்றுக்கிடையே பல விகிதமுறு எண்களைக் காண முடியும்.

இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே முடிவிலா விகிதமுறு எண்களை நம்மால் காண முடியும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.18

$\frac{2}{5}$ மற்றும் $\frac{4}{7}$ க்கு இடைப்பட்ட ஐந்து விகிதமுறு எண்களைக் காண்க.

தீர்வு :

நாம் முதலில் கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களை ஒரே மாதிரியான பகுதிகளை கொண்டவைகளாக மாற்றுவோம்.

இப்பொழுது $\frac{2}{5} = \frac{2\times 7}{5\times 7} = \frac{14}{35}$ மற்றும் $\frac{4}{7} = \frac{4\times 5}{7\times 5} = \frac{20}{35}$

ஆகையால் நாம் பெறுவது $\frac{14}{35} < \frac{15}{35} < \frac{16}{35} < \frac{17}{35} < \frac{18}{35} < \frac{19}{35} < \frac{20}{35}$

∴ தேவையான ஐந்து விகிதமுறு எண்கள்

$\frac{15}{35}, \frac{16}{35}, \frac{17}{35}, \frac{18}{35}, \frac{19}{35}$

எடுத்துக்காட்டு 1.19

$-\frac{5}{3}$ மற்றும் $-\frac{8}{7}$ க்கு இடைப்பட்ட ஏழு விகிதமுறு எண்களை காண்க.

தீர்வு :

நாம் முதலில் கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களை ஒரே மாதிரியான பகுதிகளைக் கொண்டவைகளாக மாற்றுவோம்.

இப்பொழுது $-\frac{5}{3} = -\frac{5\times 7}{3\times 7} = -\frac{35}{21}$ மற்றும் $-\frac{8}{7} = -\frac{8\times 3}{7\times 3} = -\frac{24}{21}$

ஆகையால் நாம் பெறுவது $\frac{-35}{21} < \frac{-34}{21} < \frac{-33}{21} < \frac{-32}{21} < \frac{-31}{21} < \frac{-30}{21}$

$$< -\frac{29}{21} < -\frac{28}{21} < -\frac{27}{21} < -\frac{26}{21} < -\frac{25}{21} < -\frac{24}{21}$$

∴ தேவையான ஏழு விகிதமுறு எண்கள்

$-\frac{34}{21}, -\frac{33}{21}, -\frac{32}{21}, -\frac{31}{21}, -\frac{30}{21}, -\frac{29}{21}, -\frac{28}{21}$.

பயிற்சி 1.6

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க:

i) $\frac{3}{8}$ ஒரு

(A) மிகை விகிதமுறு எண் (B) குறை விகிதமுறு எண்

(C) முழு எண் (D) மிகை முழு

ii) ஒரு திட்ட குறை விகிதமுறு எண்ணைக் குறிப்பிடுக.

(A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{-7}{-5}$ (C) $-\frac{10}{9}$ (D) $\frac{10}{9}$

iii) கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது திட்ட வடிவில் உள்ளது ?

(A) $-\frac{4}{12}$ (B) $-\frac{1}{12}$ (C) $\frac{1}{-12}$ (D) $\frac{-7}{14}$

iv) அனைத்து பின்னங்களும்

(A) முழுஎண் (B) இயல் எண் (C) ஒற்றை எண் (D) விகிதமுறு எண்.

2. இடைப்பட்ட நான்கு விகிதமுறு எண்களை பட்டியலிடு :

i) $-\frac{7}{5}$ மற்றும் $-\frac{2}{3}$ ii) $\frac{1}{2}$ மற்றும் $\frac{4}{3}$ iii) $\frac{7}{4}$ மற்றும் $\frac{8}{7}$

3. திட்ட வடிவத்தில் எழுது.

i) $\frac{-12}{16}$ ii) $\frac{-18}{48}$ iii) $\frac{21}{-35}$

iv) $\frac{-70}{42}$ v) $\frac{-4}{8}$

4. எண் கோடு வரைந்து கீழ்க்காணும் விகிதமுறு எண்களை அதன் மேல் குறி.

i) $\frac{3}{4}$ ii) $\frac{-5}{8}$ iii) $\frac{-8}{3}$

iv) $\frac{6}{5}$ v) $-\frac{7}{10}$

5. கீழ்ண்டவற்றுள் எவை திட்ட வடிவத்தில் உள்ளன ?

i) $\frac{2}{3}$ ii) $\frac{4}{16}$ iii) $\frac{9}{6}$

iv) $\frac{-1}{7}$ v) $\frac{-4}{7}$

1.9 விகிதமுறு எண்கள் மீதான நான்கு அடிப்படைச் செயலிகள்:

முழுக்களில் கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் உங்களுக்கு தெரியும். தற்போது விகிதமுறு எண்கள் மீதான நான்கு அடிப்படைச் செயலிகளைப் பார்ப்போம்.

(i) விகிதமுறு எண்களின் கூட்டல்

பகுதிகள் ஒரே மாதிரியாக உள்ள விகிதமுறு எண்களைக் கூட்டுவோம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.20

$\frac{9}{5}$ மற்றும் $\frac{7}{5}$ ஐக் கூட்டுக.

தீர்வு :

$$\frac{9}{5}+\frac{7}{5} = \frac{9+7}{5} = \frac{16}{5}.$$

பகுதிகள் வேறு மாதிரியாக உள்ள விகிதமுறு எண்களைக் கூட்டுவோம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.21

சுருக்குக: $\frac{7}{3}+\left(\frac{-5}{4}\right)$

தீர்வு :

$$\frac{7}{3}+\left(\frac{-5}{4}\right)$$

$$= \frac{28-15}{12}$$ (3 மற்றும் 4ன் மீ.பொ.ம 12)

$$= \frac{13}{12}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.22

சுருக்குக: $\frac{-3}{4}+\frac{1}{2}-\frac{5}{6}$.

தீர்வு :

$$\frac{-3}{4}+\frac{1}{2}-\frac{5}{6} = \frac{(-3\times 3)+(1\times 6)-(5\times 2)}{12}$$ (4,2,6ன் மீ.பொ. ம 12)

$$= \frac{-9+6-10}{12}$$

$$= \frac{-19+6}{12} = \frac{-13}{12}$$

(ii) விகிதமுறு எண்களின் கழித்தல்

எடுத்துக்காட்டு 1.23

கழிக்க: $\frac{10}{3}$ லிருந்து $\frac{8}{7}$ ஐ கழிக்க.

தீர்வு :

$$\frac{10}{3}-\frac{8}{7} = \frac{70-24}{21} = \frac{46}{21}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.24

சுருக்குக: $\frac{6}{35}-\left(\frac{-10}{35}\right)$.

தீர்வு :

$$\frac{6}{35}-\left(\frac{-10}{35}\right) = \frac{6+10}{35} = \frac{16}{35}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.25

சுருக்குக: $\left(-2\frac{7}{35}\right)-\left(3\frac{6}{35}\right)$.

தீர்வு :

$$\left(-2\frac{7}{35}\right)-\left(3\frac{6}{35}\right) = \frac{-77}{35}-\frac{111}{35}$$

$$= \frac{-77-111}{35} = \frac{-188}{35} = -5\frac{13}{35}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.26

இரு விகிதமுறு எண்களின் கூடுதல் 1. அவற்றில் ஒரு எண் $\frac{5}{20}$ எனில் மற்றொரு எண் யாது ?

தீர்வு :

இரு விகிதமுறு எண்களின் கூடுதல் $= 1$

கொடுக்கப்பட்ட எண் + தேவையான எண் $= 1$

$\frac{5}{20}$ + தேவையான எண் $= 1$

தேவையான எண் $= 1-\frac{5}{20}$

$= \frac{20-5}{20}$

$= \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

∴ தேவையான எண் $\frac{3}{4}$ ஆகும்.

i) $\frac{7}{35}-\frac{5}{35}$, ii) $\frac{5}{6}-\frac{7}{12}$,

iii) $\frac{7}{3}-\frac{3}{4}$, iv) $\left(3\frac{3}{4}\right)-\left(2\frac{1}{4}\right)$,

v) $\left(4\frac{5}{7}\right)-\left(6\frac{1}{4}\right)$

பயிற்சி 1.7

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க.

i) $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$ க்கு சமமானது

(A) 2 (B) 3 (C) 1 (D) 4

ii) $\frac{4}{5}-\frac{9}{5}$ க்கு சமமானது

(A) 1 (B) 3 (C) – 1 (D) 7

iii) $5\frac{1}{11} + 1\frac{10}{11}$ க்கு சமமானது

(A) 4 (B) 3 (C) – 5 (D) 7

iv) இரண்டு விகிதமுறு எண்களின் கூடுதல் 1. ஒரு எண் $\frac{1}{2}$ எனில் மற்றொரு எண்

(A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{-3}{4}$ (D) $\frac{1}{2}$

2. கூட்டுக :

i) $\frac{12}{5}$ மற்றும் $\frac{6}{5}$ ii) $\frac{7}{13}$ மற்றும் $\frac{17}{13}$ iii) $\frac{8}{7}$ மற்றும் $\frac{6}{7}$

iv) $-\frac{7}{13}$ மற்றும் $-\frac{5}{13}$ v) $\frac{7}{3}$ மற்றும் $\frac{8}{4}$ vi) $-\frac{5}{7}$ மற்றும் $\frac{7}{6}$

vii) $\frac{9}{7}$ மற்றும் $-\frac{10}{3}$ viii) $\frac{3}{6}$ மற்றும் $-\frac{7}{2}$ ix) $\frac{9}{4}$, $\frac{8}{7}$ மற்றும் $\frac{1}{28}$

x) $\frac{4}{5}$, $-\frac{7}{10}$ மற்றும் $-\frac{8}{15}$

3. பின்வருவனவற்றின் கூடுதலைக் கண்டுபிடி.

i) $-\frac{3}{4} + \frac{7}{4}$ ii) $\frac{9}{6} + \frac{15}{6}$ iii) $-\frac{3}{4} + \frac{6}{11}$

iv) $-\frac{7}{8} + \frac{9}{16}$ v) $\frac{4}{5} + \frac{7}{20}$ vi) $\left(-\frac{6}{13}\right) + \left(-\frac{14}{26}\right)$

vii) $\frac{11}{13} + \left(-\frac{7}{2}\right)$ viii) $\left(-\frac{2}{5}\right) + \frac{5}{12} + \left(-\frac{7}{10}\right)$

ix) $\frac{7}{9} + \left(-\frac{10}{18}\right) + \left(-\frac{7}{27}\right)$ x) $\frac{6}{3} + \left(-\frac{7}{6}\right) + \left(-\frac{9}{12}\right)$

4. சுருக்குக: :

i) $\frac{7}{35} - \frac{5}{35}$ ii) $\frac{5}{6} - \frac{7}{12}$ iii) $\frac{7}{3} - \frac{3}{4}$

iv) $\left(3\frac{3}{4}\right) - \left(2\frac{1}{4}\right)$ v) $\left(4\frac{5}{7}\right) - \left(6\frac{1}{4}\right)$

5. சுருக்குக: :

i) $\left(1\frac{2}{11}\right) + \left(3\frac{5}{11}\right)$ ii) $\left(3\frac{4}{5}\right) - \left(7\frac{3}{10}\right)$

iii) $\left(-1\frac{2}{11}\right) + \left(-3\frac{5}{11}\right) + \left(6\frac{3}{11}\right)$ iv) $\left(-3\frac{9}{10}\right) + \left(3\frac{2}{5}\right) + \left(6\frac{5}{20}\right)$

v) $\left(-3\frac{4}{5}\right) + \left(2\frac{3}{8}\right)$ vi) $\left(-1\frac{5}{12}\right) + \left(-2\frac{7}{11}\right)$

vii) $\left(9\frac{6}{7}\right) + \left(-11\frac{2}{3}\right) + \left(-5\frac{7}{42}\right)$ viii) $\left(7\frac{3}{10}\right) + \left(-10\frac{7}{21}\right)$

6. இரு விகிதமுறு எண்களின் கூடுதல் $\frac{17}{4}$. அவற்றுள் ஒரு எண் $\frac{5}{2}$, எனில் மற்றொரு எண்ணைக் கண்டுபிடி .

7. எந்த எண்ணுடன் $\frac{5}{6}$ ஐக் கூட்டினால் $\frac{49}{30}$. கிடைக்கும் ?

8. ஒரு கடைக்காரர் ஒரு நாளில் $7\frac{3}{4}$ கி.கி, $2\frac{1}{2}$ கி.கி மற்றும் $3\frac{3}{5}$ கி.கி சர்க்கரை விற்றார். அன்று முழுவதும் அவர் விற்ற சர்க்கரையின் மொத்த அளவைக் கண்டுபிடி.

9. ராஜா 25 கிகி அரிசி வாங்கி முதல் நாளில் $1\frac{3}{4}$ கிகி அரிசியையும், இரண்டாவது நாளில் $4\frac{1}{2}$ கிகி அரிசியையும் பயன்படுத்தினார். மீதமுள்ள அரிசியின் அளவைக் கண்டுபிடி.

10. ராம் 10 கிகி ஆப்பிள்களை வாங்கி $3\frac{4}{5}$ கிகி அவர் தங்கைக்கும், $2\frac{3}{10}$ கிகி நண்பருக்கும் கொடுத்தார். எத்தனை கிகி ஆப்பிள்கள் மீதம் இருக்கும் ?

(iii) விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல்

இரு விகிதமுறு எண்களைப் பெருக்க, அவற்றின் பகுதிகளையும், தொகுதிகளையும் தனித்தனியாக பெருக்கி புதிய விகிதமுறு எண்ணாக எழுதலாம். புதிய விகிதமுறு எண்ணை அதனுடைய திட்ட வடிவத்திற்கு சுருக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.27

$\left(\frac{4}{-11}\right)$ மற்றும் $\left(\frac{-22}{8}\right)$ ஆகியவற்றின் பெருக்கற் பலனைக் கண்டுபிடி

தீர்வு :

$$\left(\frac{4}{-11}\right)\times\left(\frac{-22}{8}\right)$$

$$=\left(\frac{-4}{11}\right)\times\left(\frac{-22}{8}\right) = \frac{88}{88}$$

$$= 1$$

எடுத்துக்காட்டு 1.28

$\left(-2\frac{4}{15}\right)$ மற்றும் $\left(-3\frac{2}{49}\right)$ ஆகியவற்றின் பெருக்கற் பலனைக் கண்டுபிடி

தீர்வு :

$$\left(-2\frac{4}{15}\right)\times\left(-3\frac{2}{49}\right) = \left(\frac{-34}{15}\right)\times\left(\frac{-149}{49}\right)$$

$$= \frac{5066}{735} = 6\frac{656}{735}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.29

இரு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கற்பலன் $\frac{2}{9}$. அவற்றுள் ஒரு விகிதமுறு எண் $\frac{1}{2}$ எனில் மற்றொரு விகிதமுறு எண்ணைக் கண்டுபிடி.

தீர்வு :

இரு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கற்பலன் $= \frac{2}{9}$

கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண் $= \frac{1}{2}$

$\therefore$ கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண் $\times$ தேவையான எண் $= \frac{2}{9}$

$\frac{1}{2} \times$ தேவையான எண் $= \frac{2}{9}$

தேவையான எண் $= \frac{2}{9} \times \frac{2}{1} = \frac{4}{9}$

$\therefore$ தேவையான விகிதமுறு எண் $\frac{4}{9}$ ஆகும்.

ஒரு விகிதமுறு எண்ணின் பெருக்கல் நேர்மாறு (அல்லது தலைகீழி).

இரு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கற்பலன் 1ஆக இருந்தால் ஒரு எண் மற்ற எண்ணுக்கு பெருக்கல் நேர்மாறு என்றழைக்கப்படுகிறது.

i) $\frac{7}{23} \times \frac{23}{7} = 1$

$\therefore \frac{7}{23}$ன் பெருக்கல் நேர்மாறு $\frac{23}{7}$.

இதேபோல் $\frac{23}{7}$ ன் பெருக்கல் நேர்மாறு $\frac{7}{23}$.

ii) $\left(\frac{-8}{12}\right) \times \left(\frac{12}{-8}\right) = 1$

$\therefore \left(\frac{-8}{12}\right)$ன் பெருக்கல் நேர்மாறு $\left(\frac{12}{-8}\right)$.

$\left(\frac{12}{-8}\right)$ ன் பெருக்கல் நேர்மாறு $\left(\frac{-8}{12}\right)$

காண்க

1) $\frac{7}{8} \times \frac{9}{12}$, 2) $\frac{11}{12} \times \frac{24}{33}$

3) $\left(-1\frac{1}{4}\right) \times \left(-7\frac{2}{3}\right)$

(iv) விகிதமுறு எண்களின் வகுத்தல்

ஒரு விகிதமுறு எண்ணை மற்றொரு விகிதமுறு எண்ணால் வகுக்க, முதல் விகிதமுறு எண்ணை இரண்டாவது விகிதமுறு எண்ணின் பெருக்கல் நேர்மாறால் பெருக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.30

கண்டுபிடி $\left(\frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{-5}{10}\right)$.

தீர்வு :

$$\left(\frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{-5}{10}\right) = \frac{2}{3} \div \left(\frac{-1}{2}\right)$$

$$= \frac{2}{3} \times (-2) = \frac{-4}{3}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.31

கண்டுபிடி $4\frac{3}{7} \div 2\frac{3}{8}$.

தீர்வு :

$$4\frac{3}{7} \div 2\frac{3}{8} = \frac{31}{7} \div \frac{19}{8}$$
$$= \frac{31}{7} \times \frac{8}{19} = \frac{248}{133}$$
$$= 1\frac{115}{133}$$

பயிற்சி 1.8

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க:

i) $\frac{7}{13} \times \frac{13}{7}$ க்கு சமமானது

(A) 7 (B) 13 (C) 1 (D) – 1

ii) $\frac{7}{8}$ ன் பெருக்கல் நேர்மாறு.

(A) $\frac{7}{8}$ (B) $\frac{8}{7}$ (C) $\frac{-7}{8}$ (D) $\frac{-8}{7}$

iii) $\frac{4}{-11} \times \left(\frac{-22}{8}\right)$ க்கு சமமானது

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

iv) $-\frac{4}{9} \div \frac{9}{36}$ க்கு சமமானது

(A) $\frac{-16}{9}$ (B) 4 (C) 5 (D) 7

2. பெருக்குக :

i) $\frac{-12}{5}$ மற்றும் $\frac{6}{5}$ ii) $\frac{-7}{13}$ மற்றும் $\frac{5}{13}$

iii) $\frac{-3}{9}$ மற்றும் $\frac{7}{8}$ iv) $\frac{-6}{11}$ மற்றும் $\frac{44}{22}$

v) $\frac{-50}{7}$ மற்றும் $\frac{28}{10}$ vi) $\frac{-5}{6}$ மற்றும் $\frac{-4}{15}$

3. கீழ்க்கண்டவற்றின் மதிப்புகளைக் கண்டுபிடி:

i) $\frac{9}{5} \times \frac{-10}{4} \times \frac{15}{18}$ ii) $\frac{-8}{4} \times \frac{-5}{6} \times \frac{-30}{10}$

iii) $1\frac{1}{5} \times 2\frac{2}{5} \times 9\frac{3}{10}$ iv) $-3\frac{4}{15} \times -2\frac{1}{5} \times 9\frac{1}{5}$ v) $\frac{3}{6} \times \frac{9}{7} \times \frac{10}{4}$

4. கீழ்க்கண்டவற்றின் மதிப்புகளைக் கண்டுபிடி:

i) $\frac{-4}{9} \div \frac{9}{-4}$ ii) $\frac{3}{5} \div \left(\frac{-4}{10}\right)$

iii) $\left(\frac{-8}{35}\right) \div \frac{7}{35}$ iv) $-9\frac{3}{4} \div 1\frac{3}{40}$

5. இரு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கற்பலன் 6. அவற்றுள் ஒரு எண் $\frac{14}{3}$, மற்றொரு எண்ணைக் கண்டுபிடி:

6. எந்த எண்ணுடன் $\frac{7}{2}$ ஐப் பெருக்கினால் $\frac{21}{4}$ கிடைக்கும்?

1.10 தசம எண்கள்

(i) விகிதமுறு எண்களை தசம எண்களாக குறித்தல்

தசம எண்களைப் பற்றி முன் வகுப்புகளில் நீங்கள் படித்திருக்கிறீர்கள். அவற்றை பற்றி சுருக்கமாக நினைவு கூர்வோம்.

எல்லா விகிதமுறு எண்களையும் தசம எண்களாக மாற்ற முடியும்.

எடுத்துக்காட்டாக,

(i) $\frac{1}{8} = 1 \div 8$

$\therefore \frac{1}{8} = 0.125$

(ii) $\frac{3}{4} = 3 \div 4$

$\therefore \frac{3}{4} = 0.75$

(iii) $3\frac{1}{5} = \frac{16}{5} = 3.2$

(iv) $\frac{2}{3} = 0.6666\cdots$ (இங்கு 6 முடிவில்லாமல் திரும்பத்திரும்ப வந்துக்கொண்டிருக்கிறது)

தசம எண்கள்

தசம எண்களின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல்

எடுத்துக்காட்டு 1.32

கூட்டுக 120.4, 2.563, 18.964

தீர்வு :

$$\begin{array}{r} 120.4 \\ 2.563 \\ 18.964 \\ \hline 141.927 \\ \hline \end{array}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.33

63.7 லிருந்து 43.508 ஐ கழிக்க.

தீர்வு :

	63.700
(–)	43.508
	20.192

எடுத்துக்காட்டு 1.34

மதிப்புக்காண்க $27.69 - 14.04 + 35.072 - 10.12$.

தீர்வு :

27.690	– 14.04	62.762
35.072	– 10.12	– 24.16
62.762	– 24.16	38.602

விடை: 38.602.

எடுத்துக்காட்டு 1.35

தீபா ஒரு பேனாவை ₹177.50க்கும் ஒரு பென்சிலை ₹4.75க்கும் மற்றும் ஒரு நோட்டுப் புத்தகத்தை ₹20.60க்கும் வாங்கினாள். அவளுடைய மொத்த செலவு என்ன ?

தீர்வு :

ஒரு பேனாவின் விலை = ₹177.50

ஒரு பென்சிலின் விலை = ₹4.75

ஒரு நோட்டுப்புத்தகத்தின் விலை = ₹20.60

∴ தீபாவின் மொத்தச் செலவு = ₹202.85

1.11 தசம எண்களின் பெருக்கல்

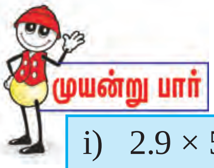
ராணி 1 கி.கி. பழத்தின் விலை ரூ ₹23.50 வீதம் 2.5 கிகி பழங்களை வாங்கினாள். அவள் செலுத்த வேண்டிய தொகை எவ்வளவு ? நிச்சயமாக அது ₹(2.5×23.50) என்றிருக்கும். 2.5 மற்றும் 23.5 இரண்டும் தசம எண்களாக இருக்கின்றன. இத்தருணத்தில் நாம் இரு தசம எண்களை பெருக்க வேண்டிய சூழ்நிலை உருவாகிறது. எனவே நாம் இரு தசம எண்களின் பெருக்கலைப் பார்ப்போம்.

இப்பொழுது 1.5×4.3 ன் மதிப்பு காண்போம்.

43 ஐ 15 ஆல் பெருக்க நமக்கு கிடைப்பது 645.

4.3 மற்றும் 1.5 இரண்டிலும் வலபுறத்துக்கு ஒரு இலக்கம் தள்ளி தசமப் புள்ளி உள்ளது.

ஆகையால், பெருக்கற் பலனில் இரண்டு இலக்கங்கள் வலமிருந்து இடப்புறமாக தள்ளி தசம புள்ளியை வைக்க வேண்டும் (1 + 1 = 2). எனவே $1.5 \times 4.3 = 6.45$



i) 2.9×5

ii) 1.9×1.3

iii) 2.2×4.05

இப்பொழுது 1.43 ஐ 2.1 ஆல் பெருக்க முதலில் 143 ஐ 21 ஆல் பெருக்க வேண்டும். பெருக்கற்பலனில் தசம புள்ளியைக் குறிக்க (2 + 1 = 3) இலக்கங்கள் வலமிருந்து இடப்புறமாக தள்ளி வைக்க வேண்டும். எனவே, $1.43 \times 2.1 = 3.003$.

எடுத்துக்காட்டு 1.36

ஒரு சதுரத்தின் பக்கம் 3.2 செ.மீ, அதனுடைய சுற்றளவைக் கண்டுபிடி.

தீர்வு :

ஒரு சதுரத்தின் அனைத்து பக்கங்களும் சமமாக இருக்கின்றன.

ஒவ்வொரு பக்கத்தின் நீளம் = 3.2 cm.

எனவே, சதுரத்தின் சுற்றளவு = 4 × பக்கம்

= $4 \times 3.2 = 12.8$ செ.மீ

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

ஒரு சதுரத்தின் சுற்றளவு= 4 × பக்கம்

எடுத்துக்காட்டு 1.37

ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் 6.3 செ.மீ மற்றும் அதனுடைய அகலம் 3.2 செ.மீ ஆக இருக்கிறது, செவ்வகத்தின் பரப்பு என்ன ?

தீர்வு :

செவ்வகத்தின் நீளம் = 6.3 செ.மீ

செவ்வகத்தின் அகலம் = 3.2 செ.மீ

செவ்வகத்தின் பரப்பு = (நீளம்) × (அகலம்)

= $6.3 \times 3.2 = 20.16$ செ.மீ^{2}

தசம எண்களை 10, 100 மற்றும் 1000 ஆல் பெருக்கல்

$3.7 = \frac{37}{10}$, $3.72 = \frac{372}{100}$ மற்றும் $3.723 = \frac{3723}{1000}$ என ராணி காண்கிறாள். ஆகவே தசமப் புள்ளியின் இடத்தை பொறுத்து தசம எண்ணை 10 , 100 மற்றும் 1000 ஐ பகுதியாக கொண்ட பின்ன எண்களாக மாற்ற முடியும் என்பதைக் காண்கிறாள். இப்பொழுது ஒரு தசம எண்ணை 10, 100, 1000 ஆல் பெருக்க என்ன நிகழும் என்பதை காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டாக,

$$3.23 \times 10 = \frac{323}{100} \times 10 = 32.3$$

தசம எண்ணை 10 ஆல் பெருக்கும் போது தசமப் புள்ளியானது வலது புறமாக ஒரு இலக்கம் நகர்கிறது.

$$3.23 \times 100 = \frac{323}{100} \times 100 = 323$$

தசம எண்ணை 100 ஆல் பெருக்கும் போது தசமப் புள்ளியானது வலது புறமாக இரண்டு இலக்கங்கள் நகர்கிறது.

$$3.23 \times 1000 = \frac{323}{100} \times 1000$$

$$= 3230$$

முயன்று பார்

i) 0.7×10

ii) 1.3×100

iii) 76.3×1000

பயிற்சி 1.9

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க:

i) 0.1×0.1 க்கு சமமானது

(A) 0.1 (B) 0.11 (C) 0.01 (D) 0.0001

ii) $5 \div 100$ க்கு சமமானது

(A) 0.5 (B) 0.005 (C) 0.05 (D) 0.0005

iii) $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ க்கு சமமானது

(A) 0.01 (B) 0.001 (C) 0.0001 (D) 0.1

iv) 0.4×5 க்கு சமமானது

(A) 1 (B) 0.4 (C) 2 (D) 3

2. கண்டுபிடி :

(i) 0.3×7 (ii) 9×4.5 (iii) 2.85×6 (iv) 20.7×4

(v) 0.05×9 (vi) 212.03×5 (vii) 3×0.86 (viii) 3.5×0.3

(ix) 0.2×51.7 (x) 0.3×3.47 (xi) 1.4×3.2 (xii) 0.5×0.0025

(xiii) 12.4×0.17 (xiv) 1.04×0.03

3. கண்டுபிடி :

(i) 1.4×10 (ii) 4.68×10 (iii) 456.7×10 (iv) 269.08×10

(v) 32.3×100 (vi) 171.4×100 (vii) 4.78×100

4. நீளம் 10.3 செ.மீ, அகலம் 5 செ.மீ அளவுகள் உள்ள செவ்வகத்தின் பரப்பைக் கண்டுபிடி

5. ஒரு இருசக்கர வண்டி ஒரு லிட்டர் பெட்ரோலில் 75.6 கி. மீ தூரத்தைக் கடக்கிறது. 10 லிட்டர் பெட்ரோலில் எவ்வளவு தூரத்தை அது கடக்கும் ?

(ii) தசம எண்களின் வகுத்தல்:

ஜாஸ்மீன் அவளுடைய வகுப்பறையை அலங்காரம் செய்வதற்கு வடிவங்களை தயார் செய்துகொண்டிருந்தாள். நீளம் 1.8செ.மீ அளவுள்ள சில வண்ணகாகிதத் துண்டுகள் அவளுக்குத் தேவைப்பட்டது. அவள் 7.2 செ.மீ நீளமுள்ள வண்ணக் காகிதத் துண்டை வாங்கினாள். இந்தத் துண்டிலிருந்து அவளுக்குத் தேவையான எத்தனைக் காகிதத் துண்டுகள் அவளால் பெற முடியும்? அவள் அதை $\frac{7.2}{1.8}$ செ.மீ ஆக கருதினாள் அவள் கருதியது சரியா?

7.2 மற்றும் 1.8 இரண்டும் தசம எண்களாக இருக்கின்றன. ஆகையால் தசம எண்களின் வகுத்தலை நாம் தெரிந்துக் கொள்ள வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டாக,

$$141.5 \div 10 = 14.15$$

$$141.5 \div 100 = 1.415$$

$$141.5 \div 1000 = 0.1415$$

ஈவைப் பெறுவதற்கு 1க்கு பக்கத்தில் எத்தனை பூஜ்ஜியங்கள் உள்ளனவோ அத்தனை இலக்கங்கள் இடப்புறமாக தசமப் புள்ளியானது செல்லும்.

காண்க:

i) $432.5 \div 10$

ii) $432.5 \div 100$

iii) $432.5 \div 1000$

எடுத்துக்காட்டு 1.38

கண்டுபிடி $4.2 \div 3$.

தீர்வு :

$$4.2 \div 3 = \frac{42}{10} \div 3 = \frac{42}{10} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{42 \times 1}{10 \times 3} = \frac{1 \times 42}{10 \times 3}$$

$$= \frac{1}{10} \times \frac{42}{3} = \frac{1}{10} \times 14$$

$$= \frac{14}{10} = 1.4$$

காண்க:

i) $85.8 \div 3$

ii) $25.5 \div 5$

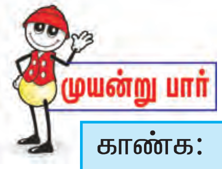
எடுத்துக்காட்டு 1.39

கண்டுபிடி $18.5 \div 5$.

தீர்வு :

185 ஐ 5 ஆல் வகுக்க 37 பெறுகிறோம்.

18.5ல் தசமப் புள்ளிக்கு வலப்பக்கம் ஒரு இலக்கம் உள்ளது. எனவே 37 ல் வலதுபுறமிருந்து இடப்புறமாக ஒரு இலக்கம் தள்ளி ஒரு தசமப் புள்ளியை வைக்க 3.7 கிடைக்கும்.



காண்க:

i) $73.12 \div 4$

ii) $34.55 \div 7$

ஒரு தசம எண்ணை மற்றொரு தசம எண்ணால் வகுத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 1.40

கண்டுபிடி $\frac{17.6}{0.4}$.

தீர்வு :

நாம் பெறுவது $17.6 \div 0.4 = \frac{176}{10} \div \frac{4}{10}$

$$= \frac{176}{10} \times \frac{10}{4} = 44.$$

காண்க:

i) $\frac{9.25}{0.5}$

ii) $\frac{36}{0.04}$

iii) $\frac{6.5}{1.3}$

எடுத்துக்காட்டு 1.41

ஒரு மகிழ்வுந்து 129.92 கிமீ தொலைவை 3.2 மணி நேரத்தில் கடக்கிறது. ஒரு மணி நேரத்தில் அது கடக்கும் தொலைவு எவ்வளவு ?

தீர்வு :

மகிழ்வுந்துவால் கடக்கப்பட்டதொலைவு = 129.92 கி.மீ.

இந்த தொலைவை கடக்கத் தேவையான நேரம் = 3.2 மணி

ஆகையால், 1 மணி நேரத்தில் அது கடந்த தொலைவு $= \frac{129.92}{3.2} = \frac{1299.2}{32} = 40.6$ கி.மீ.

பயிற்சி 1.10

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க.

i) $0.1 \div 0.1$ க்கு சமமானது

(A) 1 (B) 0.1 (C) 0.01 (D) 2

ii) $\frac{1}{1000}$ க்கு சமமானது

(A) 0.01 (B) 0.001 (C) 1.001 (D) 1.01

iii) ஒரு ஆப்பிளின் விலை ரூ.12.50 எனில் 50 ரூபாய்க்கு எத்தனை ஆப்பிள்கள் வாங்கமுடியும் ?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 7

iv) $\frac{12.5}{2.5}$ க்கு சமமானது

(A) 4 (B) 5 (C) 7 (D) 10

2. கண்டுபிடி :

(i) $0.6 \div 2$ (ii) $0.45 \div 5$ (iii) $3.48 \div 3$

(iv) $64.8 \div 6$ (v) $785.2 \div 4$ (vi) $21.28 \div 7$

3. கண்டுபிடி :

(i) $6.8 \div 10$ (ii) $43.5 \div 10$ (iii) $0.9 \div 10$

(iv) $44.3 \div 10$ (v) $373.48 \div 10$ (vi) $0.79 \div 10$

4. கண்டுபிடி:

(i) $5.6 \div 100$ (ii) $0.7 \div 100$ (iii) $0.69 \div 100$

(iv) $743.6 \div 100$ (v) $43.7 \div 100$ (vi) $78.73 \div 100$

5. கண்டுபிடி :

(i) $8.9 \div 1000$ (ii) $73.3 \div 1000$ (iii) $48.73 \div 1000$

(iv) $178.9 \div 1000$ (v) $0.9 \div 1000$ (vi) $0.09 \div 1000$

6. கண்டுபிடி :

   (i) $9 \div 4.5$ (ii) $48 \div 0.3$ (iii) $6.25 \div 0.5$

   (iv) $40.95 \div 5$ (v) $0.7 \div 0.35$ (vi) $8.75 \div 0.25$

7. ஒரு வண்டி2.4 லி பெட்ரோலில் 55.2 கிமீ தூரத்தைக் கடக்கிறது. l லி பெட்ரோலில் அவ்வண்டி எவ்வளவு தூரத்தைக் கடக்கும் ?

8. ஒரே மாதிரியான 11 பைகளின் மொத்த எடை 115.5 கிகி எனில் 1 பையின் எடை என்ன ?

9. ஒரு புத்தகத்தின் விலை 40.25 ரூ எனில் 362.25 ரூபாக்கு எத்தனை புத்தகங்கள் வாங்க முடியும் ?

10. ஒரு வாகன ஓட்டுநர் 3.2 மணிநேரத்தில் 135.04 கி.மீ தொலைவைக் கடக்கிறார். அவருடைய வேகத்தைக் கண்டுபிடி?

11. இரு எண்களின் பெருக்கற்பலன் 45.36 அவற்றுள் ஒரு எண் 3.15 மற்ற எண்ணைக் கண்டுபிடி?

1.12 அடுக்குகள்

அறிமுகம்

“ஆசிரியர் ராமுவைப் பார்த்து 2560000000000000?” இதை உன்னால் படிக்க முடியுமா ? என்று கேட்டார்

“இதைப் படிக்க கடினமாக உள்ளது ஐயா”. என்று அவன் பதிலளித்தான்.

சூரியன் மற்றும் சனி கோள்களுக்கு இடையேயுள்ள தொலைவு 1,433,500,000,000 மீ. ராஜா, இந்த எண்ணை உன்னால் படிக்க முடியுமா ? என்று ஆசிரியர் கேட்டார்.

“இது கூட படிப்பதற்கு கடினமாக உள்ளது ஐயா” என்று அவன் பதிலளித்தான்.

இப்பொழுது மேலே கொடுக்கப்பட்ட எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து படிக்க கடினமாக உள்ள எண்களை எப்படி படிப்பது என்று காண்போம்.

அடுக்குகள்

கீழ்க்கண்ட முறைகளில் பெரிய எண்களை எளிய வடிவமாக நாம் எழுத முடியும்.

$$10 = 10^1$$

$$100 = 10^1 \times 10^1 = = 10^2$$

$$1000 = 10^1 \times 10^1 \times 10^1 = 10^3$$

இதேபோல

$$2^1 \times 2^1 = 2^2$$

$$2^1 \times 2^1 \times 2^1 = 2^3$$

$$2^1 \times 2^1 \times 2^1 \times 2^1 = 2^4$$

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து

$a \times a$ = a^2 ['a' ன் வர்க்கம் அல்லது 'a' ன் அடுக்கு 2 க்கு உயர்த்தப்படுகிறது எனபடிக்கலாம்.]

$a \times a \times a$ = a^3 ['a' ன் கனம் அல்லது 'a' ன் அடுக்கு 3 க்கு உயர்த்தப்படுகிறது எனபடிக்கலாம்]

$a \times a \times a \times a = a^4$ ['a' நான்கு அடுக்குக்கு உயர்த்தப்படுகிறது அல்லது 'a'ன் நான்கு அடுக்கு என படிக்கலாம்.]

…………………… ……………………

$a \times a \times ...$ m முறைகள் $= a^m$ [a, m அடுக்குக்கு உயர்த்தப்படுகிறது அல்லது a இன் m அடுக்கு எனப் படிக்கலாம்.

இங்கு 'a' அடிமானம் என்றழைக்கப்படுகிறது. 'm' அடுக்குக் குறி (அல்லது) அடுக்கு என்றழைக்கப்படுகிறது]

குறிப்பு: a^2 மற்றும் a^3 என்பவன "a வர்க்கம்" மற்றும் "a கனம்" என்ற சிறப்புப் பெயர்கள் பெற்றுள்ளன.

$\therefore$ அடுக்குக் குறிகளைப் பயன்படுத்தி பெரிய எண்களை எளிய வடிவில் நம்மால் எழுத முடியும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.42

512 ஐ அடுக்குத் தொடரில் கூறு.

தீர்வு :

நாம் பெறுவது $512 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

ஆகையால் $512 = 2^9$ என நாம் சொல்லலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.43

எது பெரியது 2^5 , 5^2 ?

தீர்வு :

$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

மற்றும் $5^2 = 5 \times 5 = 25$ என நாம் பெறலாம்.

$32 > 25$.

$\therefore$ 2^5 ஆனது 5^2 ஐ விடப் பெரியது.

எடுத்துக்காட்டு 1.44

144ஐ பகாக் காரணிகளின் அடுக்குகளின் பெருக்கலாக கூறுக.

தீர்வு :

$$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$
$$= 2^4 \times 3^2$$
$$\therefore 144 = 2^4 \times 3^2$$

எடுத்துக்காட்டு 1.45

(i) 4^5 (ii) $(-4)^5$ மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு :

(i) 4^5

$$4^5 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$$
$$= 1024.$$

(ii) $(-4)^5$

$$(-4)^5 = (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4)$$
$$= -1024.$$

பயிற்சி 1.11

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க.

i) -10^2 க்கு சமமானது

(A) – 100 (B) 100 (C) – 10 (D) 10

ii) $(-10)^2$ க்கு சமமானது

(A) 100 (B) – 100 (C) 10 (D) – 10

iii) $a \times a \times a \times \ldots.. n$ முறைகளுக்கு சமமானது

(A) a^m (B) a^{-n} (C) a^n (D) a^{m+n}

iv) $103^3 \times 0$ க்கு சமமானது

(A) 103 (B) 9 (C) 0 (D) 3

2. கீழ்க்கண்டவற்றின் மதிப்பு காண்க :

(i) 2^8 (ii) 3^3 (iii) 11^3
(iv) 12^3 (v) 13^4 (vi) 0^{10}

3. கீழ்க்கண்டவற்றை அடுக்குத்தொடர் அமைப்பில் எழுதுக :

(i) $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$ (ii) $1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$

(iii) $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$ (iv) $b \times b \times b \times b \times b$

(v) $2 \times 2 \times a \times a \times a \times a$ (vi) $1003 \times 1003 \times 1003$

4. கீழ்க்கண்டவற்றை அடுக்குத்தொடர் குறியீட்டில் கூறு (சிறிய அடிமானத்தில்)

(i) 216 (ii) 243 (iii) 625

(iv) 1024 (v) 3125 (vi) 100000

5. கீழ்க்கண்டவற்றுள் பெரிய எண் எது:

(i) $4^5 , 5^4$ (ii) $2^5 , 5^2$ (iii) $3^2 , 2^3$

(iv) $5^6 , 6^5$ (v) $7^2 , 2^7$ (vi) $4^7 , 7^4$

6. கீழ்க்கண்டவற்றை அவற்றின் பகா காரணிகளின்அடுக்கின் பெருக்கலாகக் கூறுக:

(i) 100 (ii) 384 (iii) 798

(iv) 678 (v) 948 (vi) 640

7. சுருக்குக :

(i) 2×10^5 (ii) 0×10^4 (iii) $5^2 \times 3^4$

(iv) $2^4 \times 3^4$ (v) $3^2 \times 10^9$ (vi) $10^3 \times 0$

8. சுருக்குக :

(i) $(-5)^3$ (ii) $(-1)^{10}$ (iii) $(-3)^2 \times (-2)^3$

(iv) $(-4)^2 \times (-5)^3$ (v) $(6)^3 \times (7)^2$ (vi) $(-2)^7 \times (-2)^{10}$

அடுக்குத் தொடரின் விதிகள்

ஒரே மாதிரியான அடிமானங்களைக் கொண்ட அடுக்குகளைப் பெருக்குதல்

1) $3^2 \times 3^4 = (3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3)$

$= 3^1 \times 3^1 \times 3^1 \times 3^1 \times 3^1 \times 3^1$

$= 3^6$

2) $(-5)^2 \times (-5)^3 = [(-5) \times (-5)] \times [(-5) \times (-5) \times (-5)]$

$= (-5)^1 \times (-5)^1 \times (-5)^1 \times (-5)^1 \times (-5)^1$

$= (-5)^5$

3) $a^2 \times a^5 = (a \times a) \times (a \times a \times a \times a \times a)$

$= a^1 \times a^1 \times a^1 \times a^1 \times a^1 \times a^1 \times a^1$

$= a^7$

m மற்றும் n என்ற முழு எண்களை அடுக்காகவும், பூஜ்ஜியமற்ற அடிமானம் a யும் உள்ள இரு எண்களை பெருக்குவது, இரு அடுக்குகளை கூட்டி a இன் அடுக்கில் போட வேண்டும் $a^m \times a^n = a^{m+n}$.

i) $2^5 \times 2^7$ ii) $4^3 \times 4^4$

iii) $p^3 \times p^5$ iv) $(-4)^{100} \times (-4)^{10}$

ஒரே மாதிரியான அடிமானங்களைக் கொண்ட அடுக்குகளின் வகுத்தல் :

i) $2^7 \div 2^5 = \dfrac{2^7}{2^5}$

$= \dfrac{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2}{2\times2\times2\times2\times2}$

$= 2^2$

ii) $(-5)^4 \div (-5)^3 = \dfrac{(-5)^4}{(-5)^3}$

$= \dfrac{(-5)\times(-5)\times(-5)\times(-5)}{(-5)\times(-5)\times(-5)}$

$= -5$

இவற்றிலிருந்து பொதுவாக பூஜ்ஜியமல்லாத முழு 'a' வுக்கு $a^m \div a^n = a^{m-n}$, m மற்றும் n முழு எண்கள் மேலும் $m > n$.

அடுக்கின் அடுக்கு

கீழ்க்கண்டவற்றை கவனி :

(i) $(3^3)^2 = 3^3 \times 3^3$

$= 3^{3+3} = 3^6$

(ii) $(2^2)^3 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2$

$= 2^{2+2+2}$

$= 2^6$

பொதுவாக, இதிலிருந்து பூஜ்ஜியமல்லாத எந்த ஒரு முழு 'a' க்கும் $(a^m)^n = a^{mn}$, m மற்றும் n முழு எண்கள்.

எடுத்துக்காட்டு: 1.46

அடுக்குக் குறி அமைப்பில் எழுதுக. அடிமானம் 3 என எடுத்துக் கொள்க.

$9 \times 9 \times 9 \times 9$

தீர்வு :

$9 \times 9 \times 9 \times 9 = 9^4$ என நாம் பெறலாம்.

$9 = 3 \times 3$ என்பது நமக்குத் தெரியும்.

ஆகையால் $9^4 = (3^2)^4$

$= 3^8$

பயிற்சி 1.12

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க.

i) $a^m \times a^x$ க்கு சமமானது

(A) $a^{m\,x}$ (B) a^{m+x} (C) a^{m-x} (D) a^{m^x}

ii) $10^{12} \div 10^{10}$ க்கு சமமானது

(A) 10^2 (B) 1 (C) 0 (D) 10^{10}

iii) $10^{10} \times 10^2$ க்கு சமமானது

(A) 10^5 (B) 10^8 (C) 10^{12} (D) 10^{20}

iv) $(2^2)^{10}$ க்கு சமமானது

(A) 2^5 (B) 2^{12} (C) 2^{20} (D) 2^{10}

அடுக்குத்தொடரின் விதிகளைப் பயன்படுத்தி அடுக்குத் தொடர் அமைப்பில் எழுதுக.

2. i) $3^5 \times 3^3 \times 3^4$

ii) $a^3 \times a^2 \times a^7$

iii) $7^x \times 7^2 \times 7^3$

iv) $10^0 \times 10^2 \times 10^5$

v) $5^6 \times 5^2 \times 5^1$

3. i) $5^{10} \div 5^6$

ii) $a^6 \div a^2$

iii) $10^{10} \div 10^0$

iv) $4^6 \div 4^4$

v) $3^3 \div 3^3$

4. i) $(3^4)^3$

ii) $(2^5)^4$

iii) $(4^5)^2$

iv) $(4^0)^{10}$

v) $(5^2)^{10}$

நினைவில் கொள்க!

1. இயல் எண்கள் N = {1, 2, 3, ...}
2. முழு எண்கள் W = {0, 1, 2, ...}
3. முழுக்கள் Z = {..., – 3, – 2, – 1, 0, 1, 2, 3, ...}
4. இரு மிகை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் ஒரு மிகை முழுவாகும்.
5. இரு குறை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் ஒரு மிகை முழுவாகும்.
6. ஒரு மிகை முழு மற்றும் ஒரு குறை முழு ஆகியவற்றின் பெருக்கற்பலன் ஒரு குறை முழுவாகும்.
7. இரு முழுக்களின் வகுத்தலானது ஒரு முழுவாக இருக்க வேண்டிய தேவையில்லை அல்லது அவசியமில்லை.
8. பின்னம் என்பது ஒரு முழுப்பகுதியில் ஒரு பகுதி ஆகும்.
9. பெருக்கற்பலன் 1ஆக இருக்கின்ற பூஜ்ஜியமல்லாத இரு எண்கள் ஒன்றுக்கொன்று தலைகீழி என அழைக்கப்படுகின்றன
10. a × a × a × ... m முறைகள் = a^m (இதனை 'a' ன் அடுக்கு m அல்லது 'a' ன் m ஆவது அடுக்கு என படிக்கலாம்)
11. பூஜ்ஜியமற்ற முழுக்கள் a, b மற்றும் முழு எண்கள் m, n க்கு
    i) $a^m a^n = a^{m+n}$
    ii) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, m > n எனும்போது
    iii) $(a^m)^n = a^{mn}$
    iv) $(-1)^n = 1$, n ஒரு இரட்டை எண் எனும்போது
    $(-1)^n = -1$, n ஒரு ஒற்றை எண் எனும்போது

2 இயற்கணிதம்

2.1 இயற்கணிதக் கோவைகள்

(i) அறிமுகம்

நாம் ஆறாம் வகுப்பில் $x + 10,\ y - 9,\ 3m + 4,\ 2y - 8$ போன்ற எளிதான இயற்கணிதக் கோவைகளைப் பார்த்திருக்கின்றோம்.

இயற்கணிதத்தில் கோவைகள் என்பது மிக முக்கியமான இடத்தை வகிக்கிறது. இப்பகுதியில் இயற்கணிதக் கோவைகள் உருவாக்கும் முறை, கோவைகளை எவ்வாறு ஒன்று சேர்ப்பது, கோவையின் மதிப்புகளை எப்படிக் காண்பது, எளிய சமன்பாடுகள் அமைத்து அவற்றை தீர்ப்பது போன்றவற்றைக் கற்றுக்கொள்ள இருக்கிறீர்கள்.

(ii) மாறிகள், மாறிலிகள், கெழுக்கள்

மாறி

வெவ்வேறு எண் மதிப்புகளை பெறக்கூடிய ஓர் உறுப்பு மாறி (அல்லது உரு) எனப்படும். மாறிகளை $a,\ b,\ c,\ x,\ y,\ z$ போன்ற ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கலாம்.

மாறிலி

நிலையான எண் மதிப்புக் கொண்ட ஓர் உறுப்பு ஒரு மாறிலி எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக, $3,\ -25,\ \frac{12}{13}$ மற்றும் 8.9 ஆகியன மாறிகள் ஆகும்.

எண் கோவை

எண் கணிதச் செயல்பாடுகள் மூலமாக சேர்த்து எழுதப்பட்ட எண்கள் எண் கோவை அல்லது எண் கணிதக் கோவை என்றழைக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டாக, $3 + (4 \times 5),\ \ 5 - (4 \times 2),\ \ (7 \times 9) \div 5$ மற்றும் $(3 \times 4) - (4 \times 5 - 7)$ ஆகியன எண் கோவைகள்.

இயற்கணிதக் கோவை (Algebraic Expression)

மாறிகளையும், எண்களையும் (மாறிலி) கணிதச் செயற்பாடுகள் மூலமாகச் சேர்த்து எழுதப்படுவது இயற்கணிதக் கோவையாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.1

	கூற்று	கோவை
(i)	y உடன் 5 ஐ கூட்டுக	$y + 5$
(ii)	n லிருந்து 8 ஐ கழிக்க	$n - 8$
(iii)	12 ஐ x ஆல் பெருக்குக	$12\,x$
(iv)	p ஐ 3 ஆல் வகுக்க	$\frac{p}{3}$

உறுப்பு

ஒரு மாறிலியாகவோ அல்லது ஒரு மாறியாகவோ அல்லது மாறிலி மற்றும் மாறிகளின் பெருக்களின் சேர்க்கையோ ஓர் உறுப்பு எனப்படும்.

$3x^2 + 6x - 5$ என்ற கோவையில், $3x^2$, $6x$ மற்றும் -5 என்பவை கோவையின் உறுப்புகள் எனப்படும்.

ஓர் உறுப்பு என்பது கீழ்க்கண்டவாறு அமையலாம்.

(i) ஒரு மாறிலி

(ii) ஒரு மாறி

(iii) ஒரு மாறிலி மற்றும் மாறியின் (மாறிகளின்) பெருக்கற்பலன்

(iv) இரண்டு அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட மாறிகளின் பெருக்கல்.

$4a^2 + 7a + 3$, என்ற கோவையில் $4a^2$, $7a$, 3 என்பன உறுப்புகளாகும். மொத்த உறுப்புகள் 3. $-6p^2 + 18pq + 9q^2 - 7$, என்ற கோவையில் $-6p^2$, $18pq$, $9q^2$, -7 என்பன உறுப்புகளாகும். மொத்த உறுப்புகள் 4.

எத்தனை உறுப்புகள் உள்ளன?

(i) $8b$

(ii) $3p - 2q$

(iii) $a^2 + 4a - 5$

(iv) $7x^2y - 4y + 8x - 9$

(v) $4m^2n + 3mn^2$

கெழு

ஓர் உறுப்பில் உள்ள மாறி அல்லது காரணியின் கெழு என்பது இவ்வுறுப்பின் மற்றொரு காரணி ஆகும். இக்காரணியைக் கொண்டு கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாறி (அல்லது காரணி) யுடன் பெருக்கினால் அதே உறுப்பு கிடைக்கும்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

$6xy$, என்ற உறுப்பில் 6, x மற்றும் y என்பன காரணிகளாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.2

$5xy$ என்ற உறுப்பில்,

xy இன் கெழு 5 ஆகும் (எண் கெழு),

$5x$ இன் கெழு y ஆகும்,

$5y$ இன் கெழு x ஆகும்.

எண் கெழுவை காண்க.

(i) $3z$ (ii) $8ax$ (iii) ab

(iv) $-pq$ (v) $\frac{1}{2}mn$ (vi) $-\frac{4}{7}yz$

எடுத்துக்காட்டு 2.3

$-mn^2$ என்ற உறுப்பில்,

mn^2 இன் கெழு -1,

$-n^2$ இன் கெழு m,

m இன் கெழு $-n^2$.

வ.எண்	கோவை	y ஐ கொண்ட உறுப்பு	y இன் கெழு
1	$10-2y$		
2	$11+yz$	yz	z
3	yn^2+10		
4	$-3m^2y+n$		

பயிற்சி 2.1

1. சரியான விடையை தேர்ந்தெடுக்க :

(i) $-7xy$ இல் உள்ள எண் கெழு

(A) -7 (B) x (C) y (D) xy

(ii) $-q$ இல் உள்ள எண் கெழு

(A) q (B) $-q$ (C) 1 (D) -1

(iii) z இல் இருந்து 12 ஐக் கழித்தால்

(A) $12 + z$ (B) $12z$ (C) $12 - z$ (D) $z - 12$

(iv) n ஐ -7 ஆல் பெருக்கினால்

(A) $7n$ (B) $-7n$ (C) $\frac{7}{n}$ (D) $\frac{-7}{n}$

(v) p இன் மூன்று மடங்குடன் 7ஐச் சேர்த்தால்

(A) 21p (B) $3p - 7$ (C) $3p + 7$ (D) $7 - 3p$

2. பின் வருவவைற்றில் உள்ள மாறிலிகளையும், மாறிகளையும் கண்டுபிடி
$a, 5, -xy, p, -9.5$

3. கீழேயுள்ள ஒவ்வொற்றையும் கோவையாக மாற்றவும்

(i) x ஐ விட 6 அதிகம்

(ii) $-m$ இலிருந்து 7 ஐக் கழிக்கவும்

(iii) $3q$ உடன் 11 ஐக் கூட்டுக

(iv) x இன் மூன்று மடங்கைவிட 10 அதிகம்

(v) y இன் ஐந்து மடங்கைவிட 8 குறைவு

4. $3y^2 - 4yx + 9x^2$ என்ற கோவையில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்புக்கும் எண்கெழு காண்க.

5. x ஐக் கொண்டிருக்கும் உறுப்பையும், அதன் கெழுவையும் காண்க.

(i) $y^2x + y$ (ii) $3 + x + 3x^2y$

(iii) $5 + z + zx$ (iv) $2x^2y - 5xy^2 + 7y^2$

6. y^2 ஐக் கொண்டிருக்கும் உறுப்பையும் அதன் கெழுவையும் குறிப்பிடுக.

(i) $3 - my^2$ (ii) $6y^2 + 8x$ (iii) $2x^2y - 9xy^2 + 5x^2$

(iii) அடுக்கு

ஒரு மாறி a ஐ, 5 முறை பெருக்குவதை $a \times a \times a \times a \times a = a^5$ என எழுதலாம். (இதனை a இன் அடுக்கு 5 எனக் கூறலாம்). இதே போல், $b \times b \times b = b^3$ (b இன் அடுக்கு 3) மற்றும் $c \times c \times c \times c = c^4$($c$ இன் அடுக்கு 4). இங்கு a, b, c என்பவை அடிமானம் ஆகும். 5, 3, 4 என்பவை அடுக்கு ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.4

(i) $-8a^2$ என்ற உறுப்பில், மாறி a இன் அடுக்கு 2 ஆகும்.

(ii) m என்ற உறுப்பில், மாறி m இன் அடுக்கு 1 ஆகும்.

(iv) ஒத்த உறுப்புகளும், மாறுபட்ட உறுப்புகளும்

ஒத்த அடுக்குகளைக் கொண்ட ஒத்த மாறி அல்லது மாறிகளின் பெருக்கல் ஒத்த உறுப்புகள் எனப்படும். வெவ்வேறு அடுக்குகளைக் கொண்ட வெவ்வேறு மாறிகள் அல்லது மாறிகளின் பெருக்கல் மாறுபட்ட உறுப்புகள் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.5

(i) $x, \; -5x, \; 9x$ ஆகிய உறுப்புகள் அனைத்தும் x என்ற மாறியையே கொண்டுள்ளதால், இவை ஒத்த உறுப்புகள் எனப்படும்.

(ii) $4x^2y, \; -7yx^2$ ஆகிய உறுப்புகள் அனைத்தும் x^2y என்ற மாறியையே கொண்டுள்ளதால், இவை ஒத்த உறுப்புகள் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.6

(i) $6x, \; 6y$ ஆகியவை மாறுபட்ட உறுப்புகளாகும்.

(ii) $3xy^2, \; 5xy, \; 8x, \; -10y$ ஆகியவை மாறுபட்ட உறுப்புகளாகும்.

ஒத்த உறுப்புகளையும் மாறுபட்ட உறுப்புகளையும் குறிப்பிடுக.

(i) $13x$ மற்றும் $5x$

(ii) $-7m$ மற்றும் $-3n$

(iii) $4x^2z$ மற்றும் $-10zx^2$

(iv) $36mn$ மற்றும் $-5nm$

(v) $-8p^2q$ மற்றும் $3pq^2$

(v) இயற்கணிதக் கோவையின் படி

$8x^2-6x+7$ என்ற கோவையை எடுத்துக் கொள்வோம். இதில் $8x^2, \; -6x$ மற்றும் 7 என்ற 3 உறுப்புகள் உள்ளன. $8x^2$ என்ற உறுப்பில், மாறி x இன் அடுக்கு 2 ஆகும். $-6x$ என்ற உறுப்பில், மாறி x இன் அடுக்கு 1 ஆகும். 7 என்ற உறுப்பை மாறிலி அல்லது தனி உறுப்பு எனக் கூறலாம்.

$7 = 7\times 1 = 7x^0$ இங்கு x இன் அடுக்கு 0 ஆகும். மேலே கூறப்பட்டுள்ள கோவையில் $8x^2$ ஆனது மிகப்பெரிய அடுக்காக 2 ஐக் கொண்டுள்ளது. எனவே, $8x^2-6x+7$ என்ற கோவையின் படி 2 ஆகும்.

$6x^2y + 2xy + 3y^2$ என்ற கோவையை எடுத்துக் கொள்வோம். இதில் $6x^2y$ என்ற உறுப்பில் மாறி x^2y யின் அடுக்கு 3. (x மற்றும் y இன் அடுக்குகளை கூட்ட நாம் பெறுவது அதாவது $2 + 1 = 3$) $2xy$ என்ற உறுப்பில் மாறி xy யின் அடுக்கு 2. $3y^2$ என்ற உறுப்பில் மாறி y^2 யின் அடுக்கு 2.

எனவே, $6x^2y + 2xy + 3y^2$ என்ற கோவையில் $6x^2y$ என்ற உறுப்பானது மிகப்பெரிய அடுக்காக 3 ஐக் கொண்டுள்ளது. ஆகவே , இக்கோவையின் படி 3 ஆகும்.

எனவே ஒரே ஒரு மாறியைக் கொண்ட கோவையில் அந்த மாறியின் மிக உயர்ந்த அடுக்கு அந்த கோவையின் படி எனப்படுகிறது. ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட மாறிகளைக் கொண்ட கோவையில் மாறிகளின் உயர்ந்த அடுக்குகளின் கூட்டுத்தொகை அந்த கோவையின் படி எனப்படுகிறது.

குறிப்பு : ஒரு மாறிலியின் படி 0 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.7

(i) $5a^2 - 6a + 10$ என்ற கோவையின் படி 2

(ii) $3x^2 + 7 + 6xy^2$ என்ற கோவையின் படி 3

(iii) $m^2n^2 + 3mn + 8$ என்ற கோவையின் படி 4

(vi) ஒரு இயற்கணிதம் கோவையின் மதிப்பு

ஒரு கோவை மாறிகளைக் கொண்டது என்றும், ஒரு மாறி எந்த மதிப்பையும் பெறலாம் என்றும் நாம் அறிவோம். எனவே ஒவ்வொரு மாறியும் ஒரு மதிப்பைப் பெறும்போது கோவையும் ஒரு மதிப்பை பெறுகிறது.

எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு புத்தகத்தின் விலை x எனில், 5 புத்தகங்கள் வாங்கினால், நீ கொடுக்க வேண்டிய பணம் $5x$ ஆகும். $5x$ என்ற கோவையின் மதிப்பானது மாறி x எடுக்கும் மதிப்பைப் பொறுத்து அமையும்.

$x = 4$ எனில், $5x = 5 \times 4 = 20$.

$x = 30$ எனில், $5x = 5 \times 30 = 150$.

எனவே, ஒரு கோவையின் மதிப்பை காண xஇன் கொடுக்கப்பட்ட மதிப்பை பிரதியிட வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.8

$x = 2$ எனில், கீழ்க்காணும் கோவைகளின் மதிப்பைக் காண்க.

(i) $x + 5$ (ii) $7x - 3$ (iii) $20 - 5x^2$

தீர்வு : $x = 2$ ஐ பின்வரும் கோவைகளில் பிரதியிட்டால்

(i) $x + 5 = 2 + 5 = 7$

(ii) $7x - 3 = 7(2) - 3$

$= 14 - 3 = 11$

(iii) $20 - 5x^2 = 20 - 5(2)^2$

$= 20 - 5(4)$

$= 20 - 20 = 0$

எடுத்துக்காட்டு 2.9

$a = -3$, $b = 2$ எனில் கீழ்க்கண்ட கோவைகளின் மதிப்பைக் காண்க.

(i) $a + b$ (ii) $9a - 5b$ (iii) $a^2 + 2ab + b^2$

தீர்வு : $a = -3$, $b = 2$ என பிரதியிட

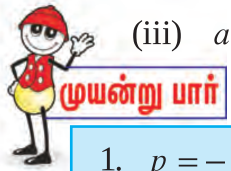
(i) $a + b = -3 + 2 = -1$

(ii) $9a - 5b = 9(-3) - 5(2)$

$= -27 - 10 = -37$

(iii) $a^2 + 2ab + b^2 = (-3)^2 + 2(-3)(2) + 2^2$

$= 9 - 12 + 4 = 1$



1. $p = -3$ எனில், கீழ்க்கண்ட கோவைகளின் மதிப்பைக் காண்க.

   (i) $6p - 3$ (ii) $2p^2 - 3p + 2$

2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள மதிப்பை வைத்து கோவையின் மதிப்பைக் காண்க.

x	3	5	6	10
$x - 3$				

3. மாறியின் மதிப்பைக் காண்க.

x				
$2x$	6	14	28	42

பயிற்சி 2.2

1. சரியான விடையை தேர்ந்தெடுக்க

(i) $5m^2 + 25mn + 4n^2$ என்ற கோவையின் படி

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(ii) $p = 40$, $q = 20$ எனில் $(p - q) + 8$ என்ற கோவையின் மதிப்பு

(A) 60 (B) 20 (C) 68 (D) 28

(iii) $x^2y + x^2y^2 + y$ என்ற கோவையின் படி

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(iv) $m = -4$ எனில் $3m + 4$ என்ற கோவையின் மதிப்பு

(A) 16 (B) 8 (C) -12 (D) -8

(v) $p = 2, q = 3$ எனில் $(p + q) - (p - q)$ என்ற கோவையின் மதிப்பு

(A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3

2. கீழ்க்கண்டவற்றில் ஒத்த உறுப்புகளை குறிப்பிடுக.

(i) $4x, 6y, 7x$

(ii) $2a, 7b, -3b$

(iii) $xy, 3x^2y, -3y^2, -8yx^2$

(iv) $ab, a^2b, a^2b^2, 7a^2b$

(v) $5pq, -4p, 3q, p^2q^2, 10p, -4p^2, 25pq, 70q, 14p^2q^2$

3. கோவைகளின் படியைக் குறிப்பிடுக.

(i) $x^2 + yz$ (ii) $15y^2 - 3$ (iii) $6x^2y + xy$

(iv) $a^2b^2 - 7ab$ (v) $1 - 3t + 7t^2$

4. $x = -1$ எனில், கீழ்வருவனவற்றின் மதிப்பைக் காண்க.

(i) $3x - 7$ (ii) $-x + 9$ (iii) $3x^2 - x + 7$

5. $a = 5$, $b = -3$, எனில், கீழ்வருவனவற்றின் மதிப்பைக் காண்க.

(i) $3a - 2b$ (ii) $a^2 + b^2$ (iii) $4a^2 + 5b - 3$

2.2 கோவைகளின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல்

ஒத்த உறுப்புகளின் கூட்டலும் கழித்தலும்

ஒத்த உறுப்புகள், மாறுபட்ட உறுப்புகள் பற்றி நாம் முன்பே அறிந்திருக்கிறோம். ஒத்த உறுப்புகளை மட்டுமே கூட்ட முடியும் என்பது கூட்டலின் அடிப்படைத் தத்துவமாகும்.

இரண்டு அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட ஒத்த உறுப்புகளின் கூட்டலைக் காண, அவற்றின் எண் கெழுக்களை நாம் கூட்ட வேண்டும். இதைப்போன்று, இரண்டு ஒத்த உறுப்புகளின் வேறுபாடு காண, அவற்றின் எண் கெழுக்களின் வேறுபாட்டை நாம் காண வேண்டும்.

ஒத்த உறுப்புகளின் கூட்டல் அல்லது கழித்தல் காண இரண்டு வழிமுறைகள் உள்ளன. அவை,

(i) கிடை முறை (Horizontal method)

(ii) நிலைக் குத்து முறை (Vertical method)

(i) கிடை முறை: இந்த வழிமுறையில் அனைத்து உறுப்புகளையும் கிடை வரிசையில் வரிசைப்படுத்தி, ஒத்த உறுப்புகளை ஒன்று படுத்தியப் பின்னர் அவற்றின் கூட்டல் அல்லது கழித்தலைக் காண வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.10

கூடுதல் காண்க : $2x, 5x$.

தீர்வு: $2x + 5x = (2 + 5) \times x$

$= 7 \times x = 7x$

(ii) நிலைக் குத்து முறை : இந்த வழிமுறையில், ஒத்த உறுப்புகளை நிலைக்குத்தாக எழுதி பின்னர், நாம் அவற்றின் கூட்டல் அல்லது கழித்தலைக் காண வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.11

கூடுதல் காண்க : $4a, 7a$.

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 4\,a \\ +\;\; 7\,a \\ \hline 11\,a \\ \hline \end{array}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.12

கூடுதல் காண்க : $7pq,\ -4pq,\ 2pq$.

தீர்வு:

கிடை முறை

$7pq - 4pq + 2pq$

$= (7 - 4 + 2)\times pq$

$= 5\,pq$

நிலைக் குத்து முறை

$$\begin{array}{r} 7\,pq \\ -4\,pq \\ +\,2\,pq \\ \hline 5\,pq \\ \hline \end{array}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.13

கூடுதல் காண்க $5x^2y,\ 7x^2y,\ -3x^2y,\ 4x^2y$.

தீர்வு:

கிடை முறை

$5x^2y + 7x^2y - 3x^2y + 4x^2y$

$=(5 + 7 - 3 + 4)x^2y$

$= 13x^2y$

நிலைக் குத்து முறை

$$\begin{array}{r} 5x^2y \\ +7x^2y \\ -3x^2y \\ +\,4x^2y \\ \hline 13x^2y \\ \hline \end{array}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.14

$7a$ இலிருந்து $3a$ ஐக் கழிக்க.

தீர்வு:

கிடை முறை

$7a - 3a = (7 - 3)a$

$= 4\,a$

நிலைக் குத்து முறை

$$\begin{array}{r} 7\,a \\ +\,3\,a \\ (-)\quad \\ \hline 4\,a \\ \hline \end{array}$$

(குறியீட்டை மாற்றவும்)

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

நாம் ஒரு எண்ணிலிருந்து மற்றொரு எண்ணைக் கழிக்கும்போது இரண்டாவது எண்ணின் கூட்டல் நேர்மாறை முதல் எண்ணுடன் கூட்ட வேண்டும். அதாவது, 6 இல் இருந்து 4 ஐக் கழிக்க, 4 இன் குறியீட்டைமாற்றி – (கூட்டலின் நேர்மாறு) $6 - 4 = 2$ என எழுத வேண்டும்.

குறிப்பு : ஒரு உறுப்பைக் கழிக்கும் செயல் என்பது அதன் நேர் மாறை கூட்டும் செயலுக்கு சமமானது உதாரணமாக $+ 3a$ ஐக் கழித்தல் என்பது $- 3a$ஐக் கூட்டுவதற்குச் சமமானது.

எடுத்துக்காட்டு 2.15

(i) $9xy$ இலிருந்து $-2xy$ ஐக் கழிக்கவும்.

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 9xy \\ -2xy \\ (+) \\ \hline 11xy \\ \hline \end{array}$$

(குறியீட்டை மாற்றவும்)

(ii) $-6p^2q^2$ இலிருந்து $8p^2q^2$ ஐக் கழிக்கவும்.

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} -6p^2q^2 \\ +8p^2q^2 \\ (-) \\ \hline -14p^2q^2 \\ \hline \end{array}$$

ஒத்த உறுப்புகளை கூட்டுவது அல்லது கழிப்பது போன்று மாறுபட்ட உறுப்புகளை கூட்டுவது அல்லது கழிப்பது என்பது இயலாது.

x உடன் நாம் 7ஐக் கூட்டுவதற்கு, $x + 7$ என எழுதுவோம். இதில் x மற்றும் 7 ஆகிய இரு உறுப்புகளும் மாறாமல் உள்ளன.

இது போலவே மாறுபட்ட உறுப்புகளான $4xy$ மற்றும் 5 ஐக் கூட்டி இவற்றின் கூட்டலை $4xy + 5$. என எழுதுவோம். $5pq$ இலிருந்து 6 ஐக் கழித்தால் $5pq - 6$ கிடைக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.16

கூடுதல் காண்க : $6a + 3, 4a - 2$.

தீர்வு:

ஒத்த உறுப்புகள் ($6a$, $4a$)

$$6a + 3 + 4a - 2$$

ஒத்த உறுப்புகள் (3, -2)

$= 6a + 4a + 3 - 2$ (ஒத்த உறுப்புகளை ஒன்று சேர்த்தல்)

$= 10a + 1$

எடுத்துக்காட்டு 2.17

சுருக்குக : $6t + 5 + t + 1$

தீர்வு:

ஒத்த உறுப்புகள் ($6t$, t)

$6t + 5 + t + 1$

ஒத்த உறுப்புகள் (5, 1)

$= 6t + t + 5 + 1$ (ஒத்த உறுப்புகளை ஒன்று சேர்த்தல்)

$= 7t + 6$

எடுத்துக்காட்டு 2.18

கூடுதல் காண்க : $5y + 8 + 3z$, $4y - 5$

தீர்வு:

$5y + 8 + 3z + 4y - 5$

$= 5y + 4y + 8 - 5 + 3z$ (ஒத்த உறுப்புகளை ஒன்று சேர்த்தல்)

$= 9y + 3 + 3z$ (மாறுபட்ட உறுப்பான $3z$ அப்படியே இருக்கும்)

எடுத்துக்காட்டு 2.19

$15n^2 - 10n + 6n - 6n^2 - 3n + 5$ என்ற கோவையைச் சுருக்குக.

தீர்வு:

ஒத்த உறுப்புகளை ஒன்று சேர்க்க

$15n^2 - 6n^2 - 10n + 6n - 3n + 5$

$= (15 - 6)n^2 + (-10 + 6 - 3)n + 5$

$= 9n^2 + (-7)n + 5$

$= 9n^2 - 7n + 5$

எடுத்துக்காட்டு 2.20

கூடுதல் காண்க : $10x^2 - 5xy + 2y^2$, $-4x^2 + 4xy + 5y^2$, $3x^2 - 2xy - 6y^2$.

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 10x^2 - 5xy + 2y^2 \\ -4x^2 + 4xy + 5y^2 \\ +3x^2 - 2xy - 6y^2 \\ \hline 9x^2 - 3xy + y^2 \\ \hline \end{array}$$

கூடுதல் காண்க :

(i) $8m - 7n$, $3n - 4m + 5$

(ii) $a + b$, $-a + b$

(iii) $4a^2$, $-5a^2$, $-3a^2$, $7a^2$

எடுத்துக்காட்டு 2.21

$-8a+9b$ இலிருந்து $6a-3b$ ஐக் கழிக்க

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} -8a + 9b \\ +6a - 3b \\ (-) \quad (+) \\ \hline -14a + 12b \\ \hline \end{array}$$

> **உங்களுக்குத் தெரியுமா?**
>
> $-(8-5) = -8+5,$
>
> $-2(m-n) = -2m+2n$
>
> எண்களில் குறிகளைப் பயன்படுத்துவது போலவே இயற்கணித உறுப்புகளின் குறிகளும் கையாளப்படுகிறது

எடுத்துக்காட்டு 2.22

$3(5p-q+3)$ இலிருந்து $2(p-q)$ஐக் கழிக்கவும்

தீர்வு:

$$3(5p-q+3)-2(p-q)$$
$$= 15p-3q+9-2p+2q$$
$$= 15p-2p-3q+2q+9$$
$$= 13p-q+9$$

எடுத்துக்காட்டு 2.23

a^2-b^2-3ab இலிருந்து a^2+b^2-3ab ஐக் கழிக்க

தீர்வு:

கிடை முறை

$$(a^2-b^2-3ab)-(a^2+b^2-3ab)$$
$$= a^2-b^2-3ab-a^2-b^2+3ab$$
$$= -b^2-b^2$$
$$= -2b^2$$

நிலைக்குத்து முறை

$$\begin{array}{r} a^2 - b^2 - 3ab \\ a^2 + b^2 - 3ab \\ (-) \quad (-) \quad (+) \\ \hline -2b^2 \\ \hline \end{array}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.24

$A = 5x^2+7x+8$, $B = 4x^2-7x+3$ எனில், $2A-B$ ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$$2A = 2(5x^2+7x+8)$$
$$= 10x^2+14x+16$$

எனவே $2A-B = (10x^2+14x+16)-(4x^2-7x+3)$

$$= 10x^2+14x+16-4x^2+7x-3$$
$$= 6x^2+21x+13$$

கழிக்க:

(i) $(a+b)$ இலிருந்து $(a-b)$ ஐக் கழிக்க

(ii) $(-2x+8y)$ இலிருந்து $(5x-3y)$ ஐக் கழிக்க

எடுத்துக்காட்டு 2.25

$6b^2$ ஐப் பெறுவதற்கு $14b^2$ லிருந்து எதை கழிக்க வேண்டும் ?

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 14b^2 \\ 6b^2 \\ (-) \\ \hline 8b^2 \\ \hline \end{array}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.26

$-a^2-b^2+6ab$ ஐப் பெறுவதற்கு $3a^2-4b^2+5ab$ இலிருந்து எதைக் கழிக்க வேண்டும் ?

தீர்வு:

$$\begin{array}{ccc} 3a^2 & -4b^2 & +5ab \\ -a^2 & -b^2 & +6ab \\ (+) & (+) & (-) \\ \hline 4a^2 & -3b^2 & -ab \\ \hline \end{array}$$

பயிற்சி 2.3

1. சரியான விடையை தேர்ந்தெடுக்க:

(i) $4x$, $-8x$ மற்றும் $7x$ ஆகியவற்றின் கூடுதல்

(A) $5x$ (B) $4x$ (C) $3x$ (D) $19x$

(ii) 2ab, 4ab, $-8ab$ இன் கூடுதல்

(A) 14 ab (B) $-2ab$ (C) $2ab$ (D) $-14ab$

(iii) $5ab+bc-3ab$ என்பது

(A) $2ab+bc$ (B) $8ab+bc$ (C) $9ab$ (D) $3ab$

(iv) $5y-3y^2-4y+y^2$ என்பது

(A) $9y+4y^2$ (B) $9y-4y^2$ (C) $y+2y^2$ (D) $y-2y^2$

(v) $A=3x+2$, $B=6x-5$ எனில், $A-B$ என்பது

(A) $-3x+7$ (B) $3x-7$ (C) $7x-3$ (D) $9x+7$

2. சுருக்குக:

(i) $6a - 3b + 7a + 5b$

(ii) $8l - 5l^2 - 3l + l^2$

(iii) $-z^2 + 10z^2 - 2z + 7z^2 - 14z$

(iv) $p - (p - q) - q - (q - p)$

(v) $3mn - 3m^2 + 4nm - 5n^2 - 3m^2 + 2n^2$

(vi) $(4x^2 - 5xy + 3y^2) - (3x^2 - 2xy - 4y^2)$

3. கூட்டுக :

(i) $7ab,\ 8ab,\ -10ab,\ -3ab$

(ii) $s + t,\ 2s - t,\ -s + t$

(iii) $3a - 2b,\ 2p + 3q$

(iv) $2a + 5b + 7,\ 8a - 3b + 3,\ -5a - 7b - 6$

(v) $6x + 7y + 3, -8x - y - 7, 4x - 4y + 2$

(vi) $6c - c^2 + 3,\ -3c - 9,\ c^2 + 4c + 10$

(vii) $6m^2n + 4mn - 2n^2 + 5,\ n^2 - nm^2 + 3,\ mn - 3n^2 - 2m^2n - 4$

4. கழிக்க :

(i) $14a$ இலிருந்து $6a$ ஐக் கழிக்க

(ii) $6a^2b$ இலிருந்து $-a^2b$ ஐக் கழிக்க

(iii) $-4x^2y^2$ இலிருந்து $7x^2y^2$ ஐக் கழிக்க

(iv) $xy + 12$ இலிருந்து $3xy - 4$ ஐக் கழிக்க

(v) $n(5 - m)$ இலிருந்து $m(n - 3)$ ஐக் கழிக்க

(vi) $-10p - 6p^2$ இலிருந்து $9p^2 - 5p$ ஐக் கழிக்க

(vii) $5m^2 - 9$ இலிருந்து $-3m^2 + 6m + 3$ ஐக் கழிக்க

(viii) $6s - 10$ இலிருந்து $-s^2 + 12s - 6$ ஐக் கழிக்க

(ix) $6n^2 - 4mn - 4m^2$ இலிருந்து $5m^2 + 6mn - 3n^2$ ஐக் கழிக்க

5. (i) $4x^2 + 6xy$ ஐப் பெறுவதற்கு $3x^2 + xy + 3y^2$ உடன் எதைக் கூட்ட வேண்டும் ?

(ii) $-5p + 8q + 20$ பெறுவதற்கு $4p + 6q + 14$ இலிருந்து எதைக் கழிக்க வேண்டும் ?

(iii) $A = 8x - 3y + 9$, $B = -y - 9$ மற்றும்
$C = 4x - y - 9$ எனில், $A + B - C$ ஐக் காண்க.

6. ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்கள் $3a + 4b - 2$, $a - 7$ மற்றும் $2a - 4b + 3$ எனில், அதன் சுற்றளவு என்ன ?

7. ஒரு செவ்வகத்தின் பக்கங்கள் $3x + 2$ மற்றும் $5x + 4$ எனில், அதன் சுற்றளவைக் காண்க.

8. ராம் மேல்சட்டைக்காக ரூபாய் 4a+3 மற்றும் நோட்டுப்புத்தகத்திற்காக ரூபாய் $8a - 5$ம் செலவு செய்கிறான் எனில், இரண்டுக்கும் செலவு செய்யும் மொத்த தொகை எவ்வளவு ?

9. ஒரு கம்பியின் நீளம் $10x - 3$மீ அதிலிருந்து பயன்பாட்டிற்கு $3x + 5$ மீ நீளம் வெட்டியெடுக்கப்படுகிறது எனில் மீதமுள்ள கம்பியின் நீளம் எவ்வளவு?

10. $A = p^2 + 3p + 5$ மற்றும் $B = 2p^2 - 5p - 7$ எனில்,
(i) $2A + 3B$ (ii) $A - B$ காண்க.

11. $P = m^2 + 8m$ மற்றும் $Q = -m^2 + 3m - 2$ எனில் $P - Q + 8$ இன் மதிப்புக் காண்க.

2.3 இரு மாறிகள் கொண்ட எளிய கோவை

செவ்வகத்தைப் பற்றி நீங்கள் அனைவரும் அறிந்துள்ளீர்கள் அதன் பரப்புளவு $l \times b$ ஆகும். இங்கு 'l' மற்றும் 'b' மாறிகளாகும். எண்களுக்கான நான்கு அடிப்படைச் செயல்கள், மாறிகளிலும் பின்பற்றப்படும். மாறிகளைப் பயன்படுத்தி ஒரு சில கூற்றுகளை கோவைகளாக மாற்ற நாம் முயற்சிப்போம்.

செயலி	கூற்று	இயற்கணிதக் கோவை
கூட்டல்	x மற்றும் y ன் கூடுதல்	$x + y$
கழித்தல்	a மற்றும் bக்குள்ள வேறுபாடு	$a - b$ ($a > b$ எனில்) (அல்லது) $b - a$ ($b > a$ எனில்)
பெருக்கல்	x மற்றும் y ன் பெருக்கற்பலன்	$x \times y$ (அல்லது) xy
வகுத்தல்	p ஐக் q வால் வகுக்க	$p \div q$ (அல்லது) $\frac{p}{q}$

எத்தகைய கணிதச் செயல்களை, கணித வாக்கியங்களில் பயன்படுத்துவது என்பதை கற்கவும், மனதில் வைத்துக் கொள்ளவும் கீழ்க்கண்ட அட்டவணை பயன்படும்.

கூட்டல்	கழித்தல்	பெருக்கல்	வகுத்தல்
கூடுதல்	வேறுபாடு	பெருக்கற்பலன்	ஈவு
அதிகரித்தல் கூட்டல் கூட்டுவதற்கு அதிகமாக	குறைத்தல் கழித்தல் கழிப்பதற்கு குறைவாக	பெருக்கப்படுதல் மடங்கு	வகுக்கப்படுதல் விகிதம்

எடுத்துக்காட்டு 2.27

கீழ்க்கண்டவற்றை இயற்கணிதக் கோவைகளாக எழுதுக.

1) m மற்றும் n ஆகியவற்றின் கூட்டுப்பலனின் இருமடங்கு.

2) a இன் இருமடங்கிலிருந்து b ஐக் குறைத்தல்.

3) x மற்றும் y என்ற இரு எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்.

4) p மற்றும் q இன் பெருக்கற்பலனை 7 உடன் கூட்டல்.

5) a மற்றும் b இன் பெருக்கலின் இரு மடங்கை 5 ஆல் வகுத்தல்.

6) x ஆனது y இன் மூன்றில் இரு பங்கை விட அதிகம்.

7) x என்ற எண்ணின் பாதியிலிருந்து 3 ஐக் குறைத்தல்.

8) m மற்றும் n என்ற எண்களின் கூடுதலில் இருந்து அவற்றின் பெருக்கற் பலனைக் குறைத்தல்.

9) y மற்றும் 6 இன் கூடுதலில் இருந்து x இன் 4 மடங்கை கழிக்க.

10) a இன் மூன்றில் ஒரு பங்குடன் m இன் கூடுதலின் இரு மடங்கு.

11) y ஐ 5ஆல் வகுத்து x உடன் கூட்டுக.

தீர்வு:

1) $2(m+n)$

2) $b-2a$

3) x^2+y^2

4) $7+pq$

5) $\frac{2ab}{5}$

6) $\frac{2}{3}y+x$

7) $\frac{x}{2}-3$

8) $(m+n)-mn$

9) $(y+6)-4x$

10) $2\left(\frac{1}{3}a+m\right)$

11) $\frac{y}{5}+x$

கீழ்க்கண்டவற்றை இயற்கணிதக் கோவைகளாக எழுதுக.

(i) a மடங்கு b.

(ii) a, b கூடுதலை 5 ஆல் பெருக்குக.

(iii) இரண்டு மடங்கு m ஐ n ஆல் குறைத்தல்.

(iv) நான்கு மடங்கு x ஐ y ஆல் வகுத்தல்.

(v) ஐந்து மடங்கு p ஐ 3 மடங்கு q ஆல் பெருக்குக.

பயிற்சி 2.4

1. சரியான விடையை தேர்ந்தெடுக்க :

(i) 5 மடங்கு x, 3 மடங்கு y மற்றும் 7 இன் கூடுதல்

(A) $5(x+3y+7)$ (B) $5x+3y+7$

(C) $5x+3(y+7)$ (D) $5x+3(7y)$

(ii) a மற்றும் b இன் கூடுதலின் பாதி

(A) $\frac{1}{2}(a+b)$ (B) $\frac{1}{2}a+b$ (C) $\frac{1}{2}(a-b)$ (D) $\frac{1}{2}+a+b$

(iii) x மற்றும் y இன் வேறுபாட்டின் 3 மடங்கு

(A) $3x-y$ (B) $3-x-y$ (C) $xy-3$ (D) $3(y-x)$

(iv) y மற்றும் z இன் பெருக்களில் இருந்து 2 குறைவு

(A) $2-yz$ (B) $2+yz$ (C) $yz-2$ (D) $2y-z$

(v) 6 மற்றும் q இன் பெருக்கலுடன் p இன் பாதியை கூட்டல்

(A) $\frac{p}{2}+6q$ (B) $p+\frac{6q}{2}$ (C) $\frac{1}{2}(p+6q)$ (D) $\frac{1}{2}(6p+q)$

2. மாறி, மாறிலி மற்றும் எண்கணிதச் செயல்பாடுகளை உபயோகித்து கீழ்க்கண்டவற்றை இயற்கணிதக் கோவைகளாக எழுதுக :

(i) x மற்றும் இரண்டு மடங்கு y இன் கூடுதல்.

(ii) y இல் இருந்து z ஐக் கழிக்க.

(iii) x மற்றும் y இன் பெருக்கலுடன் 4 ஐக் கூட்டுக.

(iv) 3 மடங்கு x மற்றும் 4 மடங்கு y இன் வேறுபாடு.

(v) 10, x மற்றும் y இன் கூடுதல்.

(vi) p மற்றும் q பெருக்கலிருந்து 5 ஐக் கழிக்க.

(vii) 12இலிருந்து m மற்றும் n இன் பெருக்கலை கழிக்க.

(viii) a மற்றும் b இன் கூடுதலை அதன் பெருக்கலில் இருந்து கழிக்க.

(ix) c மற்றும் d இன் பெருக்கலின் 3 மடங்குடன் எண் 6 ஐக் கூட்டுக.

(x) x மற்றும் y இன் பெருக்கலின் 4 மடங்கை 3 ஆல் வகுக்க.

2.4 எளிய நேரிய சமன்பாடுகள்

ஒரு சிலையை மலருக்கு அவரின் மாமா அன்பளிப்பாக அளித்தார். அந்த சிலையின் எடையை அவள் அறிந்து கொள்ள விரும்பினாள் . அதை அறிய தராசு தட்டை பயன்படுத்தினாள். அவளின் எடை 40கி.கி மேலும் சிலையின் எடையும், உருளைக்கிழங்கின் எடையும் சேர்ந்தது அவளின் எடை எனக் கண்டறிந்தாள்.

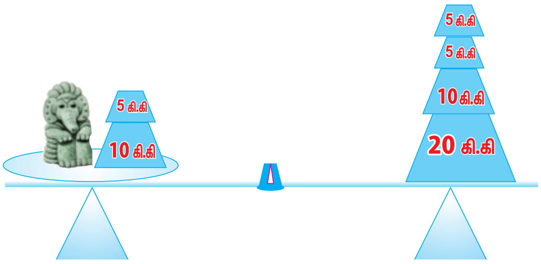
அதாவது,

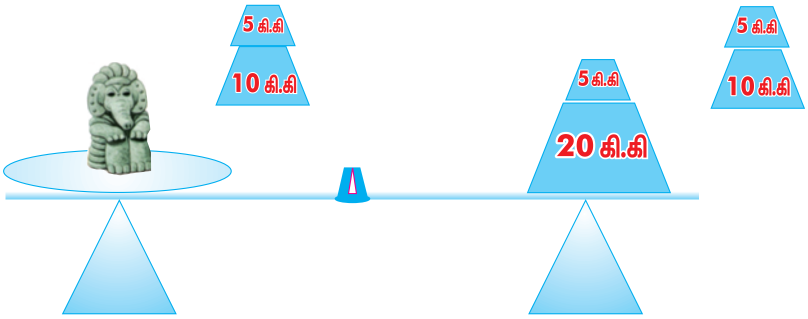
சிலையின் எடை	கூடுதல்	உருளைக்கிழங்கின் எடை	சமம்	மலரின் எடை
s	+	15 கி.கி	=	40 கி.கி

அட்டவணை 2.1

மேற்கண்டவற்றில் இருந்து sன் மதிப்பை அறிய சிந்திப்போம்.

15 ஐ இரு புறமும் நீக்க





மீதமுள்ளது சிலையின் எடையாகும்.

$$s + 15 = 40 \quad \text{(அட்டவணை 2.1 இலிருந்து)}$$

$$s + 15 - 15 = 40 - 15 \quad \text{(15 ஐ இருபக்கமிருந்தும் எடுத்துவிடல்)}$$

$$s = 25$$

எனவே சிலையின் எடை 25கி.கி.

$s + 15 = 40$ என்ற கூற்று ஒரு சமன்பாடாகும். அதாவது ஒரு கூற்றில் இரு எண் கோவைகள் சமமாக இருப்பின் அதை சமன்பாடு என்கிறோம்.

சமப்படுத்த ஒரு குறிப்பிட்ட எடையை மற்ற பக்கத்திலிருத்து நீக்கினால், அதே அளவு எடையை மற்ற பக்கத்திலிருந்தும் நீக்க வேண்டும்.

ஒரு குறிப்பிட்ட எடையை ஒரு பக்கத்தில் கூட்டினால் அதே அளவு எடையை மற்ற பக்கத்திலும் கூட்ட வேண்டும்.

இதைப் போலவே இருபுறமும் சம எடை கொண்ட தராசு போன்றது சமன் பாடாகும். சமன்பாட்டில் சமக்குறியீடு எப்போதும் இடம் பெற்றிருக்கும் இடப்புறமுள்ள கோவையின் மதிப்பும் (LHS) வலப்புறமுள்ள கோவையின் மதிப்பும் (RHS) சமம் என்பதை இந்த சமகுறியீடு உணர்ந்த்துகிறது.

★ $x + 7 = 15$ என்ற சமன்பாட்டைக் கருதுக

இதில் இடப்புறம் உள்ளது $x + 7$

வலப்புறம் உள்ளது 15

இருபுறமும் 7 ஐக் கழிக்க

$x + 7 - 7 = 15 - 7$ (7 ஐக் கழிக்க இடப்புறமுள்ளது x ஆகக் குறைகிறது)

$x = 8$ (மாறி x தனியாகப் பிரிக்கப்படுகிறது)

✶ $n - 3 = 10$ என்ற சமன்பாட்டைக் கருதுக

இடப்புறம் $n - 3$

வலப்புறம் 10

இருபுறமும் 3 ஐச் சேர்க்க

$n - 3 + 3 = 10 + 3$

$n = 13$ (மாறி n தனியாகப் பிரிக்கப்படுகிறது)

✶ $4m = 28$ என்ற சமன்பாட்டை கருதுக

இருபுறமும் 4 ஆல் வகுக்க

$$\frac{4m}{4} = \frac{28}{4}$$

$$m = 7$$

✶ $\frac{y}{2} = 6$ என்ற சமன்பாட்டை கருதுக

இருபுறமும் 2 ஆல் பெருக்குக

$$\frac{y}{2} \times 2 = 6 \times 2$$

$$y = 12$$

ஒரு சமன்பாட்டின் சமநிலை மாறாதிருக்க, அச்சமன்பாட்டின் ஒருபுறம் எந்த ஒரு எண்ணைக் கூட்டினாலும் (கழித்தாலும்) மறுபுறமும் அதே எண்ணைக் கூட்ட (கழிக்க) வேண்டும். இதே போல் பூஜ்ஜியமற்ற எண்களால் இருபுறமும் பெருக்க அல்லது வகுக்க சமன்பாடு சமநிலையிலிருக்கும். எனவே சமன்பாட்டின் தீர்வுகாண, சமன்பாட்டில் உள்ள மாறியைத் தனியாகப் பிரித்தெடுக்க எண்கணிதச் செயல்பாடுகளை மேற்கொள்ள வேண்டியுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 2.28

தீர்க்க $3p + 4 = 25$

தீர்வு: $3p + 4 - 4 = 25 - 4$ (இருபுறமும் 4 ஐக் கழிக்க)

$$3p = 21$$

$$\frac{3p}{3} = \frac{21}{3}$$ (இருபுறமும் 3 ஆல் வகுக்க)

$$p = 7$$

எடுத்துக்காட்டு 2.29

தீர்க்க $7m - 5 = 30$

தீர்வு: $7m - 5 + 5 = 30 + 5$ (இருபுறமும் 5 ஐக் கூட்டுக)

$7m = 35$

$\frac{7m}{7} = \frac{35}{7}$ (இருபுறமும் 7 ஆல் வகுக்க)

$m = 5$

சமன்பாட்டிற்குத் தீர்வு காணும் பொழுது, ஒரே எண்ணால் பொதுவாக இருபுறமும் கூட்டவோ அல்லது கழிக்கவோ செய்கின்றோம். இதே போல் ஒரு எண்ணை இருபுறமும் கூட்டவோ அல்லது கழிக்கவோ செய்யாமல் நாம் எண்ணை இடமாற்றம் செய்யலாம்.

எண்ணை இடமாற்றம் செய்வது என்பதும் (ஒரு பக்கத்திலிருந்து மற்றொரு பக்கத்திற்கு எடுத்து செல்வது) ஒரே எண்ணை இருபுறமும் கூட்டவோ அல்லது கழிக்கவோ செய்யும் செயலும் ஒன்றேயாகும். எண்ணை இடமாற்றம் செய்யும் பொழுது அதன் குறியை மாற்ற வேண்டும். இடமாற்றத்திற்கு சில எடுத்துக்காட்டுகளைக் காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.30

தீர்க்க $2a - 12 = 14$

தீர்வு:

இருபுறமும் கூட்டவும் அல்லது கழிக்கவும்	இடமாறுதல்
$2a - 12 = 14$ $2a - 12 + 12 = 14 + 12$ (இருபுறமும் 12 ஆல் கூட்டல்) $2a = 26$ $\frac{2a}{2} = \frac{26}{2}$ (இருபுறமும் 2 ஆல் வகுத்தல்) $a = 13$	$2a - 12 = 14$ இடபுறமுள்ள (-12) ஐ வலப்புறம் இடமாற்று $2a = 14 + 12$ (இடமாற்றுகையில் -12 என்பது $+12$ ஆக மாறும்) $2a = 26$ $\frac{2a}{2} = \frac{26}{2}$ (இருபுறம் 2 ஆல் வகுக்க) $a = 13$

எடுத்துக்காட்டு 2.31

தீர்க்க $5x + 3 = 18$

தீர்வு: $+3$ ஐ இடப்புறத்திலிருந்து வலப்புறத்திற்கு இடமாற்றுக

$5x = 18 - 3$ (இடமாறுகையில் $+3$, -3ஆகும்)

$5x = 15$

$$\frac{5x}{5} = \frac{15}{5}$$ (இருபுறமும் 5 ஆல் வகுக்க)

$$x = 3$$

எடுத்துக்காட்டு 2.32

தீர்க்க $2(x+4) = 12$

தீர்வு: இடப்புறம் உள்ள அடைப்புகளை நீக்க இருபுறமும் 2 ஆல் வகுக்க

$$\frac{2(x+4)}{2} = \frac{12}{2}$$

$$x + 4 = 6$$

$$x = 6 - 4$$ (+4 ஐ வலதுபுறத்திற்கு இடமாற்றும்பொழுது)

$$x = 2$$

எடுத்துக்காட்டு 2.33

தீர்க்க $-3(m-2) = 18$

தீர்வு: இடப்புறம் உள்ள அடைப்புகளை நீக்க இருபுறமும் (-3) ஆல் வகுக்க

$$\frac{-3(m-2)}{-3} = \frac{18}{-3}$$

$$m - 2 = -6$$

$$m = -6 + 2$$ (-2 ஐ வலதுபுறத்திற்கு இடமாற்றும்பொழுது)

$$m = -4$$

எடுத்துக்காட்டு 2.34

தீர்க்க $(3x + 1) - 7 = 12$

தீர்வு:

$$(3x + 1) - 7 = 12$$

$$3x + 1 - 7 = 12$$

$$3x - 6 = 12$$

$$3x = 12 + 6$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{18}{3}$$

$$x = 6$$

எடுத்துக்காட்டு 2.35

தீர்க்க $5x + 3 = 17 - 2x$

தீர்வு:

$$5x + 3 = 17 - 2x$$

$$5x + 2x = 17 - 3$$

(+ 3 ஐ வலதுபுறத்திற்கும், $-2x$ ஐ இடதுபுறத்திற்கும் இடமாற்றும்பொழுது)

$$7x = 14$$

$$\frac{7x}{7} = \frac{14}{7}$$

$$x = 2$$

எடுத்துக்காட்டு 2.36

அடுத்தடுத்து வரும் மூன்று முழுக்களின் கூடுதல் 45. அந்த முழுக்களைக் காண்க.

தீர்வு: முதல் முழு x என்க

$\Rightarrow$ இரண்டாவது எண் $= x + 1$

மூன்றாவது எண் $= x + 1 + 1 = x + 2$

அதன் கூடுதல் $= x + (x + 1) + (x + 2) = 45$

$$3x + 3 = 45$$

$$3x = 42$$

$$x = 14$$

ஆகவே அம்மூன்று முழுக்கள், $x = 14$, $x + 1 = 15$ மற்றும் $x + 2 = 16$.

எடுத்துக்காட்டு 2.37

ஓர் எண்ணை 60 உடன் கூட்டும்பொழுது கிடைப்பது 75. அந்த எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு: கண்டுப்பிடிக்க வேண்டிய எண் x எனக் கொள்க.

சமன்பாடு, $60 + x = 75$

$$x = 75 - 60$$

$$x = 15$$

எடுத்துக்காட்டு 2.38

ஓர் எண்ணிலிருந்து 20 ஐ கழிக்கக்கிடைப்பது 80. அந்த எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு: கண்டுப்பிடிக்க வேண்டிய எண் x எனக் கொள்க.

சமன்பாடு, $x - 20 = 80$

$$x = 80 + 20$$

$$x = 100$$

எடுத்துக்காட்டு 2.39

ஓர் எண்ணின் பத்தில் ஒரு பகுதி 63. அந்த எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு: கண்டுப்பிடிக்க வேண்டிய எண் x எனக் கொள்க.

சமன்பாடு,
$$\frac{1}{10}(x) = 63$$
$$\frac{1}{10}(x) \times 10 = 63 \times 10$$
$$x = 630$$

எடுத்துக்காட்டு 2.40

ஓர் எண்ணை 4 ஆல் வகுத்து அதனுடன் 6 ஐக் கூட்டக் கிடைப்பது 10. அந்த எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு: கண்டுப்பிடிக்க வேண்டிய எண் x எனக் கொள்க.

சமன்பாடு,
$$\frac{x}{4} + 6 = 10$$
$$\frac{x}{4} = 10 - 6$$
$$\frac{x}{4} = 4$$
$$\frac{x}{4} \times 4 = 4 \times 4$$
$$\therefore \quad x = 16.$$

எடுத்துக்காட்டு 2.41

தென்றலின் வயது, ரேவதியின் வயதைவிட 3 குறைவு. தென்றலின் வயது 18 எனில், ரேவதியின் வயது என்ன ?

தீர்வு: ரேவதியின் வயது x என்க

$\Rightarrow$ தென்றலின் வயது $= x - 3$

தென்றலின் வயது 18 வருடங்கள் எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$\Rightarrow \quad x - 3 = 18$$
$$x = 18 + 3$$
$$x = 21$$

ஆதலால் ரேவதியின் வயதி 21 வருடங்களாகும்.

பயிற்சி 2.5

1. சரியான விடையை தேர்ந்தெடுக்க:

(i) $p + 3 = 9$ எனில், p என்பது

(A) 12 (B) 6 (C) 3 (D) 27

(ii) $12 - x = 8$ எனில், x என்பது

(A) 4 (B) 20 (C) -4 (D) -20

(iii) $\frac{q}{6} = 7$ எனில், q என்பது

(A) 13 (B) $\frac{1}{42}$ (C) 42 (D) $\frac{7}{6}$

(iv) $7(x-9) = 35$ எனில், x என்பது

(A) 5 (B) -4 (C) 14 (D) 37

(v) ஓர் எண்ணின் மூன்று மடங்கு 60 எனில், அந்த எண்

(A) 63 (B) 57 (C) 180 (D) 20

2. தீர்க்க :

(i) $x - 5 = 7$ (ii) $a + 3 = 10$ (iii) $4 + y = -2$

(iv) $b - 3 = -5$ (v) $-x = 5$ (vi) $-x = -7$

(vii) $3 - x = 8$ (viii) $14 - n = 10$ (ix) $7 - m = -4$

(x) $20 - y = -7$

3. தீர்க்க :

(i) $2x = 100$ (ii) $3l = 42$ (iii) $36 = 9x$

(iv) $51 = 17a$ (v) $5x = -45$ (vi) $5t = -20$

(vii) $-7x = 42$ (viii) $-10m = -30$ (ix) $-2x = 1$

(x) $-3x = -18$

4. தீர்க்க :

(i) $\frac{1}{2}x = 7$ (ii) $\frac{a}{6} = 5$ (iii) $\frac{n}{3} = -8$

(iv) $\frac{p}{-7} = 8$ (v) $\frac{-x}{5} = 2$ (vi) $\frac{-m}{3} = -4$

5. தீர்க்க :

(i) $3x + 1 = 10$ (ii) $11 + 2x = -19$ (iii) $4z - 3 = 17$

(iv) $4a - 5 = -41$ (v) $3(x + 2) = 15$ (vi) $-4(2 - x) = 12$

(vii) $\frac{y + 3}{5} = 14$ (viii) $\frac{x}{3} + 5 = 7$ (ix) $6y = 21 - y$

(x) $11m = 42 + 4m$ (xi) $-3x = -5x + 22$ (xii) $6m - 1 = 2m + 1$

(xiii) $3x - 14 = x - 8$ (xiv) $5x - 2x + 7 = x + 1$ (xv) $5t - 3 = 3t - 5$

6. இரு எண்களின் கூட்டல் பலன் 33. ஓர் எண் 18 எனில், மற்றொரு எண்ணைக் காண்க.
7. ஓர் எண்ணுடன் 12 ஐக் கூட்ட கிடைப்பது 25. அந்த எண்ணைக் காண்க.
8. ஓர் எண்ணிலிருந்து 60 ஐக் கழித்தால் 48 கிடைக்கும். அந்த எண்ணைக் காண்க.
9. ஓர் எண்ணின் 5 மடங்கு 60 எனில், அந்த எண் என்ன ?
10. ஓர் எண்ணின் 3 மடங்குலிருந்து 6 ஐக் கழித்தால் 18 கிடைக்கும் அந்த எண்ணைக் காண்க.
11. அடுத்தடுத்து வரும் இரு எண்களின் கூடுதல் 75 எனில் அந்த எண்கள் யாவை ?
12. ராமின் தந்தை அவனிடம் 70 ரூபாய் கொடுத்தார். இப்பொழுது அவனிடம் 130 ரூபாய் இருக்கிறது அப்படியானால் முதலில் அவனிடம் எவ்வளவு ரூபாய் இருந்தது ?
13. 8 வருடங்களுக்கு முன் என் வயது 27. இப்பொழுது என் வயது என்ன ?

தீர்க்க:

(i) $y + 18 = -70$ (ii) $-300 + x = 100$

(iii) $\frac{t}{3} - 5 = -6$ (iv) $2x + 9 = 19$

(v) $3x + 4 = 2x + 11$

வாங்க விளையாடலாம்

ஏதாவது ஒரு எண்ணை நினைத்துக் கொள்ளுங்கள் என்று ராம் தம் நண்பர்களான அருண், சரண்யா, ரவி ஆகியோர்களிடம் கூறினான். நினைத்த எண்ணுடன் 50 ஐக் கூட்டிக் கிடைக்கும் விடையை இரு மடங்காக்குமாறு கூறினான். பிறகு அவர்களைப் பார்த்து கடைசியாக் கிடைத்த விடையுடன் 48 ஐக் கூட்டி 2 ஆல் வகுத்து வரும் விடையிலிருந்து நினைத்த எண்ணைக் கழிக்குமாறு கூறினான். உங்கள் அனைவருக்கும் கடைசியாகக் கிடைத்த எண் 74 தானே என்று ராம் கூற அனைவருக்கும் ஆச்சரியம்.

அருண் நினைத்த எண் 16, சரண்யா நினைத்த எண் 20, ரவி நினைத்த எண் 7 இவற்றை சரிபார்க்கலாமே !

		அருண்	சரண்யா	ரவி
ஒரு எண்ணை நினைவில் கொள்க	x	16	20	7
50 ஐ கூட்டுக	$x+50$			
இரண்டு மடங்காக ஆக்குக	$2x + 100$			
48 ஐ கூட்டுக	$2x + 148$			
2 ஆல் வகுக்க	$x + 74$			
நீ நினைத்த எண்ணை கழிக்க	74			

நினைவில் கொள்க!

1. இயற்கணிதம், கணிதத்தின் ஒரு பகுதி ஆகும். கணிதச் செயல்பாடுகள், எண்கள் மற்றும் ஆங்கில எழுத்துக்களையும் உள்ளடக்கியதாக இப்பகுதி உள்ளது.
2. வேறுபட்ட எண் மதிப்புகளை எடுத்துக் கொள்ளக்கூடிய ஒரு அளவீட்டிற்கு ஒரு மாறி அல்லது உரு எனப்படும்.
3. நிலையான எண் மதிப்பைப் பெறக்கூடிய ஒரு அளவீடு மாறிலி எனப்படும்.
4. மாறிகளையும், எண்களையும் கணிதச் செயற்பாடுகள் மூலமாகச் சேர்த்து எழுதப்படும் கோவை இயற்கணிதக் கோவையாகும்.
5. பல உறுப்புகளால் உருவானது கோவைகள் எனப்படும்.
6. ஒத்த அடுக்குகளைக் கொண்ட ஒத்த மாறி அல்லது மாறிகளின் பெருக்கல் ஒத்த உறுப்புகள் எனப்படும். வெவ்வேறு அடுக்குகளைக் கொண்ட வெவ்வேறு மாறிகள் அல்லது மாறிகளின் பெருக்கல் மாறுபட்ட உறுப்புகள் எனப்படும்.
7. ஒரு மாறியால் ஆன ஒரு கோவையின் படி என்பது அந்த மாறியின் மிக உயர்ந்த அடுக்கு ஆகும். ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட மாறிகளால் ஆன ஒரு கோவையின்படி என்பது, மாறிகளுடைய அடுக்குகளின் உயர்ந்த கூடுதல் ஆகும்.
8. சமத் தன்மையுள்ள இரு கோவைகளைக் கொண்ட ஒரு கூற்று சமன்பாடு என்று அழைக்கப்படும்.
9. ஒரு சமன்பாட்டின் வலதுபக்கத்தையும், இடதுபக்கத்தையும் இடமாற்றம் செய்வதால் அதன் மதிப்பு மாறாது.
10. மாறியின் எந்த மதிப்பு சமன்பாட்டை நிறைவு செய்கிறதோ, அந்த மதிப்பை அச்சமன்பாட்டின் தீர்வு என்றழைக்கப்படுகிறது.

3 வாழ்வியல் கணிதம்

3.1 அறிமுகம்

நாம் நம்முடைய அன்றாட வேலைகளில் – நம் வீட்டு சமையல், வீட்டை அலங்கரித்தல், நம் அன்றாட வரவு செலவுகளை கணக்கிடுதல் ஆகியவற்றில் நம்மை அறியாமலேயே கணிதக் கொள்கைகளை பயன்படுத்துகிறோம். இந்த கொள்கைளை மக்கள் பல கண்டங்களில், பல நாடுகளில் பல ஆயிரக் கணக்கான வருடங்களாக பல நாடுகளில், பயன்படுத்தி வருகிறார்கள். நீங்கள் சென்னை கடற்கரையில் படகை செலுத்தினாலும் (அ) ஊட்டியில் வீட்டை கட்டினாலும், கணக்கை பயன்படுத்தியே செயல்களை செய்து முடிக்கிறீர்கள்.

கணக்கு எப்படி இவ்வளவு பொதுவாக இருக்க முடியும்? முதலில், மனிதர்கள் கணக்கின் கோட்பாடுகளை அறியவில்லை, அதை இருப்பதிலிருந்தே உருவாக்கம் செய்தார்கள். கணக்கின் மொழி ஆங்கிலமோ (அ) ஜெர்மனோ (அ) ரஷிய மொழியோ கிடையாது, கணக்கின்மொழி எண்கள் ஆகும். நாம் எண்களின் மொழியில் கை தேர்ந்தவர்களாக இருந்தால், அது முக்கியமான முடிவுகளை எடுப்பதில் உதவுவது மட்டுமின்றி நம் அன்றாட பணிகளிலும் உதவுகிறது. நாம் புத்திசாலித்தனமாக பொருட்களை வாங்குவதற்கும், ஒரு குறிப்பிட்டத் தொகைக்குள் வீட்டை சீர்படுத்துவதற்கும், மக்கட்தொகை அதிகரிப்பை புரிந்து கொள்வதற்கும், சரியாக சேமிப்பதற்கம் கணக்கு உதவுகிறது.

நாம் நம் நடைமுறை வாழ்க்கையில் பயன்படுத்தக் கூடிய கணக்கின் அடிப்படைக் கொள்கைகளை கற்கலாம்.

3.2 மீள் பார்வை – விகிதம், விகிதசமம்

விகிதம் மற்றும் விகிதசமத்தின் வரையறைகளையும் உண்மைகளையும் நினைவு கூர்ந்து கீழ்க்கண்ட கோடிட்ட இடங்களை உதவிப் பெட்டியைப் பயன்படுத்தி நிரப்புக:

1. ஒரே வகையான இரு அளவுகளை வகுத்தல் மூலம் ஒப்பிடுவது ____________ ஆகும் .
2. ஒப்பிடக் கூடிய இரு அளவுகளை விகிதத்தின் __________ என்பர்.
3. விகிதத்தின் முதல் உறுப்பை ___________ என்றும், இரண்டாம் உறுப்பை _________ என்றும் குறிப்பிடலாம்.
4. ஒரே ____________ உடைய இரு அளவுகளை விகிதத்தில் ஒப்பிடலாம்.
5. விகிதத்திலுள்ள உறுப்புகள் பொதுக் காரணிகளைக் கொண்டிருந்தால் அவற்றிலுள்ள ______நீக்கிச் சுருக்கலாம்.
6. விகிதத்தின் இரு உறுப்புகளையும் ஒரே எண்ணால் பெருக்கினாலோ (அ) வகுத்தாலோ (பூஜ்ஜியத்தைத் தவிர) விகிதம் ___________ இருக்கும். அவ்வாறு கிடைக்கும் விகிதங்களை ___________ எனக் கூறலாம்

7. விகிதத்தில், உறுப்புகளின் வரிசை மிகவும் முக்கியமானது. (சரியா/தவறா)

8. விகிதம் என்பது எண்களால் ஆனது. எனவே அதற்கு அலகுகள் தேவையில்லை. (சரியா/தவறா)

9. விகிதங்களின் சமத்தன்மையை ____________. எனக் கூறலாம். $a,b;c,d$ ஆகியவை விகிதசமத்தில் இருக்குமானால், அவற்றை $a:b::c:d$ என எழுதலாம்.

10. விகிதசமத்தில் ஈற்றெண்களின் பெருக்குத்தொகை =____________

உதவிப் பெட்டி:

1) விகிதம்	2) உறுப்புகள்	3) முன்னுறுப்பு, பின்னுறுப்பு
4) அலகு	5) பொது காரணிகள்	6) மாறாமல், சமானமான விகிதங்கள்
7) சரி	8) சரி	9) விகிதசமம்
10) இடை எண்களின் பெருக்குத்தொகை		

எடுத்துக்காட்டு 3.1

2:7 என்ற விகிதத்திற்கு 5 சமானமான விகிதங்களை காண்க.

தீர்வு:

2 : 7 என்பதை $\frac{2}{7}$ என எழுதலாம். $\frac{2}{7}$ என்ற பின்னத்தின் தொகுதியையும், பகுதியையும் 2, 3, 4, 5, 6 ஆல் பெருக்க,

$$\frac{2\times 2}{7\times 2} = \frac{4}{14}, \frac{2\times 3}{7\times 3} = \frac{6}{21}, \frac{2\times 4}{7\times 4} = \frac{8}{28}$$
$$\frac{2\times 5}{7\times 5} = \frac{10}{35}, \frac{2\times 6}{7\times 6} = \frac{12}{42}$$

4 : 14, 6 : 21, 8 : 28, 10 : 35, 12 : 42 என்பவை 2 : 7 இன் சமான விகிதங்களாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.2

270 : 378ஐ சுருக்குக.

தீர்வு:

$$270:378 = \frac{270}{378}$$

தொகுதியையும், பகுதியையும் **2** ஆல் வகுக்க,

$$\frac{270 \div 2}{378 \div 2} = \frac{135}{189}$$

3 ஆல் வகுக்க

$$\frac{135 \div 3}{189 \div 3} = \frac{45}{63}$$

9 ஆல் வகுக்க

மாற்றுமுறை :

270,378 ஐக் காரணிப்படுத்த,

$$\frac{270}{378} = \frac{2\times 3\times 3\times 3\times 5}{2\times 3\times 3\times 3\times 7}$$
$$= \frac{5}{7}$$

$$\frac{45 \div 9}{63 \div 9} = \frac{5}{7}$$

270 : 378 என்பது 5 : 7 என ஆகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 3.3

9 மாதத்திற்கும், 1வருடத்திற்கும் இடையேயான விகிதத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

1 வருடம் = 12 மாதங்கள்

9 மாதத்திற்கும் 12 மாதத்திற்கும்

இடையேயான விகிதம் = 9 : 12

9 : 12 என்பதனை $\frac{9}{12}$ என எழுதலாம்.

$$= \frac{9 \div 3}{12 \div 3} = \frac{3}{4}$$

= 3 : 4

> விகிதத்தில் ஒரே வகையான இரு அளவுகளை மட்டுமே ஒப்பிட முடியும் என்பதால் வருடத்தை மாதத்திற்கு மாற்ற வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.4

60 மாணவர்கள் கொண்ட ஒரு வகுப்பில், மாணவ, மாணவிகளுக்கு இடையேயான விகிதம் 2:1 எனில், அவ்வகுப்பில் மாணவ, மாணவிகளின் எண்ணிக்கை யாது?

தீர்வு:

மொத்த மாணவர்கள் = 60

மாணவ, மாணவிகளுக்கிடையேயான உள்ள விகிதம் = 2 : 1

மொத்த பகுதி = 2 + 1 = 3

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை = 60 இல் $\frac{2}{3}$ பங்கு

$= \frac{2}{3} \times 60 = 40$

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை = 40

மாணவிகளின் எண்ணிக்கை = மொத்த மாணவர்கள் – மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

= 60 – 40

= 20 [அல்லது]

மாணவிகளின் எண்ணிக்கை = 20

> மாணவிகளின் எண்ணிக்கை
> = 60 இல் $\frac{1}{3}$ பங்கு
> = 20

எடுத்துக்காட்டு 3.5

24 மீ நீளமுள்ள ஒரு ரிப்பன் 3 : 2 : 7 என்ற விகிதத்தில் 3 துண்டுகளாக வெட்டப்படுகிறது எனில், ஒவ்வொரு துண்டின் நீளம் என்ன?

தீர்வு:

ரிப்பனின் நீளம் = 24 மீ

மூன்று துண்டுகளின் விகிதங்கள் = 3 : 2 : 7

மொத்த பகுதிகள் = 3 + 2 + 7 = 12

முதல் துண்டின் நீளம் = $\frac{3}{12} \times 24 = 6$ மீ

இரண்டாம் துண்டின் நீளம் = $\frac{2}{12} \times 24 = 4$ மீ

மூன்றாம் துண்டின் நீளம் = $\frac{7}{12} \times 24 = 14$ மீ

ரிப்பனின் மூன்று துண்டுகளின் நீளங்கள் 6 மீ, 4 மீ, 14 மீ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.6

ஒரு வகுப்பில் உள்ள மாணவ மாணவிகளின் விகிதம் 4 : 5 மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 20 எனில், மாணவிகளின் எண்ணிக்கை என்ன?

தீர்வு:

மாணவ, மாணவிகளின் விகிதம் = 4 : 5

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை = 20

மாணவிகளின் எண்ணிக்கை x என்க

மாணவ, மாணவிகளின் எண்ணிக்கையின் விகிதம் 20 : x

4 : 5, 20 : x இரண்டும் மாணவ, மாணவிகளையே குறிக்கிறது

எனவே 4 : 5 :: 20 : x

ஈற்றெண்களின் பெருக்குத்தொகை = $4 \times x$

இடை எண்களின் பெருக்குத்தொகை = 5×20

விகித சமத்தில், ஈற்றெண்களின் பெருக்குத்தொகை = இடை எண்களின் பெருக்குத்தொகை

$$4 \times x = 5 \times 20$$

$$x = \frac{5 \times 20}{4} = 25$$

மாணவிகளின் எண்ணிக்கை = 25

எடுத்துக்காட்டு 3.7

A : B = 4 : 6, B : C = 18 : 5, எனில், A : B : C யின் விகிதத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

A : B = 4 : 6

B : C = 18 : 5

6, 18 இன் மீ.சி.ம = 18

A : B = 12 : 18

B : C = 18 : 5

A : B : C =12 : 18 : 5

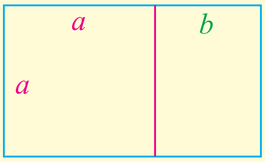
குறிப்பு

மூன்று விகிதங்களை ஒப்பிட, முதல்விகிதத்தின்இரண்டாவது உறுப்பையும் (பின்நிகழ் உறுப்பு), இரண்டாம் விகிதத்தின் முதல் உறுப்பையும் (முன்நிகழ் உறுப்பு) சமமாக்க வேண்டும்.

தெரிந்து கொள்க

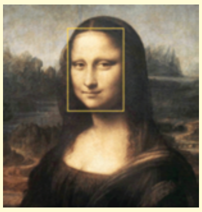
தங்கவிகிதம்: தங்க விகிதம் என்பது ஒரு சிறப்பு எண்ணாகும். அதன் தோராய மதிப்பு 1.6180339887498948482$\cdots$ ஆகும். இதனை பை (Φ) என்ற கிரேக்க எழுத்தால் குறிப்பிடுகிறோம். தங்க விகிதத்தில் இடம் பெறும் தசம எண்கள் சுழல் தசம எண்களால் ஆனதல்ல.

தங்க செவ்வகம்: செவ்வகத்தின் நீள, அகல அளவுகளின் விகிதங்கள் தங்க விகிதத்தில் அமைந்திருந்தால், அச்செவ்வகத்தை தங்க செவ்வகம் என்று கூறலாம்.தங்க செவ்வகத்தின் ஒரு பக்கம் 2 அடி எனில் அதன் மற்றொரு பக்கம் (தோராயமாக) = 2 (1.62) = 3.24 அடி ஆகும்.



தங்க துண்டு : ஒரு கோட்டுத் துண்டை இரு பாகங்களாகப் பிரிக்கும் போது, இரு துண்டுகளின் விகிதம் தங்கவிகிதம் எனில் $\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{AC}$ எனில், அது தங்க துண்டு ஆகும்.

தங்கவீதத்தின் பயன்பாடு



யோசித்துப்பார்!

1. 1லிருந்து 9 வரையான எண்களைப் பயன்படுத்தி விகிதசமம் பலவற்றை எழுதுக. விகித சமத்தில் ஒவ்வொரு எண்ணும் ஒரு முறை மட்டுமே இடம் பெறவேண்டும். விகித சமத்தை அமைக்கும் எண்கள் ஓரிலக்க எண்களாக இருக்க வேண்டும்.

   எடுத்துக்காட்டு: $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

2. கலப்பு உலோகத்தில், துத்தநாகமும், செம்பும் 4 : 9 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. இந்த கலப்பு உலோகத்தில் எந்த உலோகம் அதிகம் உள்ளது?

3. ஒரு வெண்கலச் சிலை, செப்பு, தகரம், ஈயம் ஆகிய உலோகத்தால் செய்யப்பட்டுள்ளது. அது $\frac{1}{10}$ பங்கு தகரமும், $\frac{1}{4}$பங்கு ஈயமும், மீதமுள்ள பங்கு செம்பாலும் ஆனதாகும். வெண்கலச்சிலையில் செம்பின் பங்கு என்ன?

3.2 மாறல்

மரங்களை வெட்டுதல் → விளைவு → வெப்பத்தின் அளவு அதிகரிக்கும்

வாகனம் அதிகம் பயன்படுத்துதல் → விளைவு → மாசு அதிகரிக்கும்

மேற்கண்ட கூற்றுகள் எதைத் தெரிவிக்கின்றன ? இவை சில மாற்றங்களை உணர்த்துகின்றன.

நன்றாகப் படித்தால் → அதிக மதிப்பெண் பெறலாம்.

அதிகம் சாப்பிட்டால் → உடல் பருமனாகும்

வகுப்பில் உரக்கப் பேசினால் → வகுப்பு கூச்சல் குழப்பமாகும்

மேற்கண்ட கூற்றுகளிலிருந்து, ஒரு காரணியில் மாற்றம் ஏற்படும் பொழுது, அதனோடு தொடர்புடைய காரணியிலும் மாற்றம் ஏற்படும் என்பது தெளிவாகின்றது. இந்த மாற்றத்தை நாம் மாறல் என்கிறோம்.

கீழ் கண்டவற்றைப் பொருத்துக:

அதிகப் பேனாக்கள் வாங்கினால் ?	ஆசிரியர்களின் எண்ணிக்கை அதிகமாகும்
மாணவர்களின் எண்ணிக்கைஅதிகமானால் ?	செலவு அதிகமாகும்
குறைந்த தொலைவுப் பயனித்தால் ?	பையின் எடை குறையும்
புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை குறைந்தால் ?	நேரம் குறையும்

மேற்கண்டவை ஒன்றையொன்று சார்ந்து, அளவில் மட்டும் மாற்றமடைகிறது.

இதிலிருந்து, ஒரு பொருளின் அளவு அதிகரிக்கும் போது (↑) அதனோடு தொடர்புடைய மற்றொரு பொருளின் அளவும் அதிகரிக்கும் (↑). ஒரு பொருளின் அளவு குறையும் போது (↓) அதனோடு தொடர்புடைய மற்றொரு பொருளின் அளவும் குறையும் (↓) என்பதை அறிகிறோம்.

இப்போழுது கீழ்க்கண்ட அட்டவணைகளை கவனிக்கவும்:

ஒரு பேனாவின் விலை(₹)	10 பேனாக்களின் விலை (₹)
5	$10 \times 5 = 50$
20	$10 \times 20 = 200$
30	$10 \times 30 = 300$

பேனாக்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும் போது அவற்றின் மொத்த விலைவும் அதற்குத் தகுந்தவாறு அதிகரிக்கும்.

5 சட்டைகளின் விலை (₹)	ஒரு சட்டையின் விலை (₹)
3000	$\frac{3000}{5} = 600$
1000	$\frac{1000}{5} = 200$

சட்டைகளின் எண்ணிக்கை குறையும் பொழுது, அவற்றின் விலையும் அதற்குத் தகுந்தவாறு குறையும்.

எனவே, ஒரு பொருளின் அளவு அதிகரிக்கும் (↑) [குறையும் (↓)] பொழுது மற்றொரு பொருளின் அளவும் ஒரே வீதத்தில் அதிகரித்தால் (↑) [குறைந்தால் (↓)] அவை இரண்டும் நேர் விகிதத்தில் மாறுகிறது எனலாம்.

மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகளைப் பார்ப்போம்:

i) மகிழுந்தின் வேகத்தை அதிகரிக்கும் பொழுது, சென்றடைய வேண்டிய இடத்திற்கான நேரம் அதிகரிக்குமா (அ) குறையுமா?

ii) ஒரு விடுதியில் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை குறையும்பொழுது, அவர்களுக்கு வழங்கப்பட்ட சமையல் பொருட்களின் உபயோகம் அதிக நாட்களுக்கு வருமா (அ) குறையுமா?

மகிழுந்தின் வேகம் அதிகரிக்கும் போது சென்றடைய வேண்டிய இடத்திற்கான நேரம் குறையும் என்பது நாம் அறிந்ததே.

அதைப்போல, விடுதியில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை குறையும்பொழுது, சமையல் பொருட்கள் அதிகமான நாட்களுக்கு வரும் என்பது உண்மை.

எனவே, ஒரு பொருளின் அளவு அதிகரிக்கும் (↑) [குறையும் (↓)] பொழுது அதனோடு தொடர்புடைய மற்றொரு பொருளின் அளவு குறையும் (↓) [அதிகரிக்கும் (↑)] எனில் அவை இரண்டும் எதிர்மாறல் என்கிறோம்.

கீழ்க்கண்டவை நேர்மாறலா அல்லது எதிர்மாறலா எனக் காண்க.

1. பென்சில்களின் எண்ணிக்கையும் அவற்றின் விலைகளும்.
2. கம்பங்களின் உயரமும், கொடுக்கப்பட்ட நேரத்தில் அவற்றின் நிழல்களின் நீளங்களும்.
3. ஒரு குறிப்பிட்ட தூரத்தைக் கடக்க வேகமும் எடுத்துக்கொள்ளும் நேரமும்
4. வட்டங்களின் ஆரங்களும் அவற்றின் பரப்பளவுகளும்
5. தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கையும் கொடுக்கப்பட்ட வேலையை முடிப்பதற்கான நாட்களும்.
6. ஒரு முகாமில் உள்ள படை வீரர்களின் எண்ணிக்கையும் வாராந்திர செலவுகளும்
7. அசலும் வட்டியும்
8. ஒரு புத்தகத்தில் வரிகளின் எண்ணிக்கையும் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையும்

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையைக் கவனிக்க:

பேனாக்களின் எண்ணிக்கை	x	2	4	7	10	20
பேனாக்களின் விலை (₹)	y	100	200	350	500	1000

'x' அதிகரிக்கும் (↑) பொழுது 'y' அதிகரிக்கும் (↑) என்பதை அறிகிறோம்.

பேனாக்களின் எண்ணிக்கைக்கும் அவற்றின் விலைக்கும் இடையேயான விகிதத்தை காண்க.

$$\frac{\text{பேனாக்களின் எண்ணிக்கை}}{\text{பேனாக்களின் விலை}} = \frac{x}{y} = \frac{2}{100}, \frac{4}{200}, \frac{7}{350}, \frac{10}{500}, \frac{20}{1000} \text{ ஆகும்.}$$

$$\text{விகிதம்} = \frac{1}{50} = \text{மாறிலி}$$

பேனாக்களின் எண்ணிக்கைக்கும் பேனாக்களின் விலைக்கும் இடையேயான விகிதம் ஒரு மாறிலி.

$$\therefore \frac{x}{y} = \text{நிலைத்த மாறிலி}$$

இரு பொருட்கள் நேர்மாறலில் இருப்பின், அவற்றின் விகிதங்கள் எப்பொழுதும் மாறிலியாகவே இருக்கும்.

இப்பொழுது, கீழ்க் கொடுக்கப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டை கவனியுங்கள்:

எடுத்துக்கொண்ட நேரம் (மணி)	$x_1 = 2$	$x_2 = 10$
பயண தூரம் (கி.மீ.)	$y_1 = 10$	$y_2 = 50$

இதிலிருந்து, பயண நேரம் அதிகரிக்கும் (↑) பொழுது பயணித்த தூரமும் அதிகரிக்கும் (↑) என்பதை அறிந்து கொள்ளலாம்.

$$X = \frac{x_1}{x_2} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$Y = \frac{y_1}{y_2} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

$$X = Y = \frac{1}{5}$$

நேர்மாறலில், ஒரு அளவானது ஒரு குறிப்பிட்ட விகிதத்தில் மாறும் பொழுது மற்றொரு அளவானதும் அதே விகிதத்தில் மாற்றமடைகிறது என்பதை மேற்கண்ட எடுத்துக் காட்டிலிருந்து தெரிந்து கொள்ளலாம்.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாறிகளின் தொடர்பை அறிந்துக் கொண்டு a மற்றும் b ஐ கண்டு பிடிக்கவும்.

எடுத்துக்கொண்ட நேரம் (மணி)	x	2	5	6	8	10	12
பயண தூரம் (கி.மீ.)	y	120	300	a	480	600	b

இங்கு எடுத்துக்கொண்ட நேரத்திற்கும் பயண தூரத்திற்கும் உள்ள விகிதத்தைக் காண்போம்.

$$\frac{\text{எடுத்துக் கொண்ட நேரம்}}{\text{பயண தூரம்}} = \frac{2}{120} = \frac{5}{300} = \frac{10}{600} = \frac{8}{480} = \frac{1}{60} = \text{மாறிலி}$$

(i.e.) $\frac{x}{y} = \frac{1}{60}$.

இப்பொழுது a வை கண்டு பிடிப்போம்

$$\frac{1}{60} = \frac{6}{a}$$

$$\frac{1 \times \boxed{6}}{60 \times \boxed{6}} = \frac{6}{360}$$

$$a = 360$$

$$\frac{1}{60} = \frac{12}{b}$$

$$\frac{1 \times \boxed{12}}{60 \times \boxed{12}} = \frac{12}{720}$$

$$b = 720$$

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையைக் காண்க :

வேகம் (கி.மீ. $ம^{-1}$)	x	120	80	60	48	40
எடுத்துக்கொண்ட நேரம் (மணி)	y	4	6	8	10	12

இங்கு x குறையும் (↓)பொழுது y அதிகரிப்பதைக்(↑) காணலாம்

$$xy = 120 \times 4 = 480$$

$$= 80 \times 6 = 60 \times 8 = 48 \times 10 = 40 \times 12 = 480$$

xy = மாறிலி

இரு அளவுகள் எதிர் மாறலில் இருப்பின், அவற்றின் பெருக்கற்பலன் மாறிலி ஆகும்.

கீழ்க்கண்ட எடுத்துக்காட்டை கவனிக்கவும்.

கீழ்க்கண்ட எடுத்துக்காட்டை கவனிக்கவும்:

வேகம் (கி.மீ. $ம^{-1}$)	$x_1 = 120$	$x_2 = 60$
எடுத்துக் கொண்ட நேரம் (மணி)	$y_1 = 4$	$y_2 = 8$

வேகம் அதிகரிக்கும் (↑)பொழுது, பயண நேரம் குறையும் (↓).

$$X = \frac{x_1}{x_2} = \frac{120}{60} = 2$$

$$Y = \frac{y_1}{y_2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad 1/Y = 2$$

$$X = \frac{1}{Y}$$

ஆதலால், எதிர்மாறலில் கொடுக்கப்பட்ட அளவானது ஒரு விகிதத்தில் மாறும் பொழுது, மற்றொரு அளவானது அதற்கு தலைகீழ் விகிதத்தில் மாறும்.

இப்பொழுது மாறிகளின் தொடர்பை அறிந்து, a மற்றும் b ஐ காண்க :

ஆட்களின் எண்ணிக்கை	x	15	5	6	b	60
நாட்களின் எண்ணிக்கை	y	4	12	a	20	1

$$xy = 15 \times 4 = 5 \times 12 = 60$$

$$xy = 60 = \text{மாறிலி}$$

xy மாறிலி என்பதை அறிகிறோம்.

$$6 \times a = 60$$

$$6 \times 10 = 60$$

$$a = 10$$

$$xy = 60$$

$$b \times 20 = 60$$

$$3 \times 20 = 60$$

$$b = 3$$

1. x மற்றும் y நேர்மாறலில் இருப்பின், கீழ்க்கண்டவற்றை நிரப்புக:

(i)

x	1	3			9	15
y	2		10	16		

(ii)

x	2	4	5		
y	6			18	21

2. x மற்றும் y எதிர்மாறலில் இருப்பின், கீழ்க்கண்டவற்றை நிரப்புக:

(i)

x	20	10	40	50	
y			50		250

(ii)

x		200	8	4	16
y	10		50		

எடுத்துக்காட்டு 3.8

16 பென்சில்களின் விலை ₹ 48 எனில், 4 பென்சில்களின் விலையைக் காண்க.

தீர்வு:

4 பென்சில்களின் விலையை 'a' எனக் கொள்வோம்.

பென்சில்களின் எண்ணிக்கை	விலை (₹)
x	y
16	48
4	a

பென்சில்களின் எண்ணிக்கை குறைந்தால் (↓), அதன் விலையும் குறையும் (↓). எனவே இந்த இரு அளவும் நேர் மாறலில் உள்ளன.

நேர்மாறலில், $\frac{x}{y}$ = மாறிலி என்பது நாம் அறிந்ததே

$$\frac{16}{48} = \frac{4}{a}$$

$$16 \times a = 48 \times 4$$

$$a = \frac{48 \times 4}{16} = 12$$

நான்கு பென்சில்களின் விலை = ₹ 12

மாற்றுமுறை:

4 பென்சில்களின் விலையை ‘a’ எனக் கொள்வோம் .

பென்சில்களின் எண்ணிக்கை	விலை(₹)
16	48
4	a

பென்சில்களின் எண்ணிக்கை குறையும் (↓) பொழுது, அதன் விலையும் குறைகிறது (↓). எனவே இது நேர்மாறல்.

$$\frac{16}{4} = \frac{48}{a}$$

$$16 \times a = 4 \times 48$$

$$a = \frac{4 \times 48}{16} = 12$$

4 பென்சில்களின் விலை = ₹ 12.

எடுத்துக்காட்டு 3.9

ஒரு மகிழுந்து 360 கிலோ மீட்டர் தூரத்தை 4 மணி நேரத்தில் கடக்கின்றது. அதே வேகத்தில் மகிழுந்து செல்லும் பொழுது, 6 மணி 30 நிமிடங்களில் எவ்வளவு தூரத்தைக் கடக்கும்.

தீர்வு:

$6\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் கடந்த தூரத்தை a என்று குறிப்பிடுவோம்.

நேரம் (மணி)	பயணித்த நேரம் (கி.மீ.)
x	y
4	360
$6\frac{1}{2}$	a

30 நிமிடங்கள் $= \frac{30}{60}$ மணி

$= \frac{1}{2}$ மணி

6 மணி 30 நிமிடங்கள்

$= 6\frac{1}{2}$ மணி

பயணநேரம் அதிகரித்தால் (↑),

பயணித்த தூரமும் அதிகரிக்கும் (↑). எனவே இது நேர்மாறல் .

நேர்மாறலில், $\frac{x}{y}$ = மாறிலி

$$\frac{4}{360} = \frac{6\frac{1}{2}}{a}$$

$$4 \times a = 360 \times 6\frac{1}{2}$$

$$4 \times a = 360 \times \frac{13}{2}$$

$$a = \frac{360 \times 13}{4 \times 2} = 585$$

$6\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் பயணித்த தூரம் = 585 கி.மீ.

மாற்றுமுறை:

$6\ \frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் பயணித்த தூரத்தை a என்று குறிப்பிடுவோம்

நேரம் (மணி)	பயணித்த நேரம் (கி.மீ.)
4	360
$6\frac{1}{2}$	a

பயணநேரம் அதிகரித்தால் (↑), பயணித்த தூரமும் அதிகரிக்கும் (↑). எனவே இது நேர்மாறல்.

$$\frac{4}{6\frac{1}{2}} = \frac{360}{a}$$

$$4 \times a = 360 \times 6\frac{1}{2}$$

$$4 \times a = 360 \times \frac{13}{2}$$

$$a = \frac{360}{4} \times \frac{13}{2} = 585$$

$6\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் பயணித்த தூரம் = 585கி.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 3.10

7 ஆட்கள் ஒரு வேலையை 52 நாட்களில் செய்து முடிக்கின்றனர். அதே வேலையை13 ஆட்கள் எத்தனை நாட்களில் செய்து முடிப்பார்கள்?

தீர்வு:

கண்டுபிடிக்க வேண்டிய நாட்களின் எண்ணிக்கையை a என்று குறிப்பிடுவோம் .

ஆட்களின் எண்ணிக்கை	நாட்களின் எண்ணிக்கை
x	y
7	52
13	a

ஆட்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும் (↑) பொழுது, நாட்களின் எண்ணிக்கை குறையும்(↓). எனவே இது எதிர்மாறல்.

எதிர்மாறலில், xy = மாறிலி

$$7 \times 52 = 13 \times a$$

$$13 \times a = 7 \times 52$$

$$a = \frac{7 \times 52}{13} = 28$$

எனவே, 13 ஆட்கள் இந்த வேலையை 28 நாட்களில் முடிப்பார்கள்.

மாற்றுமுறை:

கண்டுபிடிக்க வேண்டிய நாட்களின் எண்ணிக்கையை a என்று குறிப்பிடுவோம் .

ஆட்களின் எண்ணிக்கை	நாட்களின் எண்ணிக்கை
7	52
13	a

ஆட்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும் (↑) பொழுது, நாட்களின் எண்ணிக்கை குறையும்(↓). எனவே இது எதிர்மாறல்.

$$\frac{7}{13} = \frac{a}{52}$$

$$7 \times 52 = 13 \times a$$

$$13 \times a = 7 \times 52$$

$$a = \frac{7 \times 52}{13} = 28$$

எனவே, 13 ஆட்கள் இந்த வேலையை 28 நாட்களில் முடிப்பார்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 3.11

ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் 35 வரிகளைக் கொண்ட புத்தகத்தின் மொத்த பக்கங்கள் 120. அதே செய்தி ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் 24 வரிகளாக இருந்தால், புத்தகத்தின் மொத்த பக்கங்கள் எவ்வளவாக இருக்கும்?

தீர்வு: கண்டுபிடிக்க வேண்டிய பக்கங்களின் எண்ணிக்கையை a என்று குறிப்பிடுவோம் .

ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் உள்ள வரிகளின் எண்ணிக்கை	மொத்த பக்கங்களின் எண்ணிக்கை
35	120
24	a

ஒரு பக்கத்தில், வரிகளின் எண்ணிக்கை குறையும் (↓) பொழுது, புத்தகத்தில் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கின்றது (↑). எனவே இது எதிர்மாறல்.

$$\frac{35}{24} = \frac{a}{120}$$

$$35 \times 120 = a \times 24$$

$$a \times 24 = 35 \times 120$$

$$a = \frac{35 \times 120}{24}$$

$$a = 35 \times 5 = 175$$

ஒரு பக்கத்தில் 24 வரிகள் இருக்கும் பொழுது, புத்தகத்தின் மொத்த பக்கங்களின் எண்ணிக்கை= 175

பயிற்சி 3.1

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்கவும் :

i) 8 கிலோ அரிசியின் விலை ₹ 160 எனில், 18 கிலோ அரிசியின் விலை

(A) ₹ 480 (B) ₹ 180 (C) ₹ 360 (D) ₹ 1280

ii) 7 மாம்பழங்களின் விலை ₹ 35 எனில், 15 மாம்பழங்களின் விலை

(A) ₹ 75 (B) ₹ 25 (C) ₹ 35 (D) ₹ 50

iii) ஒரு இரயில் வண்டி 195கிலோமீட்டர் தூரத்தை 3 மணி நேரத்தில் கடக்கின்றது. அதே வேகத்தில், அந்த இரயில் வண்டி 5 மணி நேரத்தில் கடக்கும் தூரம்

(A) 195 கி. மீ. (B) 325 கி. மீ. (C) 390கி. மீ. (D) 975 கி. மீ.

iv) 8 ஆட்கள் ஒரு வேலையை 24 நாட்களில் செய்து முடித்தார்கள் எனில், அதே வேலையை 24 ஆட்கள் செய்து முடிக்க எடுத்துக்கொள்ளும் நாட்களின் எண்ணிக்கை

(A) 8 நாட்கள் (B) 16 நாட்கள் (C) 12 நாட்கள் (D) 24 நாட்கள்

v) 18 ஆட்கள் ஒரு வேலையை 20 நாளில் செய்து முடித்தார்கள் எனில், அதே வேலையை 24ஆட்கள் செய்து முடிக்க எடுத்துக்கொள்ளும் நாட்களின் எண்ணிக்கை

(A) 20 நாட்கள் (B) 22 நாட்கள் (C) 21 நாட்கள் (D) 15 நாட்கள்

2. 300 நபர்கள் கலந்துக் கொள்ளும் கல்யாண விருந்திற்கு 60 கிலோ காய்கறிகள் தேவைப்படுகிறது. 500 நபர் அந்த விருந்திற்கு வருவார்கள் எனில், எவ்வளவு காய்கறிகள் தேவைப்படும்?

3. 1500 மாணவர்கள் கொண்ட பள்ளிக்கு 90 ஆசிரியர்கள் தேவைப்படுகிறார்கள்.2000 மாணவர்கள் கொண்ட பள்ளிக்கு எத்தனை ஆசிரியர்கள் தேவை?

4. ஒரு மகிழுந்து 45 நிமிடங்களில் 60 கி. மீ கடக்கின்றது. அதே வேகத்தில் செல்லும் பொழுது, ஒரு மணி நேரத்தில் அது எவ்வளவு தூரம் கடக்கும்?

5. ஒரு நபர் 96 ச.மீ பரப்பளவை 8 நாட்களில் வெள்ளை அடித்தார். 18 நாட்களில் எவ்வளவு பரப்பளவை வெள்ளை அடிக்க முடியும்?

6. 7 பெட்டிகளின் எடை 36.4 கி.கி எனில், அதே அளவான 5 பெட்டிகளின் எடை எவ்வளவாக இருக்கும்?

7. 60 கி.மீ வேகத்தில் செல்லும் ஒரு மகிழ்வுந்து ஒரு குறிப்பிட்ட தூரத்தை 5 மணி நேரத்தில் கடக்கிறது. அதே தூரத்தை 40 கி.மீ வேகத்தில் சென்றால், எவ்வளவு நேரத்தில் கடக்கும்?

8. ஒரு வேலையை 150 ஆட்கள் 12 நாட்களில் முடித்துவிடுவார்கள். 120 ஆட்கள் அதே வேலையை எத்தனை நாட்களில் முடிப்பார்கள்?

9. 276 வீரர்கள் உள்ள ஒரு பட்டாளத்தில் 20 நாட்களுக்கு தேவையான சமையல் பொருட்கள் உள்ளது. அந்த பொருட்கள் 46 நாட்களுக்கு நீடிக்க வேண்டுமெனில் எத்தனை வீரர்கள் இந்த பட்டாளத்தை விட்டுச் செல்ல வேண்டும் ?

10. ஒரு புத்தகத்தில் 70 பக்கங்கள் உள்ளன. ஒரு பக்கத்தில் 30 வரிகள் அச்சிடப்படுகின்றது. ஆனால் அதே செய்தியை ஒரு பக்கத்தில் 20 வரிகள் என்று அச்சிட்டால், அந்த புத்தகத்தில் எத்தனை பக்கங்கள் இருக்கும்?

11. ஒரு ராணுவ முகாமில் 800 வீரர்கள் இருக்கிறார்கள். அவர்களுக்கு 60 நாட்களுக்கு போதுமான மளிகை சாமான்கள் உள்ளன. அந்த முகாமிற்கு மேலும் 400 வீரர்கள் வந்து சேர்ந்தார்கள் எனில், எத்தனை நாட்களுக்கு அந்த மளிகை சாமான்கள் போதுமானதாக இருக்கும்?

வேடிக்கைக்காக

ஒரு ஆந்தை தன் கூட்டினை ஒரு விநாடியில் கட்டினால், 200 ஆந்தைகள் தங்கள் கூட்டினை எவ்வளவு நேரத்தில் கட்டும்?
ஆந்தைகள் தங்கள் கூட்டினை கட்டுவதில்லை. அது பிற பறவைகள் கட்டிய கூட்டில் அல்லது மரப்பொந்தில் தங்கும்.

முயன்று பார்

கீழே உள்ள வினாக்களைப் படியுங்கள். நீங்கள் இதுவரை படித்த பல முறைகளையும் யோசித்து அனைத்து முறைகளிலும் இவற்றை செய்யுங்கள்.

1. ஒரு சக்கரம் 3 வினாடிகளில் 48 முறை சுழல்கின்றது. 30 விநாடிகளில் அச்சக்கரம் எத்ததை முறை சுழலும்?
2. நிழற்படக் கலைஞர் 5 நிமிடங்களில் 100 நிழற்பிரதிகளை உருவாக்குகிறார். அவர் 1200 நிழற்பிரதிகளை உருவாக்க எத்தனை நிமிடங்கள் தேவைப்படும்?
3. இரண்டு குழுக்களில் 36 விளையாட்டு வீரர்கள் உள்ளனர். 5 குழுக்களில் எத்தனை விளையாட்டு வீரர்கள் இருப்பார்கள்?

3.3 சதவீதம்

கடையில் உள்ள விளம்பர பலகைகளில் இருக்கும் 25%, 20% லிருந்து என்ன அறிகிறீர்கள்?

இராமு ஆறாம் வகுப்பில், கணக்கில் எந்த நிலையில் இருந்தார் என்பதை அறிய இராமுவின் தாயார் அவருடைய மதிப்பீட்டு அட்டையைப் பார்க்கிறார்கள் .

அவருடைய மதிப்பீட்டு அட்டையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணக்கு மதிப்பெண்களாவது 17 / 25 , 36 / 50 , 75 / 100 , 80 / 100 , 22 / 25, 45 / 50

பெயர்: இராமு. கே வகுப்பு & பிரிவு: 6 - அ

பாடங்கள்	அலகுத் தேர்வு 1	பருவத் தேர்வு 1	காலாண்டுத் தேர்வு	அரை ஆண்டுத் தேர்வு	அலகுத் தேர்வு 2	பருவத் தேர்வு 2
அதிகபட்ச மதிப்பெண்	25	50	100	100	25	50
ஆங்கிலம்	23	41	75	80	22	40
2ஆம் மொழிப் பாடம்	20	35	85	80	21	41
கணக்கு	17	36	75	80	22	45
அறிவியல்	23	39	92	90	21	42
சமுக அறிவியல்	18	42	86	92	24	42
ஆசிரியர் கையொப்பம்						
தலைமை ஆசிரியர் கையொப்பம்						
பெற்றோர் கையொப்பம்						

இராமுவின் தாயாரால் மதிப்பீட்டு அட்டையை பார்த்தவுடன் இராமுவின் சிறந்த மதிப்பெண் மற்றும் குறைந்த மதிப்பெண்ணைத் தெரிந்துக் கொள்ள இயலவில்லை. ஆதலால், கொடுக்கப்பட்ட அனைத்து மதிப்பெண்ணையும் அவர் மொத்த மதிப்பெண் 100 ஆக மாற்றுகிறார். 100ஐ பகுதியாக உடைய சமான பின்னங்களாக மாற்றுகிறார்.

அலகுத் தேர்வு 1	மாதத் தேர்வு 1	காலாண்டுத் தேர்வு	அரையாண்டுத் தேர்வு	அலகுத் தேர்வு 2	மாதத் தேர்வு 2
$\frac{68}{100}$	$\frac{72}{100}$	$\frac{75}{100}$	$\frac{80}{100}$	$\frac{88}{100}$	$\frac{90}{100}$

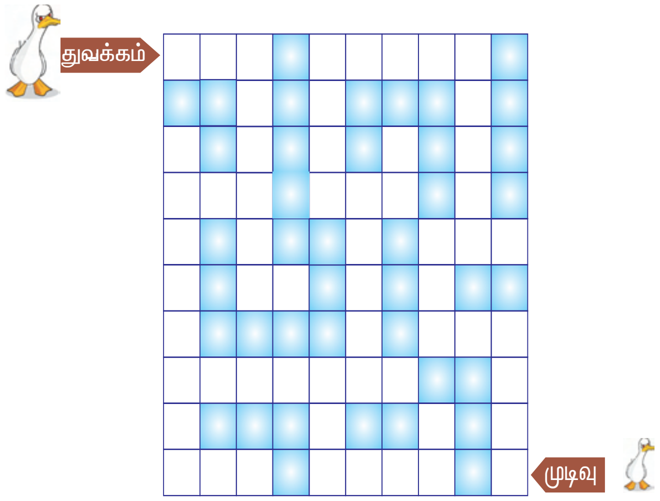
இப்பொழுது, அவருடைய மதிப்பெண்கள் அனைத்தும் நூறு மதிப்பெண்களுக்கு மாற்றப்பட்டுள்ளது.

ஆதலால், அவர் இராமுவின் மதிப்பெண்களை ஒப்பிட்டு ஆறாம் வகுப்பில் இராமு கணக்கில் படிப்படியாக முன்னேறி உள்ளார் என்பதை அறிந்து மகிழ்ந்தார்.

இந்த சிறப்பு பின்னத்தைப் பற்றி அறிவோம்.

இந்த வாத்து தன்னுடைய வாத்துக் குட்டியிடம் சென்றடைய உதவுங்கள்.

அது சென்றடைய ஒன்றை விட அதிகமான பாதை உள்ளதா?



இல்லை, ஒரே ஒரு பாதை பாதை தான் உள்ளது.

மொத்த சிறிய சதுரங்களின் எண்ணிக்கை = 100

நிழலிட்ட சதுரங்களின் எண்ணிக்கை = 41

நிழலிடாத சதுரங்களின் எண்ணிக்கை = 59

பாதையை கடக்கும் சதுரங்களின் எண்ணிக்கை = ____

இப்பொழுது, கீழ்க்காணும் அட்டவணையைப் பாருங்கள்

		விகிதம்	பின்னம்	சதவீதம்
நிழலிட்டப் பகுதி	100 இல் 41 பகுதி	41 : 100	$\frac{41}{100}$	41%
நிழலிடாதப்பகுதி	100 இல் 59 பகுதி	59 : 100	$\frac{59}{100}$	59%
பாதையைக் கடக்கும் பகுதி	100 இல் _____ பகுதி	____ : 100	$\frac{\quad}{100}$	_____ %

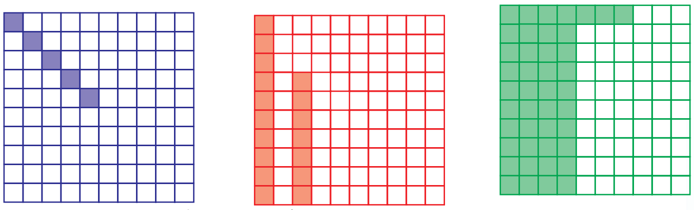
100 ஐ பகுதியாகக் கொண்ட பின்னம் சதவீதம் எனப்படும்

சதவீதத்தை% என்ற குறியீடு கொண்டு குறிக்கலாம்.

$x : y$ என்ற எந்த ஒரு விகிதத்திலும், $y = 100$ எனில் அதை சதவீதம் எனலாம்

சதவீதத்தை பல வகையாக குறிக்க:

சதவீதத்தை படத்தின் வழியாக குறிப்பிடுதல்



நிழலிட்டப்பகுதியை பின்வருமாறு குறிப்பிடலாம் :

விகிதம்	5 : 100	17 : 100	43 : 100
பின்னம்	$\frac{5}{100}$	$\frac{17}{100}$	$\frac{43}{100}$
சதவீதம்	5%	17%	43%

பயிற்சி 3.2

1) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளதை சதவீதமாக எழுதுக:

(i) 20:100 (ii) $\frac{93}{100}$ (iii)11 ஐ 100 ஆல் வகுக்க (iv) $\frac{1}{100}$ (v) $\frac{100}{100}$

2) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளதை விகிதமாக எழுதுக:

(i) 43% (ii) 75% (iii) 5% (iv) $17\frac{1}{2}\%$ (v) $33\frac{1}{3}\%$

3) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளதை பின்னமாக எழுதுக:

(i) 25% (ii) $12\frac{1}{2}\%$ (iii) 33% (iv) 70% (v) 82%

சிந்திக்க!

கடை—I

கடை—II

கடை 1 ல் 25% தள்ளுபடி கொடுத்தால், விற்பனை விலையின் சதவீதத்தை காண்க.

கடை 2ல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தள்ளுபடி சதவீதத்தை காண்க.

எந்த கடை குறைந்த விலையில் விற்கிறது?

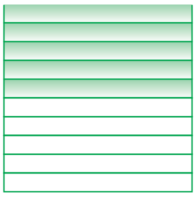
I. பின்னம் மற்றும் தசம எண்களை சதவீதமாக மாற்றுதல்

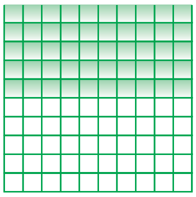
$\frac{5}{100} = 5\%$, $\frac{1.2}{100} = 1.2\%$, $\frac{175}{100} = 175\%$ என்பன நாம் அறிந்ததே.

$\frac{5}{10}$ என்பதை சதவீதமாக மாற்ற:

$\frac{5}{10}$ என்ற பின்னத்தை சதவீதமாக கீழ்க்கண்டவாறு மாற்றலாம்:

$\frac{5}{10}$ $\qquad$ $\frac{50}{100}$



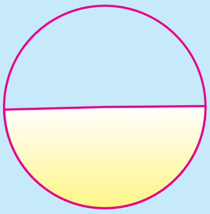


பகுதியை100ஆக மாற்ற, தொகுதியையும், பகுதியையும் 10 ஆல் பெருக்கவும்

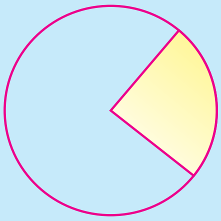
$$\frac{5 \times 10}{10 \times 10} = \frac{50}{100} = 50\%$$

அதனை பின்வருமாறு கூட செய்யலாம் $\frac{5}{10}$ ஐ 100% ஆல் பெருக்க

$$\left(\frac{5}{10} \times 100\right)\% = 50\%$$



வட்டத்தின் 50% நிழலிடப்பட்டுள்ளது



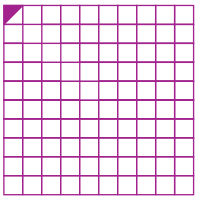
வட்டத்தின் 25% நிழலிடப்பட்டுள்ளது

வட்டத்தின் (i) 50%, (ii) 25% பகுதியை வேறு விதமாக நிழலிட முயற்சி செய்யவும்.

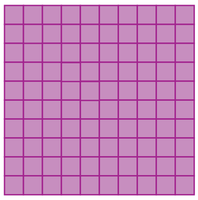
உங்களுக்குத் தெரியுமா?

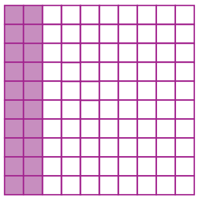
1 ஐ விட குறைந்த எண்ணையும்100ஐ விட பெரிய எண்ணையும் சதவீதமாக குறிக்க இயலும்

$\frac{1}{2}\%$



120%





(i) பகுதியை 100 ஆக மாற்ற இயலும் பின்னங்கள்

எடுத்துக்காட்டு 3.12

$\frac{3}{5}$ ஐ சதவீதமாக மாற்றுக

தீர்வு:

5 ஐ 20ஆல் பெருக்க 100 கிடைக்கும்

$$\frac{3\times 20}{5\times 20} = \frac{60}{100} = 60\%$$

$$\frac{3}{5} = 60\%$$

1) 2 × ____ = 100
2) 5 × 20 = ____
3) 4 × 25 = ____
4) 10 × _____ = 100
5) 1 × _____ = 100

எடுத்துக்காட்டு 3.13

$6\frac{1}{4}$ ஐ சதவீதமாக மாற்றுக

தீர்வு:

$$6\frac{1}{4} = \frac{25}{4}$$

4ஐ 25 ஆல் பெருக்க 100 கிடைக்கும்

$$\frac{25\times 25}{4\times 25} = \frac{625}{100} = 625\%$$

(ii) பகுதியை 100ஆக மாற்ற இயலாத பின்னங்கள்

எடுத்துக்காட்டு 3.14

$\frac{4}{7}$ ஐ சதவீதமாக மாற்றுக

தீர்வு: 100% ஆல் பெருக்க

$$\left(\frac{4}{7}\times 100\right)\% = \frac{400}{7}\%$$

$$= 57\frac{1}{7}\% = 57.14\%$$

எடுத்துக்காட்டு 3.15

$\frac{1}{3}$ ஐ சதவீதமாக மாற்றுக

தீர்வு: 100% ஆல் பெருக்க

$$\left(\frac{1}{3}\times 100\right)\% = \left(\frac{100}{3}\right)\%$$

$$= 33\tfrac{1}{3}\% \text{ (or) } 33.33\%$$

எடுத்துக்காட்டு 3.16

250 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு பள்ளியில், 55 மாணவர்கள் கூடைப்பந்தையும், 75 மாணவர்கள் கால்பந்தையும், 63 மாணவர்கள் எறிபந்தையும் மீதம் உள்ளவர்கள் கிரிக்கெட்டையும் விரும்புகின்றனர் எனில்,

(அ) கூடைப்பந்தை (ஆ) எறிபந்தை
விரும்பும் மாணவர்களின் சதவீதம் என்ன ?

தீர்வு:

மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை = 250

(அ) கூடைப்பந்தை விரும்பும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை = 55

250-ல் 55 பேர் கூடைப்பந்தை விரும்புகின்றனர் என்பதனை $\frac{55}{250}$ எனக் குறிப்பிடலாம்.

கூடைப்பந்தை விரும்பும் மாணவர்களின் சதவீதம் $= \left(\frac{55}{250}\times 100\right)\%$

$= 22\%$

(ஆ) எறிபந்தை விரும்பும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை = 63

250-ல் 63 பேர் எறிபந்தை விரும்புகின்றனர் என்பதனை $\frac{63}{250}$ எனக் குறிப்பிடலாம்.

எறிபந்தை விரும்பும் மாணவர்களின் சதவீதம்

$= \left(\frac{63}{250}\times 100\right)\%$

$= \frac{126}{5}\% = 25.2\%$

கூடைப்பந்தை விரும்பும் மாணவர்கள் = 22%

எறிபந்தை விரும்பும் மாணவர்கள் = 25.2%

(iii) தசம எண்களை சதவீதமாக மாற்றுதல்

எடுத்துக்காட்டு 3.17

0.07 ஐ சதவீதமாக மாற்றுக

தீர்வு:

100% ஆல் பெருக்க

$(0.07\times 100)\% = 7\%$

மாற்றுமுறை:

$0.07 = \frac{7}{100} = 7\%$

எடுத்துக்காட்டு 3.18

0.567 ஐ சதவீதமாக மாற்றுக

தீர்வு:

100% ஆல் பெருக்க

$(0.567\times 100)\% = 56.7\%$

மாற்றுமுறை: $0.567 = \frac{567}{1000} = \frac{567}{10\times 100}$

$= \frac{56.7}{100} = 56.7\%$

குறிப்பு: ஒரு பின்னத்தை (அல்லது) ஒரு தசம எண்ணை சதவீதமாக மாற்றுவதற்கு 100% ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

சிந்திக்க!

1. உடலில் உள்ள இரத்தத்தில் $\frac{9}{10}$ பங்கு நீர் உள்ளது எனில், நீர் அற்ற இரத்தத்தின் சதவீதம் என்ன?
2. உடலின் எடையில் $\frac{2}{5}$ பங்கு தசையாலானது எனில், உடலில் உள்ள தசையின் சதவீதம் என்ன?

   உடலின் எடையில் $\frac{2}{3}$ பங்கு நீர் உள்ளது. தசையின் எடை மற்றும் நீரின் எடை ஆகியவற்றின் கூடுதல் 100%ஐ விட அதிகமாகவோ (அ) குறைவாகவோ இருக்குமா ? அப்படியானால் தசையைப் பற்றி என்ன கூற இயலும் ?

பயிற்சி 3.3

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்:

(i) 6.25 =

(A) 62.5% (B) 6250% (C) 625% (D) 6.25%

(ii) 0.0003 =

(A) 3% (B) 0.3% (C) 0.03% (D) 0.0003%

(iii) $\frac{5}{20}$ =

(A) 25% (B) $\frac{1}{4}$% (C) 0.25% (D) 5%

(iv) ஒரு மணியில் 20 நிமிடங்களின் சதவீதம்

(A) $33\frac{1}{3}$ (B) 33 (C) $33\frac{2}{3}$ (D) இவை எதுவும் இல்லை

(v) ஒரு ரூபாயில் 50 பைசாவின் சதவீதம்.

(A) 500 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 50 (D) 20

2. கீழ்க்காணும் பின்னங்களை சதவீதமாக மாற்றுக

   i) $\frac{20}{20}$ ii) $\frac{9}{50}$ iii) $5\frac{1}{4}$ iv) $\frac{2}{3}$ v) $\frac{5}{11}$

3. கீழ்க்காணும் தசம எண்களை சதவீதமாக மாற்றுக

   i) 0.36 ii) 0.03 iii) 0.071 iv) 3.05 v) 0.75

4. ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில், 35 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில் 7 மாணவர்கள் வருகை தரவில்லை எனில், வருகை தராத மாணவர்களின் சதவீதத்தைக் காண்க.

5. ராம் வாங்கிய 36 மாம்பழங்களில், 5 மாம்பழங்கள் அழுகிவிட்டன எனில், அழுகிய மாம்பழங்களின் சதவீதத்தைக் காண்க.

6. 50 பேர் கொண்ட ஒரு வகுப்பில், 23 பேர் மாணவிகள், மற்றவர்கள் மாணவர்கள் எனில், மாணவ, மாணவிகளின் சதவீதங்களைக் காண்க.

7. ரவி, கணிதத்தில் 75க்கு 66 மதிப்பெண்களும் அறிவியலில் 80க்கு 72 ம் பெற்றுள்ளார் எனில், எந்த பாடத்தில் அதிக மதிப்பெண் பெற்றுள்ளார்?

8. ஷியாமின் மாத வருமானம் ரூ. 12,000. அவர் சேமிக்கும் தொகை ரூ. 1,200. அவரின் சேமிப்பு, செலவு ஆகியவற்றின் சதவீதத்தைக் காண்க.

II. சதவீதத்தை பின்னமாகவோ (அல்லது) தசம எண்ணாகவோ மாற்றுதல்

i) சதவீதம் என்பது 100 ஐ பகுதியாகக் கொண்ட பின்னம். பின்னத்தில் குறிக்கும் பொழுது, சுருக்கிய வடிவில் எழுத வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.19

12% ஐ பின்னமாக மாற்றுக.

தீர்வு:

$$12\% = \frac{12}{100} \text{ (சுருக்கிய வடிவிற்கு மாற்றுக)}$$

$$= \frac{3}{25}$$

எடுத்துக்காட்டு 3.20

$233\frac{1}{3}\%$ ஐ பின்னமாக மாற்றுக.

தீர்வு:

$$233\tfrac{1}{3}\% = \frac{700}{3}\%$$

$$= \frac{700}{3 \times 100} = \frac{7}{3}$$

$$= 2\tfrac{1}{3}$$

> எளிய பின்னங்களை உடைய சதவீதங்கள்
>
> $50\% = \frac{1}{2}$
>
> $25\% = \frac{1}{4}$
>
> $33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$
>
> மேலே குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது போல் வேறு சில பின்னங்களை எழுதுக.

எடுத்துக்காட்டு 3.21

$\frac{1}{4}\%$ ஐ பின்னமாக மாற்றுக

தீர்வு:

$$\frac{1}{4}\% = \frac{1}{4 \times 100} = \frac{1}{400}$$

(ii) சதவீதம் என்பது 100 ஐ பகுதியாகக் கொண்ட பின்னம். இந்த பின்னத்தை தசம எண்ணாக மாற்ற, தொகுதியில் உள்ள எண்ணின் தசம புள்ளியை இரண்டு எண்களுக்கு இடது புறமாக வைக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.22

15% ஐ தசம எண்ணாக மாற்றுக.

தீர்வு:

$$15\% = \frac{15}{100} = 0.15$$

எடுத்துக்காட்டு 3.23

25.7% ஐ தசம எண்ணாக மாற்றுக.

தீர்வு:

$$25.7\% = \frac{25.7}{100}$$

$$= 0.257$$

கணித விளையாட்டு – (மூன்று சீட்டுகளைச் சேர்த்தல்)

இந்த விளையாட்டை 2 அல்லது 3 பேர் விளையாடலாம்.

ஒவ்வொரு சதவீதத்திற்கும் ஈடான சமான விகிதத்தையும் தசம எண்ணையும் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது போல் தனித்தனி சீட்டுகளில் எழுதவும்.

5%	1 : 20	0.05
$33\frac{1}{3}\%$	1 : 3	0.33

48 சீட்டுகளைக் கொண்ட ஒரு தொகுப்பை உருவாக்கவும். (16 கட்டுகள் கொண்ட 48 சீட்டுகள்) அதில் ஒவ்வொரு மூன்று சீட்டுகளும், சதவீதம், விகிதம் மற்றும் தசமஎண் வடிவில் ஒரே மதிப்பைக் கொண்டிருக்கும்.

சீட்டைக் குலுக்கி அனைவருக்கும் சமமான சீட்டுகளைப் போடவும்.

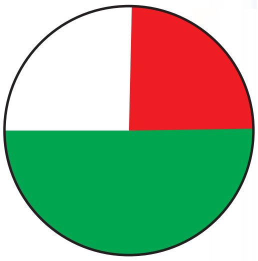
அவற்றில் ஒரே மதிப்பை அளிக்கும் (சதவீதம், விகிதம், தசமஎண் உள்ள) சீட்டுகளைக் கண்டறிந்து மேல் நோக்கியிருக்குமாறு மேசையில் வைக்கவும்.

மீதமுள்ள சீட்டுகளைக் கொண்டு விளையாட்டை மீண்டும் தொடங்கவும். ஆடுபவருக்கு இடப்புறமுள்ளவரிடமிருந்து ஒரு சீட்டைப் பெறவும். ஒரே மதிப்புள்ள மூன்று சீட்டுகள் கிடைத்தால் அதை மேடையில் மேல் நோக்கி வைக்கவும். ஒரே மதிப்புள்ள மூன்று சீட்டுகளை உருவாக்கவில்லை எனில் அதை அப்படியே வைத்துக்கொள்ளவேண்டும். விளையாட்டு தொடரும் ஒரே மதிப்புள்ள அனைத்து மூன்று சீட்டுகள் சேரும் வரை விளையாட்டை தொடரவும். அதிக சீட்டுகள் உடையவர் வெற்றி பெற்றவராவார்.

சதவீதத்தின் மதிப்பை காணுதல்

ஒரு வட்டத்தின் 50% ஐ பச்சை நிறத்திலும், 25% ஐ சிவப்பு நிறத்திலும் நிரப்புக

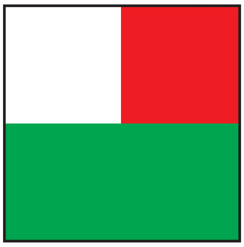
$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ வட்டத்தை பச்சை நிறத்தில் நிரப்புக.



அதே போல், $25\% = \frac{25}{100} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}$ வட்டத்தை சிவப்பு நிறத்தில் நிரப்புக.

இப்பொழுது, சதுரத்தின் $\frac{1}{2}$ பகுதியை பச்சை நிறத்திலும், $\frac{1}{4}$ பகுதியை சிவப்பு நிறத்திலும் நிரப்புக.



இரு படங்களிலும் பச்சை நிறத்தின் பகுதி சமமாக இருக்கிறதா?

வட்டத்தின் 50% ம் சதுரத்தின்50%ம் சமம் அல்ல.

அதே போல், வட்டத்தின் 25% ம் சதுரத்தின் 25% ம் சமம் அல்ல.

இப்பொழுது, ₹100 இல் 50% ம், ₹10 இல் 50% ம் கண்டுப் பிடிக்கலாம்

₹100 இல் 50% காணுதல்	₹10-இல் 50% காணுதல்
$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$	$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$
ஆகவே, 100 இல் $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 100 = 50$	$\frac{1}{2}$ of $10 = \frac{1}{2} \times 10 = 5$
₹100 இல் 50% = ₹ 50	₹10 இல் 50% = ₹ 5

எடுத்துக்காட்டு 3.24

1000 கிலோவில் 20% ஐ காண்க.

தீர்வு:

1000 இல் 20% = 1000 இல் $\frac{20}{100}$

$= \frac{20}{100} \times 1000$

1000 கிலோவில் 20% = 200 கி.கி.

எடுத்துக்காட்டு 3.25

200 இல் $\frac{1}{2}\%$ காண்க.

தீர்வு:

$$= \frac{\frac{1}{2}}{100} \text{ of } 200$$

$$= \frac{1}{2 \times 100} \times 200$$

$$\frac{1}{200} \times 200 = 1$$

200 இல் $\frac{1}{2}\% = 1$

எடுத்துக்காட்டு 3.26

40 கிலோ கிராமில் 0.75% காண்க.

தீர்வு:

$$0.75\% = \frac{0.75}{100}$$

40 கிலோ கிராமில் 0.75% $= \frac{0.75}{100} \times 40$

$$= \frac{3}{10} = 0.3$$

40 கி.கி 0.75% = 0.3 கி.கி.

எடுத்துக்காட்டு 3.27

70 பேர் கொண்ட வகுப்பில், 60% மாணவர்கள் எனில், மாணவ, மாணவிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு:

மொத்த நபர்கள் = 70

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை = 70 இல் 60%

$$= \frac{60}{100} \times 70$$

= 42

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை = 42

மாணவிகளின் எண்ணிக்கை = மொத்த மாணவர்கள் – மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

= 70 – 42

= 28

மாணவிகளின் எண்ணிக்கை = 28

எடுத்துக்காட்டு 3.28

2010-இல், ஒரு நகரத்தின் மக்கள் தொகை 1,50,000 அடுத்த ஆண்டில், அது 10% அதிகரிக்குமானால், 2011ல் மக்கள் தொகையைக் காண்க.

தீர்வு:

2010 ல் மக்கள் தொகை = 1,50,000

அதிகரிக்கும் மக்கள் தொகை = $\frac{10}{100} \times 1,50,000$

= 15,000

2011 ல் மக்கள் தொகை = 150000 + 15000

= 1,65,000

பயிற்சி 3.4

1. சரியான விடையை எழுதுக:

(i) 30 % இன் பொது பின்னம்

(A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{7}{10}$ (C) $\frac{3}{100}$ (D) $\frac{3}{10}$

(ii) $\frac{1}{2}\%$ இன் பொது பின்னம்

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{200}$ (C) $\frac{200}{100}$ (D) 100

(iii) 25% க்கு சமமான தசம எண்

(A) 0.25 (B) 25 (C) 0.0025 (D) 2.5

(iv) ₹300 இல் 10%

(A) ₹10 (B) ₹ 20 (C) ₹ 30 (D) ₹ 300

(v) ரூ. 150 இல் 5%

(A) ₹ 7 (B) ₹ 7.50 (C) ₹ 5 (D) ₹ 100

2. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள சதவீதத்தை பின்னமாக மாற்றுக:

i) 9% ii) 75% iii) $\frac{1}{4}\%$ iv) 2.5% v) $66\frac{2}{3}\%$

3. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள சதவீதத்தை தசம எண்ணாக மாற்றுக:

i) 7% ii) 64% iii) 375% iv) 0.03% v) 0.5%

4. மதிப்பைக் காண்க:

i) 24 இல் 75% ii) ₹72 இல் $33\frac{1}{3}\%$ iii) 80. மீ இல்45%

iv) 150 இல் 72% v) 50 கி.கி இல் 7.5%

5. ராம் தன்னுடைய வருமானத்தில் 25% ஐ வாடகையாகக் கொடுக்கிறார். அவருடைய வருமானம் ₹ 25,000 ஆக இருக்கும் போது, அவர் வாடகையாகக் கொடுக்கும் தொகை என்ன?
6. ஒரு பருவத்தில், ஒரு குழு 25 போட்டிகளை விளையாடுகிறது. அதில் 36% வெற்றி பெறுகிறது. அந்த குழு வெற்றி அடைந்த போட்டிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
7. ஒரு கிராமத்தில் 32,000 மக்கள் உள்ளனர். அவர்களில் 40% ஆண்கள், 25% பெண்கள், மீதம் உள்ளோர் குழந்தைகள், ஆண்கள் மற்றும் குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
8. ஒருபழையமகிழுந்தின்விலை₹45,000.அதன்விலை15%குறைக்கப்படுமேயானால், அதன் புதிய விலை என்ன?
9. 7,500 மக்கட்தொகை கொண்ட கிராமத்தில், படித்தவர்கள் 47% எனில், படிக்காதவர்கள் எத்தனை பேர்?

சிந்திக்க!

1) 25–ல் 20%ம், 20ல் 25% ம் சமமா?

2) ஒரு உணவு விடுதியில், பற்றுச் சீட்டின் மொத்த தொகையில் 1.5% வரி வசூலிக்கப்படுகிறது.

a) வரி சதவீதத்தை தசம எண்ணாக மாற்றுக.

b) 6 நபர்கள் கொண்ட குடும்பத்தில் மொத்தம் ₹ 750 க்கு உணவு அருந்தினால் வரியின் மதிப்பு என்ன?

c) உணவகத்திற்கு அவர்கள் செலுத்தும் தொகை யாது?

3.4 இலாபம் மற்றும் நட்டம்

2008 ல் இராம் & கோ ₹1,50,000 இலாபம் அடைகிறது.

2009 ல் இராம் & கோ ₹25,000 நட்டம் அடைகிறது.

இராம் & கோ முதல் ஆண்டில் இலாபமும் அடுத்த ஆண்டில் நட்டமும் அடைய இயலுமா ?

பைகள் தொழிற்சாலையிலிருந்து கடைக்கு வந்து சேரும் பல நிலைகள்.

தொழிற்சாலை

மொத்த வியாபாரம்

சில்லறை வியாபாரம்

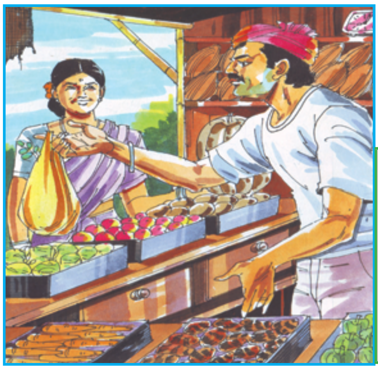
பைகள் எங்கே தயாரிக்கப் படுகின்றன ?

தயாரிப்பவர்கள் பொருட்களை நேரடியாக விற்கிறார்களா ?

பொருட்கள் கடைசியாக யாரைச் சென்று அடையும் ?

விலைப்பட்டியல்
(ஒன்றின் விலை)
மாம்பழம் ₹10
ஆப்பிள் ₹6
வாழைப்பழம் ₹3
ஆரஞ்சு ₹5

மொத்த வியாபாரக்கடை



பழக்கடை

விலைப்பட்டியல்
(ஒன்றின் விலை)
மாம்பழம் ₹15
ஆப்பிள் ₹8
வாழைப்பழம் ₹2
ஆரஞ்சு ₹5

இராஜா என்கிற பழக்கடை வியாபாரி, பழங்களை மொத்த வியாபாரக் கடையில் வாங்கி, தன் கடையில் விற்கிறார்.

ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில், அவர் ஆப்பிள், மாம்பழம் மற்றும் வாழைப் பழங்களை வாங்குகின்றார். விலைப்பட்டியலில் உள்ளது போல ஒவ்வொரு பழத்திற்கும் 2 விலைகள் (ஒவ்வொரு கடையிலும் வெவ்வேறு விலைகள்) உள்ளன.

இராஜா பழங்களை மொத்த வியாபாரக் கடையில் வாங்கும் விலையை அடக்க விலை என்று கூறுவர். அவர் பழங்களை கடையில் விற்கும் விலையை விற்பனை விலை என்று கூறுவர்.

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விலைப் பட்டியிலிருந்து ஆப்பிள் மற்றும் மாம்பழத்தின் விற்பனை விலை அதனுடைய அடக்க விலையைவிட அதிகமாக உள்ளது என்பதனை அறிகிறோம். இந்த அதிக தொகையை இலாபம் என்று கூறுவர்.

மாம்பழத்தின் விற்பனை விலை = மாம்பழத்தின் அடக்கவிலை + இலாபம்

விற்பனை விலை = அடக்கவிலை + இலாபம்

இலாபம் = விற்பனை விலை – அடக்கவிலை

= 15 – 10

இலாபம் = ₹5

இலாபம் = விற்பனை விலை – அடக்க விலை

ஆப்பிளின் விற்பனை விலை > ஆப்பிளின் அடக்க விலை, ஆதலால் இலாபம் கிடைக்கும்.

இலாபம் = விற்பனை விலை – அடக்கவிலை

= 8 – 6

இலாபம் = ₹2

வாழைப்பழங்கள் சீக்கிரம் அழுகக்கூடியத் தன்மை உடையது. ஆகவே அந்த கடைக்காரர் அதனை வீணாக்காமல் விற்க விருப்பப்பட்டார். ஆதலால், அவர் வாழைப்பழங்களை சற்று குறைவான விலைக்கு (அடக்க விலையை விட குறைவான விலை) விற்றார். அடக்க விலையிலிருந்து குறைக்கப்பட்டத் தொகையை நட்டம் என்று கூறுவர்.

வாழைப்பழத்தின் அடக்க விலை > வாழைப்பழத்தின் விற்பனை விலை

ஆகவே, நட்டம் உண்டாகும்.

வாழைப்பழத்தின் விற்பனை விலை =

வாழைப்பழத்தின் அடக்க விலை – குறைக்கப்பட்ட விலை

விற்பனை விலை = அடக்க விலை – நட்டம்

நட்டம் = அடக்க விலை – விற்பனை விலை

நட்டம் = 3 – 2

நட்டம் = ₹1

1) ஒரு பொருளின் விற்பனை விலை, அடக்க விலையை விட அதிகமாக இருக்குமானால், இலாபம் பெறுவர். இலாபம் = விற்பனை விலை – அடக்க விலை

2) ஒரு பொருளின் அடக்க விலை, விற்கும் விலையை விட அதிகமாக இருக்குமானால், நட்டம் அடைவர். நட்டம் = அடக்க விலை – விற்பனை விலை

3) விற்பனை விலை = அடக்கவிலை + இலாபம்

4) விற்பனை விலை = அடக்கவிலை – நட்டம்

இலாபம் / நட்டம் சதவீதத்தைக் காண

ராகேஷ் ₹10,000 க்கு பொருட்களை வாங்கி அவற்றை ₹11,000 க்கு விற்று ₹1,000, இலாபம் அடைகிறார். ஆனால் ரமேஷ் ₹1,00,000 க்கு பொருட்களை வாங்கி ₹1,01,000 க்கு விற்று ₹1,000 இலாபம் அடைகிறார்.

இருவரும் ஒரே இலாபத் தொகையைப் பெற்றாலும், அவர்கள் இருவரும் சம பலனை அடைந்தார்கள் எனக் கூற முடியுமா ? முடியாது.

ஏனெனில், யார் அதிக இலாபம் ஈட்டியுள்ளார் என்பதனை அறிய, இலாபத்தை முதலீட்டுத் தொகையுடன் ஒப்பிட வேண்டும்.

எண்களை சதவீதமாக எழுதும் பொழுது ஒப்பிடுவது சுலபமாகிறது. ஆகவே இலாபசதவீதத்தைக் காண்போம்.

ராகேஷ் ₹10,000 முதலீடு செய்யும் பொழுது, ₹1,000 இலாபம் அடைகிறார்.

1) பகுதி 100 ஆகக் கொண்ட ஒவ்வொரு பின்னத்தையும் ____________என்று கூறுவர்.

2) $\frac{1}{2}$ = __________%

3) 35% = __________ (பின்னத்தில்)

4) 0.05 = __________%

5) $\frac{1}{4}$ = ___ %

அதாவது ₹10,000 க்கு ₹1,000 இலாபம் பெறுகிறார்.

ஆதலால், ஒவ்வொரு ₹1 க்கும், கிடைக்கும் இலாபம் $\frac{1000}{10000}$ ஆகும்.

ஆகவே ₹100க்கு, இலாபம் $= \frac{1000}{10,000} \times 100$

இலாபம் % = 10

ரமேஷ் ₹1,00,000 முதலீடு செய்யும் பொழுது ₹1,000 இலாபம் அடைகிறார்.

₹1,00,000 இல் ₹1,000 இலாபம் $= \frac{1000}{100000}$

இலாப சதவீதம் $= \frac{1000}{100000} \times 100 = 1$

இலாபம் = 1

மேலே கூறப்பட்டுள்ளதிலிருந்து, ரமேஷை விட ராகேஷ் அதிக இலாபம் பெறுகிறார் என்பதை அறிகின்றோம்.

ஆகவே, இலாப சதவீதம் $= \frac{\text{இலாபம்}}{\text{அடக்க விலை}} \times 100$

அதேபோல, நட்ட சதவீதமும் கண்டு பிடிக்கப்படுகிறது.

நட்ட சதவீதம் $= \frac{\text{நட்டம்}}{\text{அடக்க விலை}} \times 100$

இலாப சதவீதம் (அல்லது) நட்ட சதவீதம் காணும் போது ஒரு பொருளின் அடக்க விலையில் தான் கணக்கிட வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.29

ஒரு மொத்த வியாபாரி, ஒரு தொலைக்காட்சி பெட்டியை ₹10,000 க்கு வாங்கி ₹12,000 க்கு விற்கிறார். ஒரு பெட்டியின் இலாபம்/ நட்டத்தைக் காண்க. 5 பெட்டிகளை விற்பதால் கிடைக்கும் இலாபம்/ நட்டத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

ஒரு தொலைக்காட்சிப் பெட்டியின் விற்பனை விலை = ₹12,000

ஒரு தொலைக்காட்சிப் பெட்டியின் அடக்கவிலை = ₹10,000

விற்பனை விலை > அடக்க விலை, ஆதலால் இலாபம் கிட்டும்

இலாபம் = விற்பனை விலை – அடக்கவிலை

= 12000 – 10000

இலாபம் = ₹2,000

ஒரு தொலைக்காட்சிப்பெட்டி விற்பதால் கிடைக்கும் இலாபம் = ₹2,000

5 தொலைக்காட்சிப்பெட்டிகளை விற்பதால் கிடைக்கும் இலாபம் = 2000 × 5

5 தொலைக்காட்சிப்பெட்டிகளை விற்பதால் கிடைக்கும் இலாபம் = ₹10,000

எடுத்துக்காட்டு 3.30

சஞ்ஜய் மிதிவண்டியை ₹5,000க்கு வாங்கினார். இரண்டு வருடங்களுக்குப் பிறகு, ₹600 குறைத்து விற்றார். மிதிவண்டியின் விற்பனை விலை மற்றும் நட்ட சதவீதத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

மிதிவண்டியின் அடக்கவிலை = ₹5000

நட்டம் = ₹600

விற்பனை விலை = அடக்கவிலை – நட்டம்

= 5000 – 600

மிதிவண்டியின் விற்பனை விலை = ₹4400

நட்ட சதவீதம் = $\frac{\text{நட்டம்}}{\text{அடக்கவிலை}} \times 100$

= $\frac{600}{5000} \times 100$

= 12

நட்டம் = 12%

எடுத்துக்காட்டு 3.31

ஒரு நபர் ஒரு பழைய மிதிவண்டியை ₹1,250க்கு வாங்கினார். அதனை சீர்ப்படுத்த ₹250 செலவு செய்தார். அவர்,அதனை₹1400க்கு விற்றார். அவரின் இலாபத்தை அல்லது நட்டத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

மிதிவண்டியின் அடக்கவிலை = ₹1,250

சீர்படுத்த ஆன செலவு = ₹250

மொத்த அடக்கவிலை = 1250 + 250 = ₹1,500

விற்பனை விலை = ₹1,400

அடக்கவிலை > விற்பனை விலை, நட்டம் உண்டாகும்

நட்டம் = அடக்கவிலை – விற்பனை விலை

= 1500 – 1400

= 100

நட்டம் = ₹100

$$\text{நட்ட சதவீதம்} = \frac{\text{நட்டம்}}{\text{அடக்கவிலை}} \times 100$$

$$= \frac{100}{1500} \times 100$$

$$= \frac{20}{3}$$

$$= 6\frac{2}{3} \text{ (அல்லது) } 6.67$$

$$\text{நட்டம்} = 6.67\ \%$$

எடுத்துக்காட்டு 3.32

ஒரு பழ வியாபாரி 8 பெட்டி திராட்சைகளை, ஒரு பெட்டி ₹150 என்ற வீதம் வாங்கினார். அதில் ஒரு பெட்டி திராட்சை அழுகி விடுகிறது. மீதமுள்ள பெட்டிகளை ஒரு பெட்டி ₹190 என்ற விலைக்கு விற்கிறார். இலாப / நட்ட சதவீதத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

ஒரு பெட்டி திராட்சையின் அடக்கவிலை = ₹150

8 பெட்டிகளின் அடக்கவிலை = 150×8

= ₹1200

அழுகிய திராட்சை உள்ள பெட்டிகளின் எண்ணிக்கை = 1

விற்ற பெட்டிகளின் எண்ணிக்கை = $8 - 1$

= 7

1 பெட்டியின் விற்பனை விலை = ₹190

7 பெட்டிகளின் விற்பனை விலை = 190×7

= ₹1330

விற்பனை விலை > அடக்கவிலை எனவே, இலாபம் கிட்டும்

இலாபம் = விற்பனை விலை – அடக்கவிலை

= $1330 - 1200$

= 130

இலாபம் = ₹130

$$\text{இலாப சதவீதம்} = \frac{\text{இலாபம்}}{\text{அடக்கவிலை}} \times 100$$

$$= \frac{130}{1200} \times 100$$

$$= 10.83$$

இலாபம் = 10.83%

எடுத்துக்காட்டு 3.33

இராம் என்ற கடைக்காரர் ஒரு பேனாவை ₹50க்கு வாங்கி ₹5 நட்டத்திற்கு விற்கிறார். அதன் விற்பனை விலையை;க காண்க.

தீர்வு:

பேனாவின் அடக்கவிலை = ₹50

நட்டம் = ₹5

விற்பனை விலை = அடக்கவிலை – நட்டம்

= 50 – 5

= 45

பேனாவின் விற்பனை விலை = ₹45.

எடுத்துக்காட்டு 3.34

ஒரு பள்ளியின் விழாவிற்காக சாரா, கேக் செய்தாள். ஒரு கேக்கின் அடக்கவிலை ₹55 ஆகும். அவள் ஒவ்வொரு கேக்கையும் ₹11 இலாபத்திற்கு விற்கிறாள். 25 கேக்குகளை விற்றிருந்தால் விற்பனை விலையையும் இலாப சதவீதத்தையும் காண்க.

தீர்வு:

ஒரு கேக்கின் அடக்கவிலை = ₹55

விற்ற கேக்குகளின் எண்ணிக்கை = 25

25 கேக்குகளின் அடக்கவிலை = 55×25 = ₹1375

1 கேக்கின் இலாபம் = ₹11

25 கேக்குகளின் இலாபம் = 11×25 = ₹275

விற்பனை விலை = அடக்கவிலை + இலாபம்

= 1375 + 275

= 1,650

= ₹1,650

இலாப சதவீதம் = $\frac{\text{இலாபம்}}{\text{அடக்கவிலை}} \times 100$

$= \frac{275}{1375} \times 100$

= 20

இலாபம் = 20%

பயிற்சி 3.5

1. சரியான விடையை எழுதுக

i) ஒரு பையின் அடக்கவிலை ₹575 ஆகவும், விற்பனை விலை ₹625 ஆகவும் இருந்தால் பெறக்கூடிய இலாபம்

(A) ₹50 (B) ₹575 (C) ₹625 (D) இவை ஏதுமில்லை

ii) ஒரு பெட்டியின் அடக்கவிலை ₹155 ஆகவும், விற்பனை விலை ₹140 ஆகவும் இருந்தால் ஏற்படும் நட்டம்

(A) ₹155 (B) ₹140 (C) ₹15 (D) இவை ஏதுமில்லை

iii) ஒரு பையின் விற்பனை விலை ₹235 ஆகவும் அடக்கவிலை ₹200 ஆகவும் இருந்தால்,

(A) இலாபம் ₹235 (B) நட்டம் ₹3

(C) இலாபம் ₹35 (D) நட்டம் ₹200

iv) இலாப அல்லது நட்ட சதவீதம் எப்பொழுதும் ___________ மேல் கணக்கிடப்படும்.

(A) அடக்கவிலையின் (B) விற்பனை விலையின்

(C) இலாபத்தின் (D) நட்டத்தின்

v) ஒரு நபர் ₹250க்கு வாங்கிய பொருளை ₹25 இலாபத்திற்கு விற்றார். அதன் இலாப சதவீதம்

(A) 25 (B) 10 (C) 250 (D) 225

2. பின்வரும் அட்டவணையைப் பூர்த்தி செய் :

அடக்கவிலை ₹	விற்பனை விலை ₹	இலாபம் ₹	நட்டம் ₹
144	168		
59	38		
600	635.45		
26599	23237		
107.50	100		

3. அடக்கவிலை மற்றும் இலாபம் / நட்டம் கொடுக்கப்பட்டுள்ள போது, விற்பனை விலையைக் கண்டுப்பிடிக்கவும்

i) அடக்கவிலை = ₹450 இலாபம் = ₹80

ii) அடக்கவிலை = ₹760 நட்டம் = ₹140

iii) அடக்கவிலை = ₹980 இலாபம் = ₹47.50

iv) அடக்கவிலை = ₹430 நட்டம் = ₹93.25

v) அடக்கவிலை = ₹999.75 நட்டம் = ₹56.25

4. ஒரு வீட்டை விநோத் ₹27, 50,000–க்கு வாங்குகிறார். அவர் வீட்டை சீர் செய்வதற்காக ₹2,50,000ஐச் செலவிடுகிறார். அந்த வீட்டை ₹33,00,000க்கு விற்கிறார் எனில், இலாப (அ) நட்ட சதவீதத்தைக் கண்டுப்பிடிக்கவும்.

5. ஒரு கடைக்காரர் 10 வாழைப்பழங்களை ₹100க்கு வாங்குகிறார். 2 வாழைப்பழங்கள் அழுகி விட்டன. மீதமுள்ள பழங்களை, ஒரு பழம் ₹11 என்ற விலைக்கு விற்கிறார். அவருக்கு கிடைத்த இலாப (அ) நட்ட சதவீதத்தைக் காண்க.

6. ஒரு கடைக்காரர் 100 பேனாக்களை ₹250க்கு வாங்குகிறார். ஒரு பேனா ₹4க்கு விற்கிறார். இலாப சதவீதத்தைக் காண்க.

7. ஒரு காய்கறி வியாபாரி 40கிலோ வெங்காயத்தை ₹360க்கு வாங்குகிறார். அவர் ஒரு கிலோ ₹11 என்ற விலைக்கு 36கிலோவை விற்கிறார். மீதமுள்ளவற்றை ஒரு கிலோ ₹4.50 என்ற விலைக்கு விற்றார். அவருக்கு கிடைத்த இலாப/ நட்ட சதவீதத்தைக் காண்க.

ஏதேனும் ஒரு பொருள் தொழிற்சாலையில் உற்பத்தியாகி வெளிவருவது முதல் நுகர்வோரை சென்றடையும் வரை கடக்கும் பல்வேறு நிலைகளைக் காண்க

சிந்திக்க!

உற்பத்தி செய்வோரே நேரடியாக விற்றால், நுகர்வோருக்கு சாதகமாக இருக்குமா ? விவாதிக்கவும்.

நீங்கள் செய்து பார்க்கவும்

1. கிலோ ₹100,₹80 உள்ள இரண்டு வகையான எண்ணையை ஒரு விற்பனையாளர் 3: 2 என்ற விகிதத்தில் கலந்து அக்கலவையை கிலோ ₹101.20க்கு விற்பனைச் செய்கின்றார். அவருடைய இலாப அல்லது நட்ட சதவீதத்தை காண்க.

2. சதீஷ் ஒரு கேமராவை ராஜேஷிடம் 10% இலாபத்திற்கு விற்றார். ராஜேஷ் அதனை ஜானிடம் 12 % நட்டத்திற்கு விற்றார். ஜான் ₹4,840க்கு வாங்கியிருந்தால், அந்த கேமராவை சதீஷ் என்ன விலைக்கு வாங்கினார்?

3. புத்தக வியாபாரி ஒரு புத்தகத்தை 5% நட்டத்தில் விற்காமல், 5% இலாபத்தில் விற்கும் போது ₹15 அதிகமாக கிடைக்கின்றது எனில், புத்தகத்தின் அடக்க விலையைக் காண்க.

3.5 தனிவட்டி

₹10,000 ஐ இப்பொழுது செலுத்தி 7 ஆண்டுகளின் முடிவில் ₹20,000 பெறலாம்.

₹10,000 ஐ இப்பொழுது செலுத்தி 6 ஆண்டுகளின் முடிவில் ₹20,000 பெறலாம்.

இது சாத்தியமா ? இந்த வேறுபாடுகளுக்குக் காரணம் என்ன ?

லோகேஷ் தான் பரிசாகப் பெற்ற ₹5,000ஐ ஜீன் 2008-ல் வங்கியில் வைப்புத்தொகையாகச் செலுத்தினார். ஒரு வருடத்திற்குப் பிறகு ₹5,400ஆகத் திரும்பப் பெற்றார். அவர் ஏன் கூடுதல் தொகைப் பெற்றார் ? எவ்வளவு தொகை அவருக்கு அதிகமாகக் கிடைத்தது ?

₹5,000ஐ அவர் தன் பையில் வைத்துக் கொண்டிருந்தால், ₹400ஐ இலாபமாக பெற்றிருக்க முடியுமா ?

லோகேஷ் ₹5,000த்தை ஒரு வருட வைப்புத் தொகையில் செலுத்தி, வருட இறுதியில் ₹5,400 ஆகப் பெற்றார்.

நாம் கடன் வாங்கும்(கொடுக்கும்) போது பெற்ற (கொடுத்த) தொகையைவிட அதிகத்தொகையினை செலுத்துவோம்(பெறுவோம்). இக்கூடுதல் தொகையை தான் வட்டி (I) எனக் குறிக்கின்றோம்.

மேற்கூறிய நிகழ்ச்சியில், லோகேஷ் ₹400 ஐ வட்டியாகப் பெற்றார். கடனாக பெறுகின்ற (அ) அளிக்கப்படுகின்ற தொகையை அசல் எனக் குறிக்கின்றோம்.

இந்நிகழ்ச்சியில் வைப்புத் தொகையாகச் செலுத்தப்பட்ட ₹5,000 அசலாகும்.

அசல் வட்டியுடன் இணைந்த தொகை, மொத்த தொகை (A) ஆகும்.

மேற்கூறிய நிகழ்ச்சியில், மொத்த தொகை = அசல் +வட்டி

= ₹5000 + ₹400 = ₹5,400.

வட்டித் தொகையானது எப்போதும் ஒரே மாதிரியாக அமையுமா? நிச்சயமாக இருக்காது. இனி, பின்வரும் நிகழ்ச்சிகளைக் காண்போம்.

(i) வைப்புத்தொகையாகச் செலுத்தப்படும் அசல் ₹5,000 ஆனது ₹10,000 ஆக உயரும் போது, வட்டி தொகையும் உயருமா ?

(ii) அதே போன்று, ₹5,000 அதிக வருடங்களுக்கு வைப்புத் தொகையாக வைக்கப்படும் போது வட்டித் தொகை உயருமா ?

ஆம், மேற்கூறிய இரு நிலைகளிலும் வட்டித்தொகை கண்டிப்பாக உயரும்.

மேற்கூறிய நிலைகளின் படி, வட்டித் தொகை அசலை பொறுத்தும், வைப்புத்தொகைக்கான காலத்தைப் பொறுத்தும் மற்றும் வட்டி விகிதத்தை பொறுத்தும் மாறுபடும்.

வட்டி விகிதமானது ஆண்டுதோறும் ₹100 க்கு கணக்கிடப்படும். அதாவது, ஆண்டிற்கு வட்டி விகிதம் 10% ஆக இருந்தால் அந்த ஒருவருடத்திற்கு ₹100 க்கு ₹10 வட்டியாக கிடைக்கப்பெறும்.

ஆகவே வட்டி பின்வருவனவற்றை சார்ந்து உள்ளது என்பதை அறிகின்றோம்.

அசலாக செலுத்தப்படும் (அ) பெறப்படும் தொகை (P) கால அளவு (பெரும்பாலும் வருடங்களாக அமையும்) (n) மற்றும் வட்டி விகிதம் (r)

அசல் தொகையைப் பொறுத்து மட்டுமே அமையும் வட்டியானது தனி வட்டி எனப்படும்.

வட்டி கணக்கிடல்

அசல் ₹100 ஆகவும், வட்டி விகிதம் 'r' ஆகவும் இருந்தால்

1 வருடத்திற்கு வட்டி $= 100 \times 1 \times \frac{r}{100}$

2 வருடங்களுக்கு வட்டி $= 100 \times 2 \times \frac{r}{100}$

3 வருடங்களுக்கு வட்டி $= 100 \times 3 \times \frac{r}{100}$

n வருடங்களுக்கு வட்டி $= 100 \times n \times \frac{r}{100}$

ஆதலால், $\text{I} = \frac{\text{P}nr}{100}$

$\text{A} = \text{P} + \text{I}$

$\text{A} = \text{P} + \frac{\text{P}nr}{100}$

$\text{A} = \text{P}\left(1 + \frac{nr}{100}\right)$

வட்டி = முழுத்தொகை – அசல்

$\text{I} = \text{A} - \text{P}$

$I = \frac{Pnr}{100}$ என்ற சூத்திரத்திலிருந்து பின்வரும் சூத்திரங்களைப் பெறலாம்

$$r = \frac{100I}{Pn}$$

$$n = \frac{100I}{Pr}$$

$$P = \frac{100I}{rn}$$

குறிப்பு: 'n' என்பது பொதுவாக வருடங்களில் கணக்கிடப்படும். 'n' மாதங்களிலோ, நாட்களிலோ இருந்தால், அதை வருடங்களாக மாற்றிக் கணக்கிடப்பட வேண்டும்.

கோடிட்ட இடத்தை நிரப்புக

அசல் ₹	வட்டி ₹	முழுத்தொகை ₹
5,000	500	
12,500		17,500
	6,000	25,000
8,450	750	
12,000		15,600

எடுத்துக்காட்டு 3.35

கமல் ஒரு வருடத்திற்கு 7 % வட்டி வீதத்தில் ₹3,000 சேமிக்கிறார். ஒரு வருட முடிவில் அவர் பெறும் தனி வட்டியையும், தொகையையும் காண்க.

தீர்வு:

அசல் (P) = ₹3,000

வருடங்கள் (n) = 1

வட்டி வீதம் (r) = 7 %

தனி வட்டி (I) $= \frac{Pnr}{100}$

$= \frac{3000 \times 1 \times 7}{100}$

I = ₹210

A = P + I

= 3000 + 210

A = ₹3,210

எடுத்துக்காட்டு 3.36

ராதிகா ஆண்டிற்கு 11 % வட்டி வீதத்தில் ₹5,000 ஐ 2 ஆண்டுகளுக்கு முதலீடு செய்கின்றார். இரண்டாம் ஆண்டின் முடிவில் அவர் பெறும் தனி வட்டியையும் தொகையையும் காண்க.

தீர்வு:

அசல் (P) = ₹5,000

வருடங்கள் (n) = 2 years

வட்டி வீதம் (r) = 11 %

தனிவட்டி I $= \frac{\text{P}nr}{100}$

$= \frac{5000 \times 11 \times 2}{100}$

$= 1100$

I = ₹1,100

தொகை (A) = P + I

= 5000 + 1100

A = ₹6,100

எடுத்துக்காட்டு 3.37

₹7,500 க்கு 8 % வட்டி வீதம் ஒரு வருடம் 6 மாதங்களுக்கான தனிவட்டியையும் தொகையையும் காண்க.

தீர்வு:

P = ₹7,500

n = வருடம் 6 மாதங்கள்

$= 1\frac{6}{12}$ வருடங்கள்

$= 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ வருடங்கள்

r = 8 %

$\text{I} = \frac{\text{P}nr}{100}$

$= \frac{7500 \times \frac{3}{2} \times 8}{100}$

$= \frac{7500 \times 3 \times 8}{2 \times 100}$

$= 900$

$I = ₹900$

தொகை (A) $= P + I$

$= 7500 + 900$

$= ₹8,400$

வட்டி $= ₹900$, தொகை $= ₹8,400$

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

12 மாதங்கள் $= 1$ வருடம்

6 மாதங்கள் $= \frac{6}{12}$ வருடம் $= \frac{1}{2}$ வருடம்

3 மாதங்கள் $= \frac{3}{12}$ வருடம் $= \frac{1}{4}$ வருடம்

மாற்றுத் தீர்வு:

$P = ₹7,500$

$n = \frac{3}{2}$ வருடம்

$r = 8\ \%$

$$A = P\left(1 + \frac{nr}{100}\right)$$

$$= 7500\left(1 + \frac{\frac{3}{2} \times 8}{100}\right)$$

$$= 7500\left(1 + \frac{3 \times 8}{2 \times 100}\right)$$

$$= 7500\left(\frac{28}{25}\right)$$

$$= 300 \times 28$$

$$= 8400$$

$A = ₹8400$

$I = A - P$

$= 8400 - 7500$

$= 900$

$I = ₹900$

வட்டி $= ₹900$

தொகை $= ₹8,400$

எடுத்துக்காட்டு 3.38

₹6,750க்கு 219 நட்களுக்கு 10 % வட்டி வீதம் தனிவட்டியையும், தொகையையும் காண்க.

தீர்வு:

$P = ₹6,750$

$n = 219$ நாட்கள்

$= \frac{219}{365}$ வருடம் $= \frac{3}{5}$ வருடம்

$r = 10\ \%$

$I = \frac{Pnr}{100}$

$I = \frac{6750 \times 3 \times 10}{5 \times 100}$

$= 405$

$I = ₹405$

$A = P + I$

$= 6750 + 405$

$= 7,155$

$A = ₹7,155$

வட்டி $= ₹405$, தொகை $= ₹7,155$

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

365 நாட்கள் $= 1$ வருடம்

219 நாட்கள் $= \frac{219}{365}$ வருடம்

$= \frac{3}{5}$ வருடம்

73 நாட்கள் $= \frac{73}{365}$ வருடம்

$= \frac{1}{5}$ வருடம்

எடுத்துக்காட்டு 3.39

ராகுல் 7-6-2006 அன்று ₹4,000ஐ கடனாகப் பெற்று அதை 19-8-2009 அன்று திரும்ப செலுத்தினார். 5% வீதம் வட்டி கணக்கிடப்பட்டால் அவர் செலுத்திய தொகை எவ்வளவு ?

தீர்வு:

$P = ₹4,000$

$r = 5\ \%$

நாட்கள்,

ஜீன் $= 24\ (30 - 6)$

ஜீலை $= 31$

ஆகஸ்டு $= 18$

மொத்த நாட்கள் $= 73$

$n = 73$ நாட்கள்

$= \frac{73}{365}$ வருடம்

$= \frac{1}{5}$ வருடம்

$$A = P\left(1+\frac{nr}{100}\right)$$

$$= 4000\left(1+\frac{1\times 5}{5\times 100}\right)$$

$$= 4000\left(1+\frac{1}{100}\right)$$

$$= 4000\left(\frac{101}{100}\right)$$

$$= 4{,}040$$

தொகை = ₹4,040

எடுத்துக்காட்டு 3.40

₹7,000 அசலுக்கு 16 மாதங்களில் ₹1,680 தனிவட்டி கிடைத்தால், வட்டி வீதத்தைக் கண்டு பிடி.

தீர்வு:

P = ₹7,000

n = 16 மாதங்கள்

$= \frac{16}{12}$ வருடம் $= \frac{4}{3}$ வருடம்

I = ₹1,680

r = ?

$$r = \frac{100I}{Pn}$$

$$= \frac{100\times 1680}{7000\times \frac{4}{3}}$$

$$= \frac{100\times 1680\times 3}{7000\times 4}$$

$$= 18$$

$$r = 18\ \%$$

எடுத்துக்காட்டு 3.41

விஜய் ₹10,000ஐ 5% வட்டி வீதத்தில் வைப்பு நிதியாக செலுத்துகிறார். எத்தனை வருடங்களில் ₹11,000ஐ அவர் பெறுவார்?

தீர்வு:

A = ₹11,000

P = ₹10,000

r = 5 %

n = ?

$$
\begin{aligned}
I &= A - P \\
&= 11,000 - 10,000 \\
&= 1,000 \\
I &= ₹1000 \\
n &= \frac{100\,I}{Pr} \\
&= \frac{100 \times 1000}{10000 \times 5} \\
n &= 2 \text{ வருடங்கள்.}
\end{aligned}
$$

மாற்று முறை :

$$
\begin{aligned}
A &= P\left(1 + \frac{nr}{100}\right) \\
11000 &= 10000\left(1 + \frac{n \times 5}{100}\right) \\
\frac{11000}{10000} &= 1 + \frac{n}{20} \\
\frac{11}{10} &= \frac{20 + n}{20} \\
\frac{11}{10} \times 20 &= 20 + n \\
22 &= 20 + n \\
22 - 20 &= n \\
n &= 2 \text{ வருடங்கள்}
\end{aligned}
$$

எடுத்துக்காட்டு 3.42

ஒரு குறிப்பிட்ட அசலானது 8% வட்டி வீதத்தில் எத்தனை வருடங்களில் மூன்று மடங்காகும் எனக் காண்க ?

தீர்வு:

அசலை ₹P என எடுத்துக் கொள்வோம்.

$$
\begin{aligned}
\text{தொகை} &= \text{மூன்று மடங்கு அசல்} \\
&= ₹3\,P \\
r &= 8\,\% \\
n &= ? \\
I &= A - P \\
&= 3P - P \\
&= 2P
\end{aligned}
$$

$$I = ₹\,2\,P$$

$$n = \frac{100I}{Pr}$$

$$= \frac{100 \times 2P}{P \times 8}$$

$$n = 25$$

வருடங்கள் $= 25$

மாற்று முறை :

அசலை ₹100 எனக் கொள்வோம்.

தொகை $= 3 \times 100$

$= ₹300$

$$I = A - P$$

$$= 300 - 100$$

$$I = ₹200.$$

$$n = \frac{100I}{Pr} = \frac{100 \times 200}{100 \times 8}$$

$$n = \frac{200}{8} = 25$$

வருடங்களின் எண்ணிக்கை $= 25.$

எடுத்துக்காட்டு 3.43

ஒரு குறிப்பிட்ட தொகையானது 8% வட்டி வீதத்தில் 5 வருடங்களில் ₹10,080 ஆகிறது. அசலைக் காண்க.

தீர்வு:

$$A = ₹10,080$$

$n = 5$ வருடங்கள்

$$r = 8\,\%$$

$$P = ?$$

$$A = P\left(1 + \frac{nr}{100}\right)$$

$$10080 = P\left(1 + \frac{5 \times 8}{100}\right)$$

$$10080 = P\left(\frac{7}{5}\right)$$

$$10080 \times \frac{5}{7} = P$$

$$7,200 = P$$

அசல் $= ₹7,200$

எடுத்துக்காட்டு 3.44

ஒரு குறிப்பிட்ட அசலானது 6 வருடங்களில் ₹8,880 ஆகவும் 4 வருடங்களில் ₹7,920 ஆகவும் மாறுகிறது எனில் அசல் மற்றும் வட்டி வீதத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

6 வருட முடிவில் தொகை = அசல் + 6 வருட வட்டி

$= P + I_6 = 8880$

4 வருடமுடிவில் தொகை = அசல் + 4 வருட வட்டி

$= P + I_4 = 7920$

$I_2 = 8880 - 7920$

$= 960$

2 வருட முடிவில் வட்டி = ₹960

1 வருட முடிவில் வட்டி $= \frac{960}{2}$

$= 480$

4 வருட முடிவில் வட்டி $= 480 \times 4$

$= 1,920$

$P + I_4 = 7920$

$P + 1920 = 7920$

$P = 7920 - 1920$

$P = 6,000$

அசல் = ₹6,000

$r = \frac{100I}{pn}$

$= \frac{100 \times 1920}{6000 \times 4}$

$r = 8\ \%$

பயிற்சி 3.6

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க:

i) ₹1000 க்கு 10 % வட்டிவீதம் 2 ஆண்டுகளுக்கு தனிவட்டி

(A) ₹1000 (B) ₹200 (C) ₹100 (D) ₹2000

ii) தொகை = ₹11,500 மற்றும் அசல் = ₹11,000 எனில், வட்டி ஆனது

(A) ₹500 (B) ₹22,500 (C) ₹11,000 (D) ₹11,000

iii) 6 மாதங்கள் =

(A) $\frac{1}{2}$ வருடம் (B) $\frac{1}{4}$ வருடம் (C) $\frac{3}{4}$ வருடம் (D) 1 வருடம்

iv) 292 நாட்கள் =

(A) $\frac{1}{5}$ வருடம் (B) $\frac{3}{5}$ வருடம் (C) $\frac{4}{5}$ வருடம் (D) $\frac{2}{5}$ வருடம்

v) P = ₹14000 மற்றும் I = ₹1000 எனில், A என்பது

(A) ₹15000 (B) ₹13000 (C) ₹14000 (D) ₹1000

2. ₹5,000 க்கு 10% வட்டி வீதத்தில் 5 வருடங்களில் பெறப்படும் தனிவட்டியையும் தொகையையும் காண்க.

3. ₹1,200 க்கு $12\frac{1}{2}\%$ வட்டி வீதம் 3 ஆண்டுகளில் பெறப்படும் தனிவட்டியையும் தொகையையும் காண்க.

4. வருடத்திற்கு 10% வீதம் வட்டி தரும் ஒரு வங்கியில் லோகேஷ் ₹10,000 வைப்பு நிதியாக செலுத்தினார். அத்தொகையை 2 வருடம் 3 மாதங்களுக்குப் பிறகு அவர் திரும்பப் பெறுகிறார். அவர் பெற்ற வட்டியைக் காண்க.

5. ₹2,500 ஐ 13 % வருட வட்டி வீதம் வைப்பு நிதியாக செலுத்தினால், 146 நாட்களில் பெறும் தொகையைக் காண்க.

6. ₹12,000 க்கு 9 % வருட வட்டி வீதம் 21 மே 1999 லிருந்து 2 ஆகஸ்டு 1999 வரை கிடைக்கும் தனிவட்டியையும், தொகையையும் காண்க.

7. சத்யா ₹6,000 ஐ ஒரு வங்கியில் செலுத்தி 5 வருடங்களின் முடிவில் ₹7500 ஐ பெற்றார் எனில், வட்டி வீதத்தைக் காண்க.

8. 10% வருட வட்டி வீதத்தில் $2\frac{1}{2}$ வருடங்களில் ₹250 வட்டியாகத் தரும் அசல் தொகையைக் காண்க.

9. எத்தனை ஆண்டுகளில் 8 % வட்டி வீதத்தில் ₹5,000 மானது ₹5,800 ஆக மாறும் ?

10. ஒரு தொகையானது 10 வருடங்களில் இரட்டிப்பு ஆகிறது. வட்டி வீதத்தைக் காண்க.

11. ஒரு தொகையானது $12\frac{1}{2}\%$ வருட வட்டி வீதத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட வருடங்களில் இரட்டிப்பாகிறது. வருடங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

12. ஒரு குறிப்பிட்டத் தொகையானது 6% வட்டி வீதத்தில் 3 ஆண்டுகளில் ₹6,372 ஆகிறது எனில் அசலைக் காண்க.

13. ஒரு குறிப்பிட்டத் தொகையானது 3 ஆண்டுகளில் ₹6,500 ஆகவும் $1\frac{1}{2}$ ஆண்டுகளில் ₹5,750 ஆகவும் மாறுகிறது. அசல் மற்றும் வட்டி வீதத்தைக் காண்க.

சிந்திக்க!

1) ஒரு அசலானது 2 வருடத்தில் $\frac{9}{4}$ மடங்காக ஆகுமெனில், அதன் வட்டி விகிதம் எவ்வளவு ?

2) பத்து வருடத்திற்குப் பிறகு ராமுவிற்கு ₹6,00,000 தேவைப்படுகிறது. ஒரு வங்கி வருடத்திற்கு 20% அளித்தால் வங்கியில் ராமு எவ்வளவு அசலாக செலுத்தவேண்டும்?

நினைவில் கொள்க!

1. இரு அளவுகள் நேர்மாறலில் இருக்குமெனில், ஒரு அளவு அதிகரிக்கும் போது (குறையும் போது) அதனோடு தொடர்புடைய மற்றொரு அளவும் அதிகரிக்கும் (குறையும்).

2. இரு அளவுகள் எதிர்மாறலில் இருக்குமெனில் ஒரு அளவு அதிகரிக்கும் போது (குறையும் போது) அதனோடு தொடர்புடைய மற்றொரு அளவு குறையும் (அதிகரிக்கும்).

3. நேர்மாறலில், ஒன்றின் இரு வேறு அளவுகளின் விகிதம், மற்றொன்றில் அதற்குகந்த அளவுகளின் விகிதத்திற்கு சமமாகும்.

4. எதிர்மாறலில், ஒன்றின் இரு வேறு அளவுகளின் விகிதம் மற்றொன்றில் அதற்குகந்த அளவுகளின் விகிதத்திற்கு தலைகீழாகும்.

5. ஒரு பின்னத்தின் பகுதி 100 (அ) ஒரு விகிதத்தின் இரண்டாவது உறுப்பு 100 ஆக இருப்பின், அதை சதவீதம் என்பர்.

6. சதவீதத்தை % என்று குறிக்கலாம்

7. பின்னத்தை (அல்லது) தசம எண்ணை சதவீதமாக மாற்ற, 100 ஆல் பெருக்க வேண்டும்

8. ஒரு பொருளின் வாங்கும் விலையை அடக்க விலை என்று கூறுவர்.

9. ஒரு பொருளின் விற்கும் விலையை விற்பனை விலை என்று கூறுவர்.

10. ஒரு பொருளின் விற்பனை விலை அடக்க விலையை விட அதிகமாக இருப்பின் இலாபம் கிடைக்கும்.

11. ஒரு பொருளின் அடக்க விலை விற்பனை விலையை விட அதிகமாக இருப்பின், நட்டம் உண்டாகும்

12. மொத்த அடக்க விலை = அடக்க விலை + பழுதுபார்க்கும் செலவு (அல்லது போக்குவரத்து செலவு).

13. இலாபம் (அல்லது) நட்டம் ஒரே அளவுள்ள பொருட்களுக்கு தான் கணக்கிடப்பட வேண்டும்.

14. இலாபம் = விற்பனை விலை – அடக்க விலை

15. நட்டம் = அடக்கவிலை– விற்பனை விலை

16. இலாப சதவீதம் $= \frac{\text{இலாபம்}}{\text{அடக்க விலை}} \times 100$

17. நட்ட சதவீதம் $= \frac{\text{நட்டம்}}{\text{அடக்க விலை}} \times 100$

18. விற்பனை விலை = அடக்க விலை + இலாபம்

19. விற்பனை விலை = அடக்க விலை - நட்டம்

20. தனி வட்டி கணக்கிடுவதற்கான சூத்திரம் $(I) = \frac{Pnr}{100}$

21. $A = P + I$

$= P + \frac{Pnr}{100}$

$= P\left(1 + \frac{nr}{100}\right)$

22. $I = A - P$

23. $P = \frac{100I}{nr}$

24. $r = \frac{100I}{Pn}$

25. $n = \frac{100I}{Pr}$

4 அளவைகள்

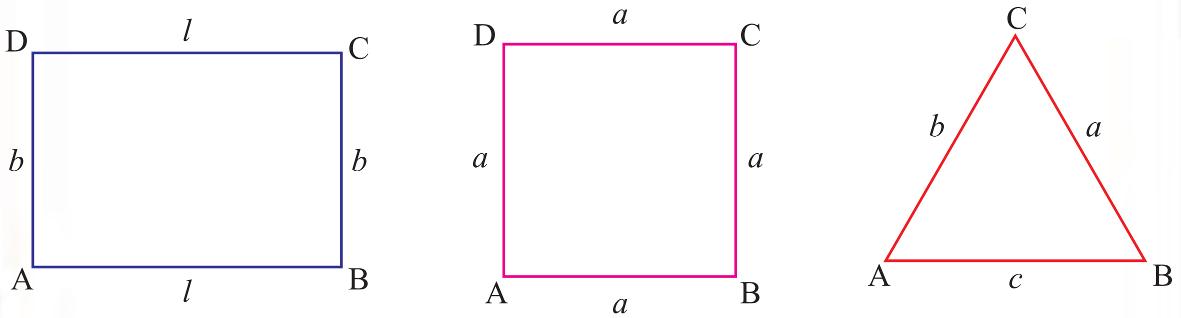
மூடிய வடிவங்களான செவ்வகம், சதுரம் மற்றும் செங்கோண முக்கோணம் ஆகியவற்றின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவு காணும் முறைகளை ஆறாம் வகுப்பில் கற்றிருக்கிறோம். மூடிய வடிவங்களான முக்கோணம், இணைகரம், சாய்சதுரம், சரிவகம் மற்றும் வட்டத்தின் பரப்பளவு காணும் முறைகளை இவ்வகுப்பில் காண்போம்.

4.1 மீள் பார்வை

ஆறாம் வகுப்பில் நாம் கற்றறிந்த செவ்வகம், சதுரம் மற்றும் செங்கோண முக்கோணத்தின் சுற்றளவு, பரப்பளவு பற்றி இங்கு நினைவு கூர்வோம்.

சுற்றளவு

ஒரு மூடிய வடிவத்தின் எல்லையை நாம் ஒரு முறை சுற்றிவரும் போது கிடைக்கும் தூரமே அவ்வடிவத்தின் சுற்றளவு ஆகும்.



படம் 4.1

செவ்வகத்தின் சுற்றளவு = 2 × (நீளம்) + 2 × (அகலம்)

= 2 [நீளம் + அகலம்]

செவ்வகத்தின் சுற்றளவு = $2(l + b)$ அலகுகள். இங்கு l = நீளம், b = அகலம்

சதுரத்தின் சுற்றளவு = 4 × ஒரு பக்கத்தின் நீளம்

= 4 × பக்கம்

சதுரத்தின் சுற்றளவு = $4a$ அலகுகள். இங்கு a என்பது சதுரத்தின் பக்கம்

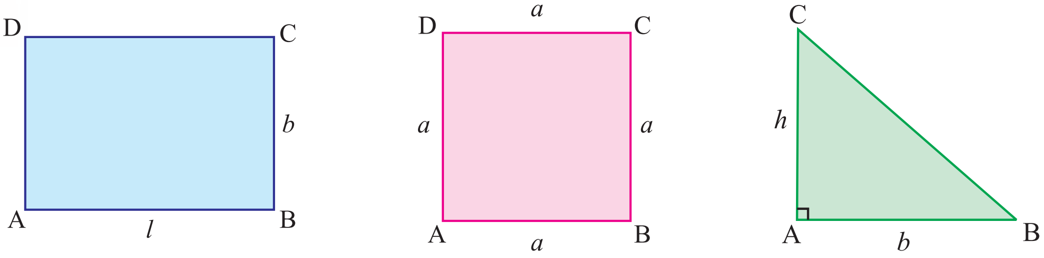
முக்கோணத்தின் சுற்றளவு = மூன்று பக்க அளவுகளின் கூடுதல்

முக்கோணத்தின் சுற்றளவு = $(a + b + c)$ அலகுகள்

இங்கு a, b, c முக்கோணத்தின் பக்கங்களாகும்.

பரப்பளவு

ஒரு மூடிய வடிவம் அடைக்கும் இடத்தின் அளவு அதன் பரப்பளவாகும்.



படம் 4.2

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளம் × அகலம்

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = $l \times b$ சதுர அலகுகள்

சதுரத்தின் பரப்பளவு = பக்கம் × பக்கம்

சதுரத்தின் பரப்பளவு = $a \times a$ சதுர அலகுகள்

செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

= $\frac{1}{2} \times$ செங்கோணத்தை உள்ளடக்கிய பக்கங்களின் பெருக்கற்பலன்

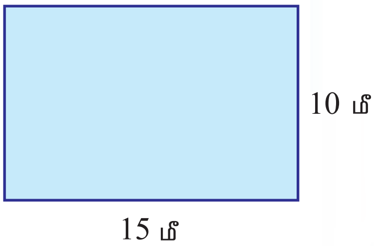
= $\frac{1}{2} \times (b \times h)$ சதுரஅலகுகள்

இங்கு b, h என்பவை செங்கோணத்தை உள்ளடக்கிய பக்கங்களாகும்.

* உங்கள் வகுப்பில் உள்ள கரும்பலகை, மேசை, சன்னல் ஆகியவற்றின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவைக் காண்க.
* ஒரு தாளினை எடுத்துக் கொண்டு அதில் பல்வேறு அளவுகள் கொண்ட செவ்வகம், சதுரம் மற்றும் செங்கோண முக்கோணங்களை வரைந்து அதை கத்தரித்து தனியே எடுத்துக் கொள்ளவும். அவற்றை மேசை மீது வைத்து அவற்றின் சுற்றளவு, மற்றும் பரப்பளவைக் கண்டு பிடிக்கவும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.1

நீளம் 15 மீ, அகலம் 10 மீ உடைய செவ்வக வடிவ நிலத்தின் பரப்பளவு , சுற்றளவு காண்க.



படம்4.3

தீர்வு :

நீளம் = 15 மீ, அகலம் = 10 மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளம் × அகலம்

=15 மீ × 10 மீ

$= 150$ மீ^{2}

செவ்வகத்தின் சுற்றளவு = 2 [நீளம் + அகலம்]

= 2 [15 +10] = 50 மீ

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = 150 மீ^{2}

செவ்வகத்தின் சுற்றளவு = 50 மீ

எடுத்துக்காட்டு 4.2

80 மீ நீளம் உடைய செவ்வக வடிவத் தோட்டத்தின் பரப்பளவு 3200 ச.மீ. தோட்டத்தின் அகலத்தைக் காண்க.

தீர்வு :

நீளம் = 80 மீ , பரப்பளவு = 3200 ச.மீ எனத்தரப்பட்டுள்ளது.

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = நீளம் × அகலம்

$$\text{அகலம்} = \frac{\text{செவ்வகத்தின் பரப்பளவு}}{\text{நீளம்}}$$

$$= \frac{3200}{80} = 40 \text{ மீ}$$

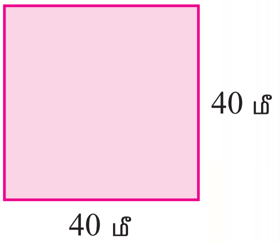
∴ தோட்டத்தின் அகலம் = 40 மீ

எடுத்துக்காட்டு 4.3

40 மீ நீளமுடைய சதுரவடிவ மனையின் பரப்பளவு, சுற்றளவு காண்க.

தீர்வு :

சதுர வடிவ மனையின் பக்கம் = 40 மீ (தரப்பட்டுள்ளது)



படம் 4.4

சதுரத்தின் பரப்பளவு = பக்கம் × பக்கம்

= 40 × 40

= 1600 ச.மீ

சதுரத்தின் சுற்றளவு = 4 × பக்கம்

= 4 × 40 = 160 மீ

சதுரத்தின் பரப்பளவு = 1600 ச.மீ

சதுரத்தின் சுற்றளவு = 160 மீ

எடுத்துக்காட்டு 4.4

சதுர வடிவப் பூந்தோட்டத்தின் பக்கம் 50 மீ. பூந்தோட்டத்தைச் சுற்றி மீட்டருக்கு ₹10 வீதம் வேலிபோட ஆகும் செலவைக் காண்க.

தீர்வு :

சதுர வடிவப் பூந்தோட்டத்தின் பக்கம் 50 மீ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

வேலிபோட ஆகும் மொத்த செலவைக் காண தோட்டத்தின் சுற்றளவைக் கண்டு அதை மீட்டருக்கு ஆகும் செலவுடன் பெருக்கினால் போதுமானது

சதுர வடிவப் பூந்தோட்டத்தின் சுற்றளவு = 4 × பக்கம்
= 4 × 50
= 200 மீ

வேலிபோட ஒரு மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு = ₹10 (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

∴ 200 மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு = ₹10 × 200
= ₹2000

எடுத்துக்காட்டு 4.5

பக்கம் 60 மீ உடைய சதுர வடிவப் பூங்காவை சமன் செய்ய சதுர மீட்டருக்கு ₹ 2 வீதம் ஆகும் செலவைக் காண்க.

தீர்வு :

சதுர வடிவப் பூங்காவின் பக்கம் 60 மீ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

சமன் செய்ய ஆகும் செலவைக் காண, பரப்பளவைக் கண்டு அதனை சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவுடன் பெருக்கினால் போதுமானது.

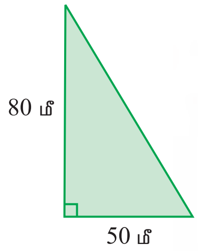
பூங்காவின் பரப்பளவு = பக்கம் × பக்கம்
= 60 × 60 = 3600 ச.மீ.

ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு = ₹2

∴ 3600 சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு = ₹2 × 3600
= ₹7200

எடுத்துக்காட்டு 4.6

ஒரு விளையாட்டுத்திடல் செங்கோணமுக்கோணம் வடிவில் உள்ளது. செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்கள் 50 மீ, 80 மீ. திடலில் சிமென்ட் பூச சதுர மீட்டருக்கு ₹5 வீதம் ஆகும் மொத்த செலவைக் காண்க.



படம் 4.5

தீர்வு :

சிமென்ட் பூச ஆகும் மொத்த செலவைக் காண, விளையாட்டுத்திடலின் பரப்பளவைக் கண்டு அதை ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவுடன் பெருக்கினால் போதுமானது.

செங்கோணமுக்கோண விளையாட்டுத்திடலின் பரப்பளவு = $\frac{1}{2} \times b \times h$

இங்கு b, h என்பன செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்களாகும்.

= $\frac{1}{2} \times (50 \times 80)$
= 2000 ச.மீ

ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு = ₹5

∴ 2000 சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு = ₹5 × 2000
= ₹10000

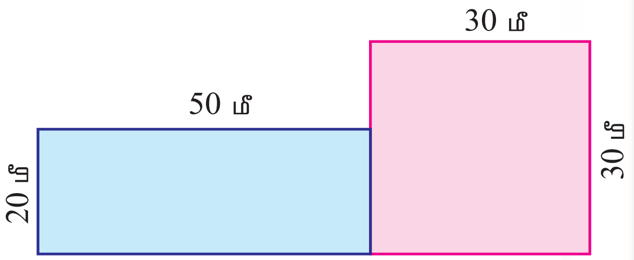
உங்களுக்குத் தெரியுமா?

1 ஏர் = 100 மீ^{2}
1 ஹெக்டேர் = 100 ஏர் (அ)
= 10000 ச.மீ

4.2 கூட்டு உருவங்களின் பரப்பளவு

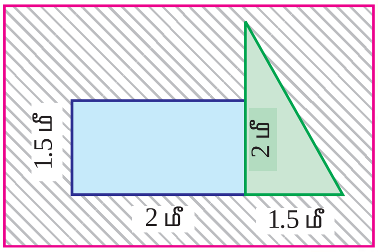
செவ்வகம், சதுரம் மற்றும் செங்கோண முக்கோணம் ஆகியவற்றில் ஏதேனும் இரு கூட்டு உருவங்களின் பரப்பளவைக் காணும் முறைகளை இப்பகுதியில் காண்போம்.

ஒரு கிராமவாசிக்கு படத்தில் காட்டியபடி இரு நிலங்கள் அடுத்தடுத்து உள்ளன. அதன் பரப்பளவு அவருக்குத் தெரியாது. ஒரு நிலம் 30மீ பக்கமுடைய சதுரநிலம். மற்றது 50மீ× 20மீ அளவுடைய செவ்வக நிலம். இப்போது கிராமவாசி வைத்திருக்கும் நிலத்தின் மொத்த பரப்பளவைக் கண்டு அவருக்கு உங்களால் உதவ முடியுமா ?



படம் 4.6

ஒரு பள்ளியில் இயங்கும் கணித மன்றத்துக்கு வளர்மதியும் மலர்கொடியும் வழிகாட்டிகள். அவர்கள் கணித அறையை படம் வரைந்து அழகுபடுத்தினர். அறையின் சுவரில் 2மீ நீளமும் 1.5மீ அகலமும் உடைய செவ்வக வடிவ படத்தை முதலில் வளர்மதி வரைந்தார். அப்படத்திற்கு அருகில் மலர்கொடி செங்கோண முக்கோணத்தை வரைந்தார். செங்கோணத்தை உள்ளடக்கிய பக்கங்களின் நீளங்கள் முறையே 1.5மீ, 2 மீ எனில் அவர்கள் வரைந்த படங்களின் மொத்த பரப்பை நம்மால் காண முடியுமா ?

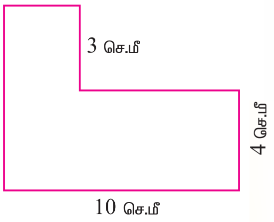


படம் 4.7

இப்பொழுது நாம் சில கூட்டு உருவங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 4.7

கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.



படம் 4.8

தீர்வு :

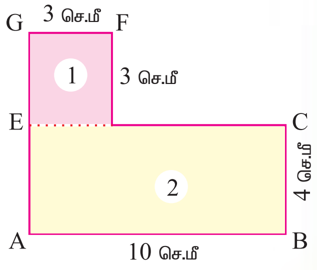
கொடுக்கப்பட்ட படத்தை படம் **4.9**இல் காட்டியபடி சதுரம், செவ்வகம் இரு பகுதிகளாகப் பிரித்துக் கொள்வோம்.

சதுரத்தின் பரப்பளவு (1) = **3** செமீ × **3** செமீ = 9 செமீ ^{2}

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு (2) = 10 செமீ × 4 செமீ = 40 செமீ ^{2}

∴ படத்தின் மொத்த பரப்பளவு (படம் 4.9) = (9 + 40) செமீ ^{2}

= 49 செமீ ^{2}



படம் 4.9

மாற்றுமுறை:

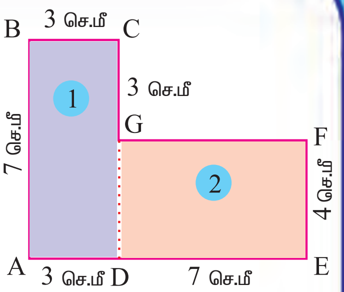
கொடுக்கப்பட்ட படத்தை படம் 4.10இல் காட்டியபடி இரு செவ்வகங்களாகப் பிரித்துக் கொள்வோம்.

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு (1) = 7 செமீ × 3 செமீ = 21 செமீ ^{2}

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு (2) = 7 செமீ × 4 செமீ = 28 செமீ ^{2}

∴ படத்தின் மொத்த பரப்பளவு (படம் 4.10) = (21 + 28) செமீ ^{2}

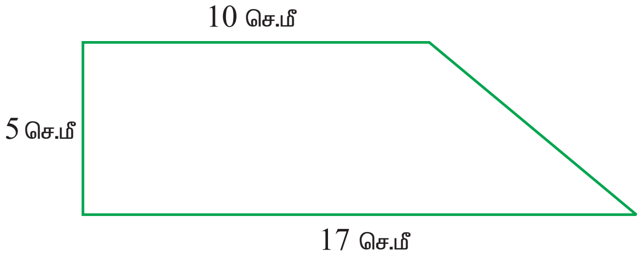
= 49 செமீ ^{2}



படம் 4.10

எடுத்துக்காட்டு 4.8

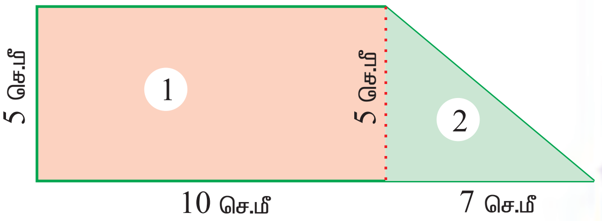
கீழ்க்காணும் படத்தின் பரப்பளவைக் காண்க



படம் 4.11

தீர்வு :

படமானது செவ்வகம், செங்கோண முக்கோணம் என இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.



படம் 4.12

செவ்வகத்தின் பரப்பு (1) = 5 செ.மீ × 10 செ.மீ

= 50 செ.மீ ^{2}

செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பு (2) = $\frac{1}{2}$ ×(7செ.மீ × 5செ.மீ)

= $\frac{35}{2}$ செ.மீ ^{2} = 17.5 செ.மீ ^{2}

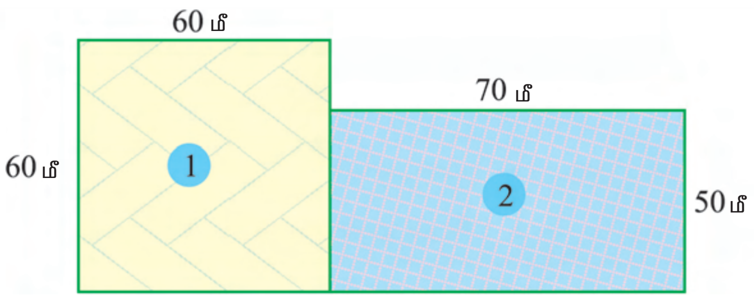
∴ படத்தின் மொத்த பரப்பு = (50 + 17.5) செ.மீ ^{2}

மொத்த பரப்பு = 67.5 செ.மீ ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 4.9

60 மீ நீளமுடைய சதுரவடிவ மனையை அறிவு வாங்கினார். அந்நிலத்திற்கு அடுத்த 70 மீ × 50 மீ அளவுடைய செவ்வக வடிவ மனையை அன்பு வாங்கினார். இருவரும் ஒரே விலைக்கு வாங்கினார்கள் எனில் இலாபம் அடைந்தவர் யார் ?

தீர்வு :



படம் 4.13

அறிவு வாங்கிய சதுரவடிவ மனையின் பரப்பளவு (1) = $60 \times 60 = 3600$ மீ^{2}

அன்பு வாங்கிய செவ்வகவடிவ மனையின் பரப்பளவு (2) = $70 \times 50 = 3500$ மீ^{2}

இங்கு சதுர வடிவ மனையின் பரப்பளவு செவ்வக வடிவ மனையின் பரப்பளவை விட அதிகமாக உள்ளது.

எனவே, லாபம் அடைந்தவர் அறிவு.

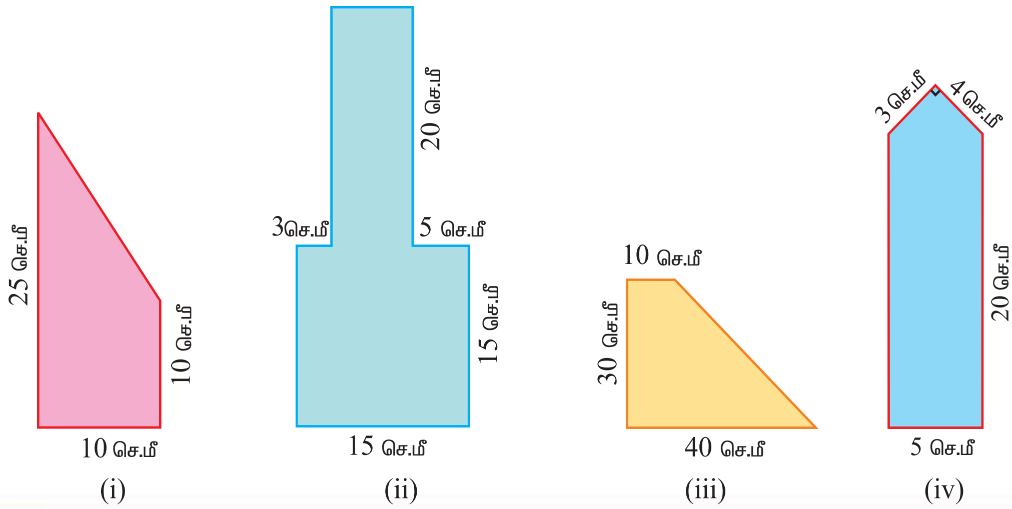
முயன்று பார்

சம பரப்பளவைக் கொண்ட இரு சதுரவடிவத் தாளினை எடுத்துக் கொள்க. மூலைவிட்டம் வழியாக சதுரத் தாளினை வெட்டவும். எத்தனை செங்கோண முக்கோணங்கள் கிடைத்தன ? அவற்றின் பரப்பளவு பற்றி ஏதேனும் கூற முடியுமா ? வெட்டிய பகுதிகளை மற்றொரு சதுரத் தாளின் மீது சரியாகப் பொருத்தி கூர்ந்து நோக்கவும். என்ன அறிந்து கொள்ள முடிகிறது ? கூடி விவாதிக்கவும்.

ஒரே மாதிரியான இரு செவ்வக வடிவத் தாளினை எடுத்துக்கொள்க. ஒரு செவ்வக வடிவத் தாளினை மூலை விட்டம் வழியாக வெட்டவும். எத்தனை செங்கோண முக்கோணங்கள் கிடைத்தன ?
அவற்றின் பரப்பளவு பற்றி ஏதேனும் கூறமுடியுமா ? வெட்டிய பகுதிகளை மற்றொரு செவ்வக வடிவக் காகிதத்தின் மீது சரியாகப் பொருத்தவும். செவ்வகத்திற்கும், செங்கோண முக்கோணத்திற்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு என்ன ? விவாதிக்கவும்.

பயிற்சி 4.1

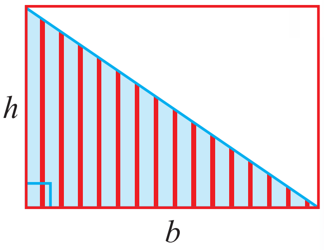
1. கீழ்க்காணும் படங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.



2. 5 மீ நீளமும் 4 மீ அகலமும் உடைய தரைக்கு சதுர ஓடு பதிக்க சிபி விரும்புகிறார். ஒரு சதுர ஓட்டின் பரப்பளவு $\frac{1}{2}$ மீ^{2} எனில் தரை முழுவதும் ஓடு பதிக்க, எத்தனை ஓடுகள் தேவைப்படும் ?.
3. செங்கோண முக்கோண வடிவ நிலமும், செவ்வக வடிவ நிலமும் அடுத்தடுத்துள்ளன. செங்கோண முக்கோண நிலத்தில் செங்கோணத்தை உள்ளடக்கிய பக்கங்களின் அளவுகள் 30 மீ, 40 மீ. செவ்வக வடிவ நிலத்தின் நீள, அகலங்கள் முறையே 20 மீ, 15மீ. செங்கோண முக்கோண வடிவ நிலத்தின் விலையும், செவ்வக வடிவ நிலத்தின் விலையும் சமமானவை எனில் எந்த நிலத்தை வாங்குவது சிறந்தது ?
4. 50 மீ நீளமுடைய சதுர வடிவ மனையை மணி வாங்கினார். அம்மனைக்கு அடுத்துள்ள 60மீ நீளமும் 40மீ அகலமும் உடைய செவ்வக வடிவ மனையை ரவி வாங்கினார். இருவர் வாங்கிய விலையும் சமம் எனில் யார் லாபம் அடைந்தது ? எவ்வளவு பரப்பளவு அதிகம் ?
5. எதனுடைய பரப்பளவு அதிகமானது ? செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்கள் 80மீ, 60மீ நீளமுடைய செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு அல்லது 50மீ நீளமுடைய சதுரத்தின் பரப்பளவு.

4.3 முக்கோணத்தின் பரப்பு

செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பு என்பது அதை உள்ளடக்கிய செவ்வகத்தின் பரப்பளவில் பாதியாகும்.



படம் 4.14

செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பு

= $\frac{1}{2}$ (செங்கோணத்தை உள்ளடக்கிய பக்கங்களின் பெருக்கற்பலன்)

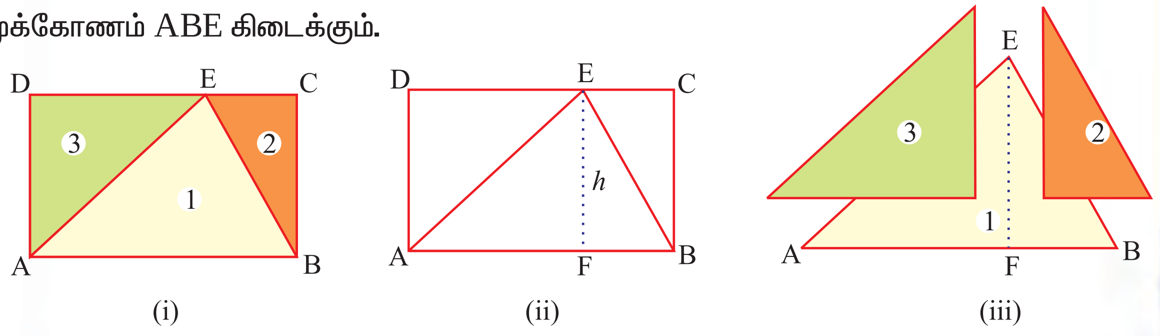
(அல்லது) $= \frac{1}{2} b\, h$ ச.அலகுகள்

இங்கு b, h என்பது செங்கோணத்தை உள்ளடக்கிய பக்கங்களாகும்.

இப்பகுதியில் முக்கோணங்களின் பரப்பளவு காணும் முறைகளைக் காண்போம்.

முக்கோணத்தின் பரப்பளவு காணல்

செவ்வக வடிவத் துண்டுத்தாளினை எடுத்துக் கொள்க. அவற்றின் உச்சிகளுக்கு A,B,C மற்றும் D எனப்பெயரிடுக. DC இன் மீது E என்ற ஏதேனும் ஒரு புள்ளியைக் குறிக்க. AE மற்றும் BE ஐச் சேர்க்க. படம் 4.15 (i)இல் காட்டியபடி செவ்வகம் ABCD க்குள் அமைந்த முக்கோணம் ABE கிடைக்கும்.



படம் 4.15

DE = AF என இருக்கமாறு AB இன் மீது F என்ற புள்ளியைக் குறிக்க. EF ஐச் சேர்க்கவும். EF = BC என்பதைக் கவனிக்கவும். இப்பொழுது EF ஐ h எனவும் AB ஐ b எனவும் கொள்வோம்.

AE மற்றும் BE வழியாக வெட்டவும். இப்பொழுது கிடைக்கும் முக்கோணம் (2), (3) ஐ படம் **4.15** (iii) காட்டியபடி ABE இன் மீது சரியாகப் பொருத்தவும், இப்பொழுது

ΔABE இன் பரப்பு = ΔADE இன் பரப்பு + ΔBCE இன் பரப்பு ..... (1)

செவ்வகம் ABCD இன் பரப்பு = ΔABE இன் பரப்பு + (ΔADE இன் பரப்பு + ΔBCE இன் பரப்பு)

= ΔABE இன் பரப்பு + Δ ABE இன் பரப்பு ((1) ன் படி)

= 2ΔABE இன் பரப்பு

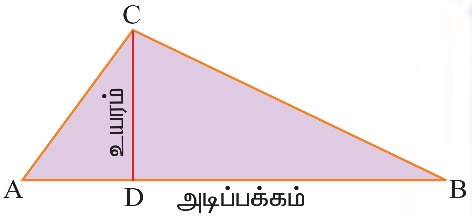
அதாவது 2 ΔABE இன் பரப்பு = செவ்வகம் ABCD இன் பரப்பு

$\therefore$ முக்கோணம் ABE இன் பரப்பு

= $\frac{1}{2}$(செவ்வகம் ABCD இன் பரப்பு)

= $\frac{1}{2}$(நீளம் $\times$ அகலம்)

= $\frac{1}{2}$ bh ச.அலகுகள்



படம் 4.16

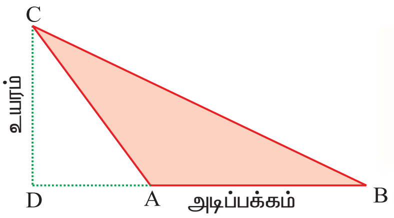
$\therefore$ **முக்கோணத்தின் பரப்பு = $\frac{1}{2}$ bh ச.அலகுகள்**

இங்கு b, h என்பது முறையே முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கம் மற்றும் உயரமாகும்.

சிந்திக்க!

ABC என்ற விரிகோண முக்கோணத்தைக் கருதுக. C யிலிருந்து வரையப்பட்ட செங்குத்து, BA இன் நீட்சியில் D என்ற புள்ளியில் சந்திக்கிறது.

முக்கோணத்தின் பரப்பளவு என்ன ?



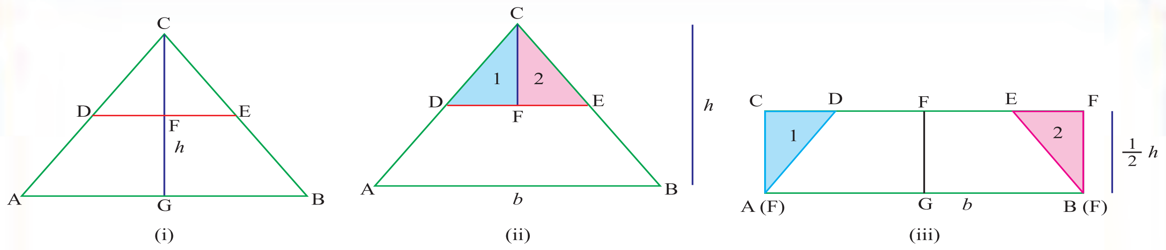
படம் 4.17

முயன்று பார்

காகித மடிப்பு முறை

முக்கோண வடிவிலான துண்டுத்தாளினை எடுத்துக்கொள்க. அதன் உச்சிகளுக்கு A, B, C எனப் பெயரிடுக. அடிப்பக்கம் AB ஐ b என்றும் குத்துயரத்தை h என்றும் கருதுக.

AC மற்றும் BC இன் மையப்புள்ளிகளைக் காண்க. அவற்றை முறையே D மற்றும் E என்க. மேலும் C யிலிருந்து AB க்கு ஒரு செங்குத்துக் கோட்டுத்துண்டு வரைக. அது DE ஐ F என்ற இடத்திலும் AB ஐ G என்ற இடத்திலும் சந்திக்கும். இப்பொழுது CF = FG என்பதை கவனிக்கவும்.



படம் 4.18

DE வழியாக வெட்டவும், கிடைக்கும் முக்கோணம் DCE ஐ CF வழியாக வெட்டினால் இரு செங்கோண முக்கோணங்கள் கிடைக்கும். அவற்றை படம் 4.18 (iii) இல் காட்டியபடி நாற்கரம் ABED இன் இருபுறமும் சேர்க்கவும்.

(i) ஆவது படத்தின் பரப்பளவு = (iii) ஆவது படத்தின் பரப்பளவு

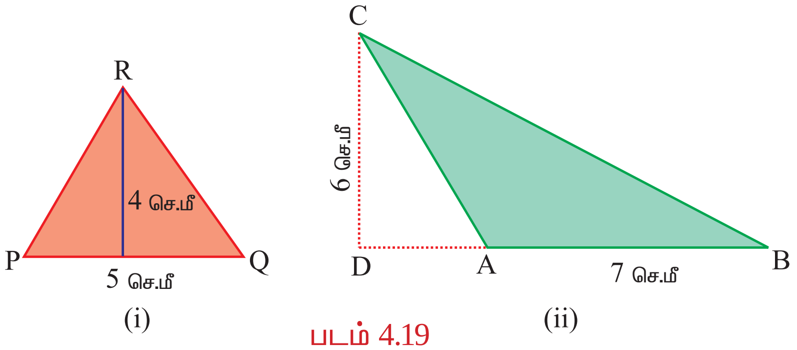
அதாவது முக்கோணத்தின் பரப்பு = உருவாக்கப்பட்ட செவ்வகத்தின் பரப்பு

$= b \times (\frac{1}{2}h)$ ச. அலகுகள் [CF + FG = h]

$= \frac{1}{2} b\, h$ ச. அலகுகள்

எடுத்துக்காட்டு 4.10

கீழ்க்காணும் படங்களின் பரப்பளவைக் காண்க.



படம் 4.19

தீர்வு :

(i) அடிப்பக்கம் = 5 செ.மீ, உயரம் = 4 செ.மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

முக்கோணம் PQR இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} b\, h$

$= \frac{1}{2} \times 5 \times 4$

$=$ 10 ச.செ.மீ (அல்லது) செ.மீ ^{2}

(ii) அடிப்பக்கம் = 7 செ.மீ, உயரம் = 6 செ.மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

முக்கோணம் ABC இன் பரப்புபளவு $= \frac{1}{2} b\, h$

$= \frac{1}{2} \times 7 \times 6$

$=$ 21 ச.செ.மீ (அல்லது) செ.மீ ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 4.11

40 மீ உயரம் கொண்ட ஒரு முக்கோண வடிவத் தோட்டத்தின் பரப்பளவு 800 ச.மீ. அதன் அடிப்பக்கத்தின் நீளத்தைக் காண்க.

தீர்வு :

முக்கோணவடிவத் தோட்டத்தின் பரப்பளவு = 800 ச.மீ (தரப்பட்டுள்ளது)

$$\frac{1}{2}bh = 800$$

$$\frac{1}{2}\times b\times 40 = 800 \quad (\because h = 40)$$

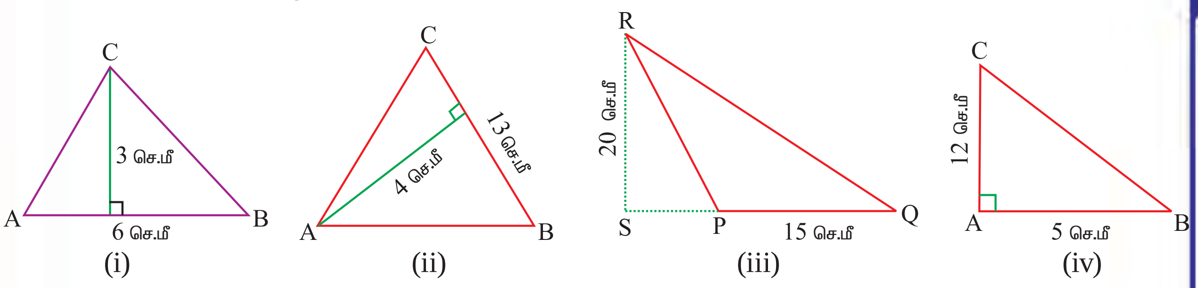
$$20\,b = 800$$

$$b = 40 \text{ மீ}$$

∴ அடிப்பக்கத்தின் நீளம் 40 மீ.

பயிற்சி 4.2

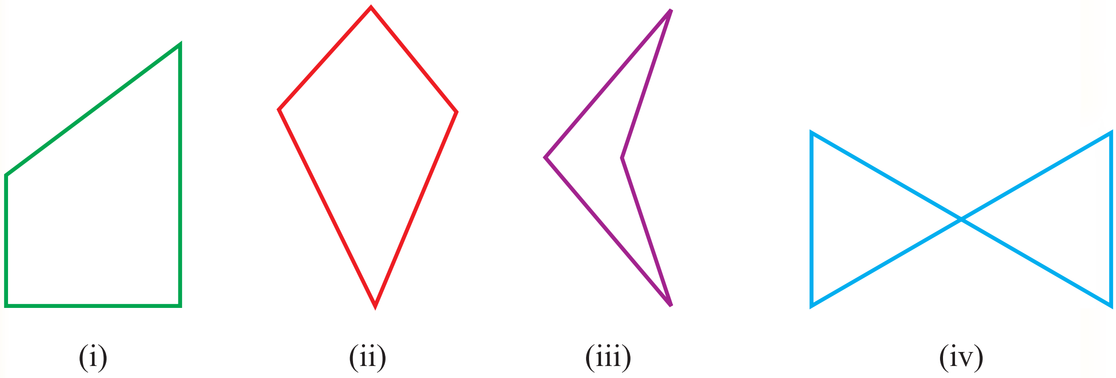
1. கீழ்க்காணும் முக்கோணங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.



2. கீழ்க்காணும் அளவுகளுக்கு முக்கோணத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.
   (i) அடிப்பக்கம் = 6 செ.மீ, உயரம் = 8 செ.மீ
   (ii) அடிப்பக்கம் = 3 மீ, உயரம் = 2 மீ
   (iii) அடிப்பக்கம் = 4.2 மீ, உயரம் = 5 மீ
3. கீழ்க்காணும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு மற்றும் உயர அளவுகளைக் கொண்டு அதன் அடிப்பக்கதின் நீளத்தைக் காண்க.
   (i) பரப்பளவு = 40 மீ ^{2}, உயரம் = 8 மீ
   (ii) பரப்பளவு = 210 செ.மீ ^{2}, உயரம் = 21 செ.மீ
   (iii) பரப்பளவு = 82.5 மீ ^{2}, உயரம் = 10 மீ
4. கீழ்க்காணும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு மற்றும் அடிப்பக்க அளவுகளைக் கொண்டு அதன் உயரம் காண்க :
   (i) பரப்பளவு = 180 மீ ^{2}, அடிப்பக்கம் = 20 மீ
   (ii) பரப்பளவு = 62.5 மீ ^{2}, அடிப்பக்கம் = 25 மீ
   (iii) பரப்பளவு = 20 செ.மீ ^{2}, அடிப்பக்கம் = 5 செ.மீ
5. ஒரு தோட்டமானது முக்கோண வடிவில் உள்ளது. அதன் அடிப்பக்கம் 26 மீ, உயரம் 28 மீ. தோட்டத்தைச் சமன்செய்ய சதுர மீட்டருக்கு ₹5 வீதம் ஆகும் மொத்த செலவைக்காண்க.

4.4 நாற்கரத்தின் பரப்பு

நான்கு கோட்டுத்துண்டுகளால் அடைபடும் உருவம் நாற்கரம் ஆகும். இதில் இரண்டு கோட்டுத் துண்டுகள் ஒன்றையொன்று குறுக்காக வெட்டிக் கொள்ளாது.



படம் 4.20

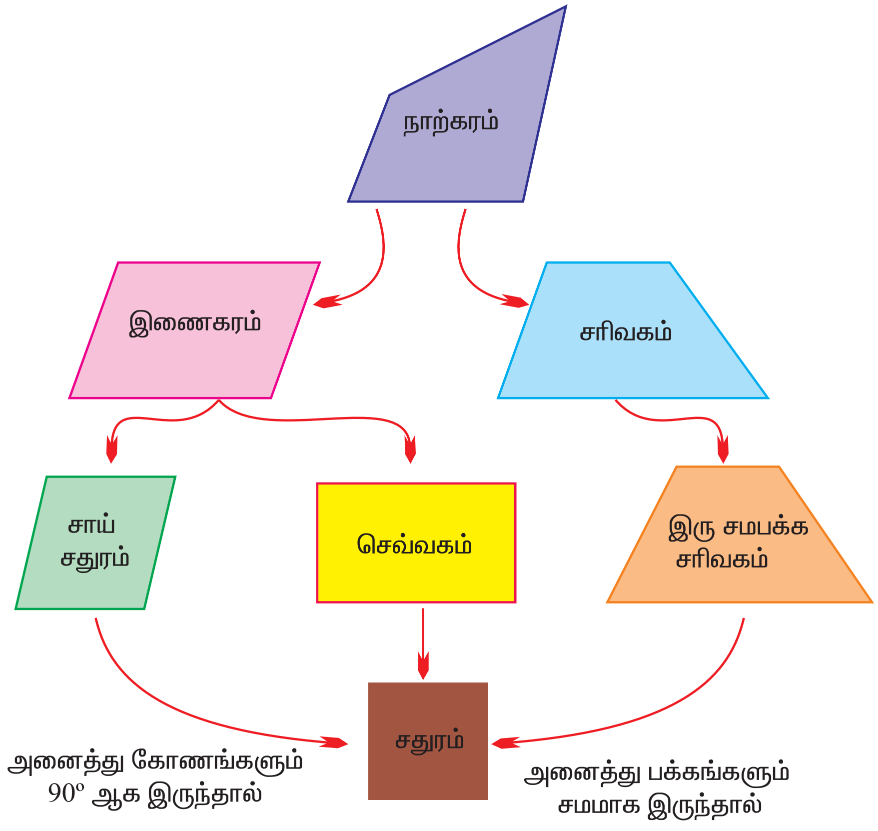
மேற்கண்ட படத்தில்

படம் (i), (ii), (iii) ஆகியவை நாற்கரமாகும்

படம் (iv) நாற்கரமல்ல.

நாற்கரத்தின் வகைகள்

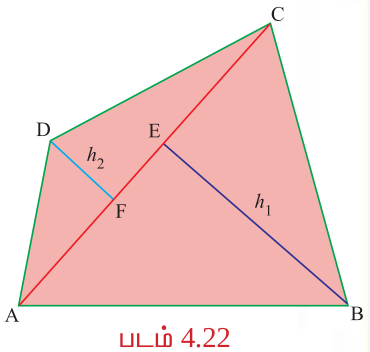
கீழ்க்கண்ட படமானது நாற்கரத்தின் பல வகைகளைக் காட்டுகிறது.



படம் 4.21

நாற்கரத்தின் பரப்பளவு

ABCD என்ற நாற்கரத்தில் மூலை விட்டம் AC ஐ வரைக. அது நாற்கரத்தை ABC மற்றும் ADC என இரண்டாகப் பிரிக்கிறது. பொது அடிப்பக்கம் ACக்கு குத்துக்கோடு BE மற்றும் DF ஐ வரைக.



படம் 4.22

நாற்கரம் ABCD இன் பரப்பளவு

$= \triangle ABC$ இன் பரப்பளவு + $\triangle ADC$ இன் பரப்பளவு

$= [\frac{1}{2} \times AC \times h_1] + [\frac{1}{2} \times AC \times h_2]$

$= \frac{1}{2} \times AC \times (h_1 + h_2)$

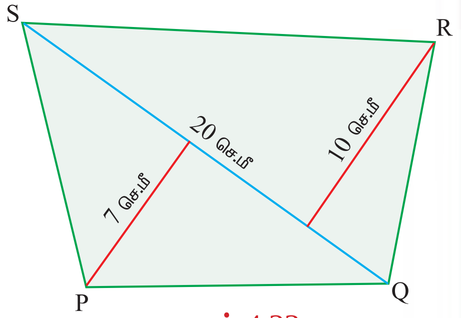
$= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ச. அலகுகள்.

இங்கு d என்பது மூலைவிட்டம் AC-இன் நீளத்தையும், h_1, h_2 என்பது எதிர்பக்கத்திலிருந்து மூலைவிட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் நீளத்தையும் குறிக்கும்.

$\therefore$ நாற்கரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ச. அலகுகள்.

எடுத்துக்காட்டு 4.12

படத்தில் காட்டியுள்ள நாற்கரம் PQRS இன் பரப்பளவு காண்க.



படம் 4.23

தீர்வு :

$d = 20$ மீ , $h_1 = 7$ செ.மீ, $h_2 = 10$ செ.மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

நாற்கரம் PQRS இன் பரப்பளவு

$= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$

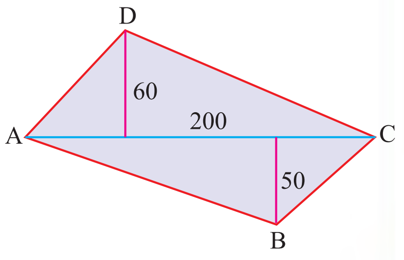
$= \frac{1}{2} \times 20 \times (7 + 10) = 10 \times 17$

$= 170$ செ.மீ ^{2}

$\therefore$ நாற்கரம் PQRS இன் பரப்பளவு = 170 செ.மீ ^{2}.

எடுத்துக்காட்டு 4.13

ஒரு வீட்டு மனையானது நாற்கரவடிவில் உள்ளது. அதன் ஒரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் 200 மீ. நாற்கரத்தின் இரு எதிர் உச்சிகள் மூலைவிட்டத்திலிருந்து 60மீ, 50மீ தொலைவில் உள்ளன எனில் நாற்கரத்தின் பரப்பளவு யாது ?



படம் 4.24

தீர்வு :

d = 200 மீ, h_1 = 50 மீ, h_2 = 60 மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

நாற்கரம் ABCD இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$

$= \frac{1}{2} \times 200 \times (50 + 60)$

$= 100 \times 110$

∴ நாற்கரத்தின் பரப்பளவு = 11000 மீ ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 4.14

ஒரு நாற்கரத்தின் பரப்பளவு 525 ச.மீ. அதன் இரு உச்சிகளிலிருந்து மூலைவிட்டத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளங்கள் 15மீ, 20மீ எனில் மூலைவிட்டத்தின் நீளமென்ன ?

தீர்வு :

பரப்பளவு = 525 ச.மீ, h_1 = 15 மீ, h_2 = 20 மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

இப்பொழுது,

நாற்கரத்தின் பரப்பளவு = 525 ச.மீ

$\frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2) = 525$

$\frac{1}{2} \times d \times (15 + 20) = 525$

$\frac{1}{2} \times d \times 35 = 525$

$d = \frac{525 \times 2}{35} = \frac{1050}{35}$ = 30 மீ

∴ மூலைவிட்டத்தின் நீளம் = 30 மீ.

எடுத்துக்காட்டு 4.15

400 செ.மீ ^{2} பரப்பளவு கொண்ட நாற்கரம் PQRS இன் ஒரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் PR = 25 செ.மீ. Q விலிருந்து PR க்கு வரையப்படும் செங்குத்துகோட்டின் நீளம் 15 செ.மீ எனில் S லிருந்து PR க்கு வரையப்படும் செங்குத்து கோட்டின் நீளமென்ன ?

தீர்வு :

d = 25 செ.மீ, h_1 = 15 செ.மீ, பரப்பளவு = 400 செ.மீ ^{2} எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

நாற்கரம் PQRS இன் பரப்பளவு = 400 செ.மீ ^{2}

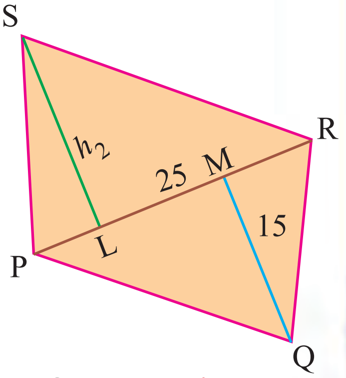
$\frac{1}{2} \times d \times (SL + QM) = 400$ இங்கு $SL = h_1$, $QM = h_2$

$\frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2) = 400$

$\frac{1}{2} \times 25 \times (15 + h_2) = 400$

$15 + h_2 = \frac{400 \times 2}{25} = 16 \times 2 = 32$

$h_2 = 32 - 15 = 17$

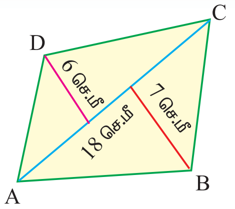


∴ S லிருந்து PR க்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளம் 17 செ.மீ

படம் 4.25

பயிற்சி 4.3

1. படத்திலிருந்து, நாற்கரம் ABCD இன் பரப்பளவைக் காண்க.



2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள மூலைவிட்டம் மற்றும் உயர அளவுகளைக் கொண்டு நாற்கரத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.
   (i) d = 15 செ.மீ, h_1 = 5 செ.மீ, h_2 = 4 செ.மீ
   (ii) d = 10 செ.மீ, h_1 = 8.4 செ.மீ, h_2 = 6.2 செ.மீ
   (iii) d = 7.2 செ.மீ, h_1 = 6 செ.மீ, h_2 = 8 செ.மீ
3. ஒருநாற்கரத்தின் மூலைவிட்டம் 25 செ.மீ. எதிர் உச்சிகளில் இருந்து மூலைவிட்டத்தின் மேலமைந்த செங்குத்தின் நீளங்கள் 5 செ.மீ, 7 செ.மீ எனில் நாற்கரத்தின் பரப்பளவு யாது ?
4. ஒரு நாற்கரத்தின் பரப்பளவு 54 செ.மீ^{2}.அதன் இரு உச்சியிலிருந்து மூலை விட்டத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளங்கள் **4** செ.மீ, **5** செ.மீ எனில் மூலைவிட்டத்தின் நீளமென்ன ?
5. ஒரு வீட்டு மனையானது நாற்கரம் வடிவில் உள்ளது. அதன் ஒரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் 250 மீ. நாற்கரத்தின் இரு எதிர் உச்சிகள் மூலைவிட்டத்திலிருந்து 70 மீ, 80 மீ தொலைவில் உள்ளன. வீட்டு மனையின் பரப்பளவு யாது ?

4.5 இணைகரத்தின் பரப்பளவு

சதுரம், செவ்வகம், முக்கோணம் ஆகிய சமதள உருவங்களைத் தவிர பல்வேறு சமதள உருவங்களை நம் அன்றாட வாழ்வில் பார்த்திருக்கிறோம். மற்ற சமதள உருவங்களைப் பற்றி உங்களுக்குத் தெரியுமா?

இணைகரம் என்பது சமதள உருவங்களில் ஒன்றாகும்.

இப்பகுதியில் இணைகரத்தைப் பற்றியும், கீழ்க்கண்டவற்றைப் பற்றியும் விவாதிப்போம்.

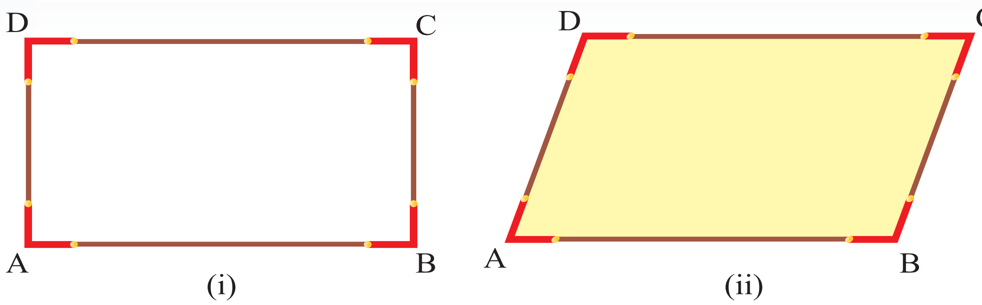
இணைகரம் வடிவிலுள்ள நிலத்தின் பரப்பளவை எவ்வாறு காண்பது?

இணைகரத்தை அதன் பரப்பளவுக்குச் சமமான செவ்வகமாக மாற்ற முடியுமா?

இணைகரத்தை அதன் பரப்பளவுக்குச் சமமான இரு முக்கோணங்களாக மாற்ற முடியுமா?

இணைகரத்தின் வரையறை

நான்கு தென்னங்குச்சிகளை எடுத்துக் கொள்ளவும். அவற்றை சைக்கிள் வால்வு டியூப் கொண்டு செவ்வகம் வருமாறு இணைக்கவும் (பார்க்க படம் 4.26 (i))

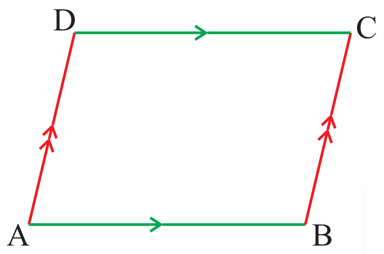


படம் 4.26

அடிப்பக்கம் AB ஐ நிலையாக வைத்துக் கொண்டு D முனையை மெதுவாக வலப்புறம் தள்ள, படம் 4.26 (ii) இல் காட்டிய வடிவத்தைப் பெறலாம்.

இப்போது கீழ்க்கண்டவற்றிற்கு பதிலளிக்கவும் :

இவ்வடிவம் இணைப் பக்கங்களைப் பெற்றுள்ளதா? ஒன்றுக்கொன்று இணையான பக்கங்கள் எவை?



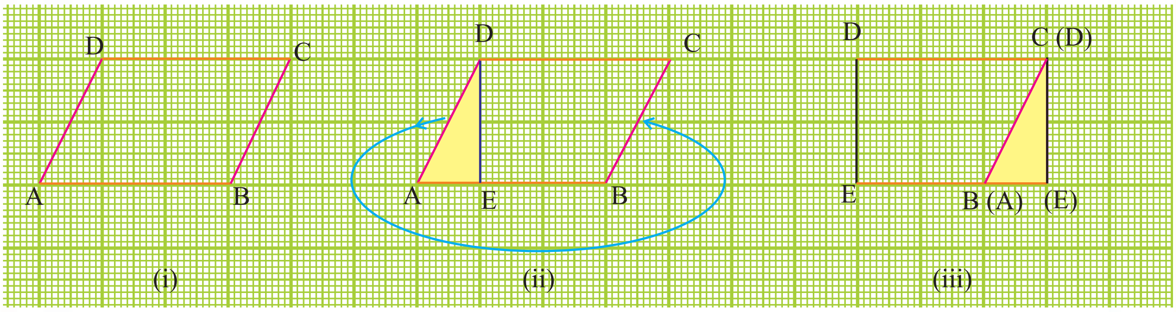
படம் 4.27

இங்கு AB யும் DC யும் இணையானவை. மேலும் AD யும் BC யும் இணையானவை. இணை என்பதைக் குறிக்க'||' என்ற குறியீட்டைப் பயன்படுத்துகிறோம். அதாவது AB || DC மற்றும் AD || BC. (இதை AB க்கு இணை DC மற்றும் AD க்கு இணை BC எனப் படிக்கலாம்).

எனவே, ஒரு நாற்கரத்தில், இரு எதிரெதிர் பக்கங்கள் இணையாக இருந்தால் அதை இணைகரம் என அழைக்கலாம் (படம் 4.27).

இணைகரத்தின் பரப்பளவு

வரைபடத்தாளில் படம் 4.28 (i) கொடுத்துள்ளபடி இணைகரம் ஒன்றை வரையவும்.



படம் 4.28

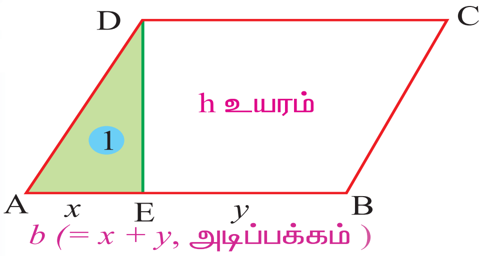
உச்சி D யிலிருந்து அடிப்பக்கம் AB க்கு ஒரு செங்குத்துக் கோடு வரைக. அது AB யில் தொடும் இடத்தை E என்க.

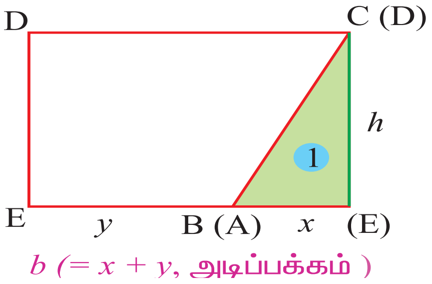
இப்பொழுது, முக்கோணம் AED ஐ தனியாக வெட்டியெடுத்து அதை மறுபுறத்தில், படம் 4.28 (iii) இல் காட்டியபடி சேர்க்கவும்.

என்ன வடிவம் கிடைத்துள்ளது ? செவ்வகமா ?

இணைகரத்தின் பரப்பும் இப்பொழுது கிடைத்துள்ள செவ்வகத்தின் பரப்பும் சமமா ?

ஆம். இணைகரத்தின் பரப்பு = உருவாக்கப்பட்ட செவ்வகத்தின் பரப்பு





படம் 4.29

உருவாக்கப்பட்ட செவ்வகத்தின் நீளம் இணைகரத்தின் அடிப்பக்கத்திற்கும், செவ்வகத்தின் அகலம் இணைகரத்தின் உயரத்திற்கும் சமமாகும் என்பதை நாம் அறிந்து கொள்ளலாம்.

$\therefore$ இணைகரத்தின் பரப்பளவு = செவ்வகத்தின் பரப்பளவு

= நீளம் $\times$ அகலம்

= அடிப்பக்கம் $\times$ உயரம்

இணைகரத்தின் பரப்பளவு $= bh$ சதுர அலகுகள்

இங்கு b என்பது இணைகரத்தின் அடிப்பக்கத்தையும் h என்பது உயரத்தையும் குறிக்கிறது

$\therefore$ இணைகரத்தின் பரப்பளவு என்பது அடிப்பக்கம் (b) மற்றும் உயரம் (h) ஆகியவற்றின் பெருக்கற் பலனாகும்.

குறிப்பு: இணைகரத்தின் எந்த பக்கத்தையும் அடிப்பக்கமாகக் கருதலாம். எதிர் உச்சியிலிருந்து அப்பக்கத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்து தொலைவு அதன் உயரம் (குத்துயரம்) ஆகும்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

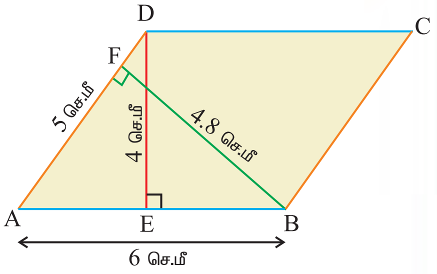
இணைகரத்தில்
- எதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாகும்.
- எதிரெதிர் கோணங்கள் சமமாகும்
- எதிரெதிர் பக்கங்கள் சமமாகும்.
- மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் சமமல்ல
- மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசமக் கூறிடும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.16

படத்தில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்கு

(i) **AB**ஐ அடிப்பக்கமாகக் கொண்டு இணைகரத்தின் பரப்பளவு காண்க.

(ii) **AD**ஐ அடிப்பக்கமாகக் கொண்டு இணைகரத்தின் பரப்பளவு காண்க.



படம் 4.30

தீர்வு :

இணைகரத்தின் பரப்பளவு = அடிப்பக்கம் $\times$ உயரம்

(i) ABஐ அடிப்பக்கமாக கொண்டு, இணைகரத்தின் பரப்பளவு

= அடிப்பக்கம் AB × உயரம் DE

= 6 செமீ × 4 செமீ = 24 செமீ ^{2}

(ii) ADஐ அடிப்பக்கமாகக் கொண்டு, இணைகரத்தின் பரப்பளவு

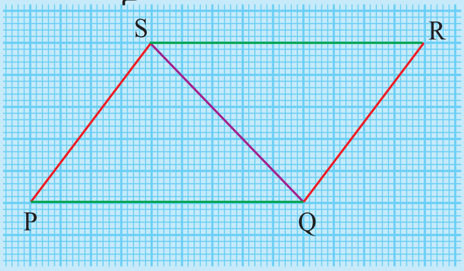
= அடிப்பக்கம் AD × உயரம் FB

= 5 செ.மீ × 4.8 செ.மீ = 24 செ.மீ^{2}

குறிப்பு: இங்கு, கொடுக்கப்பட்ட இணைகரத்தில் ABஐ அடிப்பக்கமாகக் கொண்டு கணக்கிடப்பட்ட இணைகரத்தின் பரப்பளவும், ADஐ அடிப்பக்கமாகக் கொண்டு கணக்கிடப்பட்ட இணைகரத்தின் பரப்பளவும் சமமாகும்.

∴ எனவே, இணைகரத்தில் ஏதேனும் ஒரு பக்கத்தை அடிப்பக்கமாகக் கொண்டும், அதற்கேற்ற உயரத்தைக் கொண்டும் பரப்பளவைக் கணக்கிடலாம்.

படம் 4.31 ஐக் கொண்டு இணைகரத்தின் பரப்பளவுக்கும், முக்கோணத்தின் பரப்பளவுக்கும் உள்ள தொடர்பைக் காண்க.



படம் 4.31

எடுத்துக்காட்டு 4.17

அடிப்பக்கம் 9 செ.மீ, குத்துயரம் 5 செ.மீ உடைய இணைகரம் ஒன்றின் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு :

b = 9 செ.மீ, h = 5 செ.மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது

இணைகரத்தின் பரப்பளவு = $b \times h$

= 9×5

∴ இணைகரத்தின் பரப்பளவு = 45 செ.மீ ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 4.18

ஓர் இணைகரத்தின் பரப்பளவு 480 செ.மீ ^{2}, அடிப்பக்கம் 24 செ.மீ கொண்ட இணைகரத்தின் குத்துயரம் என்ன ?

தீர்வு :

பரப்பளவு = 480 செ.மீ ^{2}, அடிப்பக்கம் b = 24 செ.மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

இணைகரத்தின் பரப்பளவு = 480

$b \times h = 480$

$24 \times h = 480$

$h = \frac{480}{24}$ = 20 செ.மீ

∴ இணைகரத்தின் குத்துயரம் = 20 செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 4.19

ஓர் இணைகரத்தின் பரப்பளவு 56 செ.மீ ^{2}. அதன் குத்துயரம் 7 செ.மீ எனில் இணைகரத்தின் அடிப்பக்கம் என்ன ?

தீர்வு :

பரப்பளவு = 56 செ.மீ ^{2}, குத்துயரம் h = 7 செ.மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

இணைகரத்தின் பரப்பளவு = 56

$b \times h = 56$

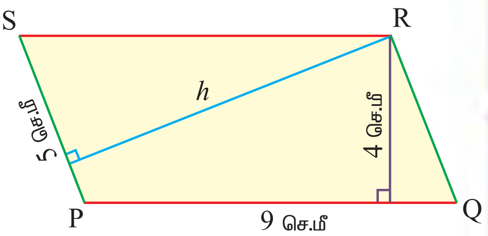
$b \times 7 = 56$

$b = \frac{56}{7} = 8$ செ.மீ.

$\therefore$ இணைகரத்தின் அடிப்பக்கம் = 8 செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 4.20

PQRS என்ற இணைகரத்தில், இரு பக்கங்களின் நீளங்கள் 9 செ.மீ மற்றும் **5** செ.மீ. அடிப்பக்கம் PQ வைப் பொறுத்து அதன் குத்துயரம் 4 செ.மீ (படத்தைப் பார்க்க) எனில்



படம் 4.32

(i) இணைகரத்தின் பரப்பளவு யாது ?

(ii) அடிப்பக்கம் PS ஐப் பொறுத்து அதன் குத்துயரம் காண்க.

தீர்வு :

(i) இணைகரத்தின் பரப்பளவு $= b \times h$

$= 9 \times 4$

$= 36$ செ.மீ ^{2}

(ii) அடிப்பக்கம் PS (b) = 5 செ.மீ, எனில்,

பரப்பளவு = 36

$b \times h = 36$

$5 \times h = 36$

$h = \frac{36}{5} = 7.2$ செ.மீ.

$\therefore$ அடிப்பக்கம் PS ஐப் பொறுத்து குத்துயரம் 7.2 செ.மீ.

சிந்தித்து விவாதிக்க:

- சுற்றளவு சமமாக உள்ளவாறு பல்வேறு இணைகரங்களை வரையவும்.
- அந்த இணைகரங்கள் அனைத்தும் ஒரே பரப்பளவைக் கொண்டிருக்குமா ?

பயிற்சி 4.4

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்:

i) பரப்பளவு 300 செ.மீ ^{2}, அடிப்பக்கம் 15 செ.மீ கொண்ட இணைகரத்தின் குத்துயரம்

(A) 10 செ.மீ (B) 15 செ.மீ (C) 20 செ.மீ (D) 30 செ.மீ

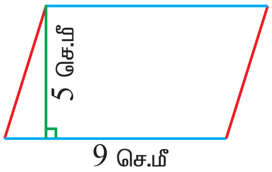
ii) பரப்பளவு 800 செ.மீ ^{2}, குத்துயரம் 20 செ.மீ கொண்ட இணைகரத்தின் அடிப்பக்கம்

(A) 20 செ.மீ (B) 30 செ.மீ (C) 40 செ.மீ (D) 50 செ.மீ

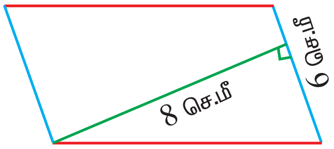
iii) அடிப்பக்கம் 20 செ.மீ, குத்துயரம் 30 செ.மீ கொண்ட இணைகரத்தின் பரப்பளவு

(A) 300 செ.மீ ^{2} (B) 400 செ.மீ ^{2} (C) 500 செ.மீ ^{2} (D) 600 செ.மீ ^{2}

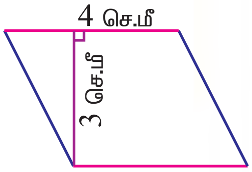
2. கீழ்க்காணும் இணைகரங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்க:



(i)



(ii)



(iii)

3. இணைகரங்களின் அடிப்பக்கமும், குத்துயரமும் தரப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க :

(i) b = 14 செ.மீ, h = 18 செ.மீ

(ii) b = 15 செ.மீ, h = 12 செ.மீ

(iii) b = 23 செ.மீ, h = 10.5 செ.மீ

(iv) b = 8.3 செ.மீ, h = 7 செ.மீ

4. ஒரு இணைகரத்தின் அடிப்பக்கமும், அதற்கேற்ற குத்துயரமும் முறையே 14 செ.மீ, 8 செ.மீ எனில் இணைகரத்தின் பரப்புளவு யாது ?

5. ஒரு விளையாட்டுத்திடல் இணைகரம் வடிவில் உள்ளது. அதன் அடிப்பக்கம் 324 மீ மற்றும் குத்துயரம் 75 மீ எனில் விளையாட்டுத்திடலின் பரப்பளவு என்ன ?

6. பரப்பளவு 324 ச.செ.மீ, அடிப்பக்கம் 27 செ.மீ கொண்ட இணைகரத்தின் குத்துயரம் காண்க.

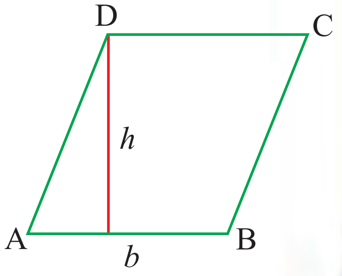
4.6 சாய்சதுரம்

அனைத்து பக்கங்களும் சமமாக இருக்கும் ஓர் இணைகரம் சாய்சதுரம் எனப்படும்.

சாய் சதுரத்தின் அடிப்பக்கம் b அலகு என்றும், அதற்கேற்ற குத்துயரம் h அலகு என்றும் கொள்வோம்.

சாய் சதுரம் ஓர் இணைகரம் என்பதால் இணைகரத்திற்கு பயன்படுத்திய அதே சூத்திரத்தை இதற்கும் பயன்படுத்தலாம்.

$\therefore$ சாய் சதுரத்தின் பரப்பளவு = $b \times h$ ச. அலகுகள்



படம் 4.33

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

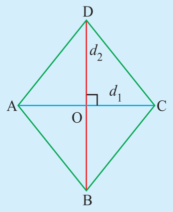
சாய்சதுரத்தில்,

(i) எல்லா பக்கங்களும் சமம்

(ii) எதிரெதிர் பக்கங்கள் இணையாகும்.

(iii) சாய் சதுரத்தின் மூலைவிட்டம் அந்த சாய் சதுரத்தை இரு முக்கோணங்களாக பிரிக்கும்

(iv) சாய் சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக இருசமக் கூறிடும்.



சாய் சதுரத்தின் பரப்பளவை மூலை விட்டங்கள் அடிப்படையில் காணல்:

சாய் சதுரம் ABCD யில், AB || DC மற்றும் BC || AD

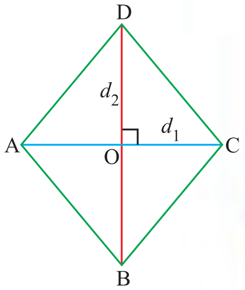
மேலும், AB = BC = CD = DA

மூலைவிட்டங்கள் d_1 (AC) மற்றும் d_2 (BD) என்க.

சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக இருசமக் கூறிடுவதால்

$AC \perp BD$ மற்றும் $BD \perp AC$

சாய் சதுரம் ABCD யின் பரப்பளவு



படம் 4.34

= Δ ABC யின் பரப்பளவு + ΔADC யின் பரப்பளவு

$= \left[\frac{1}{2} \times AC \times OB\right] + \left[\frac{1}{2} \times AC \times OD\right]$

$= \frac{1}{2} \times AC \times (OB + OD)$

$= \frac{1}{2} \times AC \times BD$

$= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ ச. அலகுகள்

$\therefore$ சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}[d_1 \times d_2]$ ச. அலகுகள்

$= \frac{1}{2} \times$ (மூலைவிட்டங்களின் பெருக்கற்பலன்) ச. அலகுகள்

சிந்திக்க மற்றும் விவாதிக்க

சதுரம் ஒரு சாய்சதுரம் ஆகும். ஆனால் சாய்சதுரம் ஒரு சதுரம் அல்ல.

எடுத்துக்காட்டு 4.21

அடிப்பக்க அளவு 15 செ.மீ, குத்துயரம் 10 செ.மீ கொண்ட சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு காண்க

தீர்வு :

அடிப்பக்கம் = 15 செ.மீ, குத்துயரம் = 10 செ.மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

சாய் சதுரத்தின் பரப்பளவு = அடிப்பக்கம் $\times$ குத்துயரம்

= 15 செ.மீ $\times$ 10 செ.மீ

$\therefore$ சாய் சதுரத்தின் பரப்பளவு = 150 செ.மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 4.22

ஒரு பூந்தோட்டம் சாய்சதுரம் வடிவில் உள்ளது. அதன் மூலைவிட்டங்கள் 18 மீ, 25 மீ. பூந்தோட்டத்தின் பரப்பளவு காண்க.

தீர்வு :

$d_1 = 18$ மீ, $d_2 = 25$ மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

சாய் சதுரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$= \frac{1}{2} \times 18 \times 25$

$\therefore$ பூந்தோட்டத்தின் பரப்பளவு $= 225$ மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 4.23

சாய் சதுரம் ஒன்றின் பரப்பளவு 150 ச.செ.மீ. அதன் ஒரு மூலைவிட்டம் 20 செ.மீ. மற்றொரு மூலைவிட்டத்தின் அளவைக் காண்க.

தீர்வு :

பரப்பளவு = 150 ச.செ.மீ, ஒரு மூலைவிட்டம் $d_1 = 20$ செ.மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

சாய் சதுரத்தின் பரப்பளவு $= 150$

$\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = 150$

$\frac{1}{2} \times 20 \times d_2 = 150$

$10 \times d_2 = 150$

$d_2 = 15$ செ.மீ

$\therefore$ மற்றொரு மூலைவிட்டத்தின் அளவு = 15 செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 4.24

ஒரு வயலானது சாய்சதுர வடிவில் உள்ளது. வயலின் மூலைவிட்ட அளவுகள் 50மீ, 60மீ. அந்த வயலைச் சமன்செய்ய சதுர மீட்டருக்கு ₹2 வீதம் ஆகும் செலவைக் காண்க.

தீர்வு :

$d_1 = 50$ மீ, $d_2 = 60$ மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

வயலின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$= \frac{1}{2} \times 50 \times 60$ ச.மீ

$= 1500$ ச.மீ

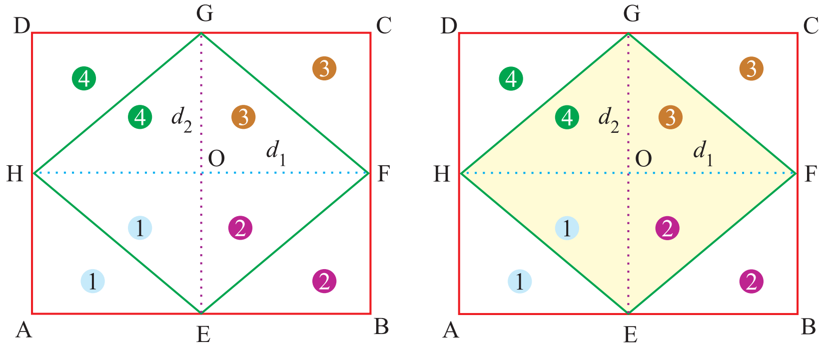
1 ச.மீ சமன்செய்ய ஆகும் செலவு = ₹2

$\therefore$ 1500 ச.மீ சமன் செய்ய ஆகும் செலவு = ₹2 × 1500

= ₹3000

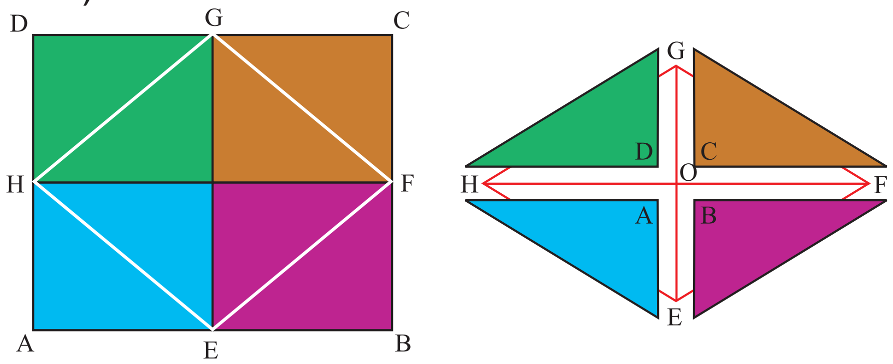
முயன்று பார்

ஒரு செவ்வகவடிவத் தாளினை எடுத்தக் கொள்ளவும். அதன் பக்கங்களின் மையப்புள்ளிகள் கண்டு படம் 4.35 இல் காட்டியபடி சேர்க்கவும்



படம் 4.35

நிழலிட்ட பகுதி EFGH ஒரு சாய்சதுரமாகும். மிதமாக நிழலிடப்பட்ட முக்கோணங்களை வெட்டியெடுத்து சாய்சதுரம் வருமாறு ஒன்று சேர்க்கவும். இப்பொழுது உருவாக்கிய சாய்சதுரமும், முன்பு கிடைத்து சாய்சதுரம் EFGH ம் ஒரே மாதிரியாக இருப்பதைக் காணலாம். (படம் 4.36 பார்க்க)



படம் 4.36

$\therefore$ செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = இரு சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு

சாய் சதுரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}$ [செவ்வகத்தின் பரப்பளவு]

$= \frac{1}{2}[AB \times BC]$

$= \frac{1}{2}[HF \times EG]$ [see Fig. 4.35]

சாய் சதுரத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}(d_1 \times d_2)$ ச. அலகுகள்.

பயிற்சி 4.5

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்:

i) சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு

(A) $d_1 \times d_2$ (B) $\frac{3}{4}(d_1 \times d_2)$ (C) $\frac{1}{2}(d_1 \times d_2)$ (D) $\frac{1}{4}(d_1 \times d_2)$

ii) சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று எந்த கோணத்தில் இருசமக்கூறிடும்

(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 90°

iii) மூலை விட்டங்கள் 10 செ.மீ, 12 செ.மீ கொண்ட ஒரு சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு

(A) 30 செ.மீ ^{2} (B) 60 செ.மீ ^{2} (C) 120 செ.மீ ^{2} (D) 240 செ.மீ ^{2}

2. சாய் சதுரங்களின் மூலைவிட்ட அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

i) 15 செ.மீ, 12 செ.மீ ii) 13 செ.மீ, 18.2 செ.மீ
iii) 74 செ.மீ, 14.5 செ.மீ iv) 20 செ.மீ, 12 செ.மீ

3. ஒரு சாய்சதுரத்தின் ஒரு பக்க அளவு 8 செ.மீ, குத்துயரம் 12 செ.மீ. சாய் சதுரத்தின் பரப்பளவு காண்க.

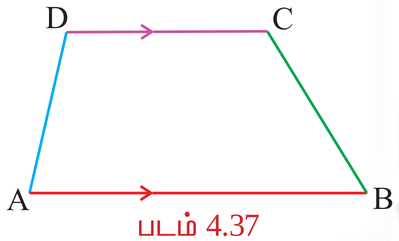
4. சாய்சதுரம் ஒன்றின் பரப்பளவு 4000 ச.மீ. அதன் ஒரு மூலைவிட்டம் 100 மீ. மற்றொரு மூலை விட்டத்தின் அளவு காண்க.

5. ஒரு வயல் சாய்சதுர வடிவில் உள்ளது. அதன் மூலைவிட்ட அளவுகள் 70 மீ , 80 மீ. அந்த வயலைச் சமன் செய்ய சதுர மீட்டருக்கு ₹3 வீதம் ஆகும் செலவைக் காண்க.

4.7 சரிவகம்

ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இணையாக அமைந்துள்ள நாற்கரம் சரிவகம் எனப்படும்.

இணைப்பக்கங்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு சரிவகத்தின் உயரம் ஆகும். படம் 4.37 இல்AD, BC இணையற்றவை. ஆனால் AB || DC.



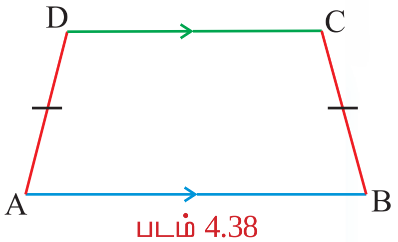
படம் 4.37

சரிவகத்தில் இணையற்ற பக்கங்கள் சமமானால் (AD = BC), அச்சரிவகத்தை இருசமபக்க சரிவகம் என்கிறோம்.

இங்கு $\angle A = \angle B$; $\angle C = \angle D$

$AC = BD$

$\angle A + \angle D = 180°$; $\angle B + \angle C = 180°$



படம் 4.38

சரிவகத்தின் பரப்பளவு

ABCD என்ற சரிவகத்தில் AB, DC ஆகியவை இணைப்பக்கங்களாகும். அவற்றின் நீளங்கள் முறையே ‘a’, ‘b’ என்க. இரு இணைப் பக்கங்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவை h என்போம். மூலைவிட்டம் BD ஆனது சரிவகத்தை ABD, BCD என்ற இரு முக்கோணங்களாக பிரிக்கிறது.

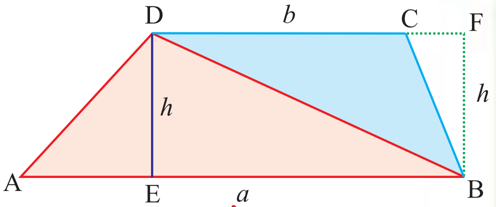
சரிவகத்தின் பரப்பளவு

$= \Delta ABD$ யின் பரப்பளவு + ΔBCD யின் பரப்பளவு

$= \frac{1}{2} \times AB \times h + \frac{1}{2} \times DC \times h$

$= \frac{1}{2} \times h[AB + DC]$

$= \frac{1}{2} \times h[a + b]$ ச. அலகுகள்



படம் 4.39

$\therefore$ சரிவகத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times$ உயரம் $\times$ (இணைப்பக்கங்களின் கூடுதல்) ச. அலகுகள்

எடுத்துக்காட்டு 4.25

ஒரு சரிவகத்தின் இணைப்பக்கங்களின் அளவுகள் 12 செ.மீ, 8 செ.மீ அவற்றிற்கிடையே உள்ள செங்குத்துத் தொலைவு 10 செ.மீ. சரிவகத்தின் பரப்பளவு காண்க.

தீர்வு :

$h = 10$ செ.மீ, $a = 12$ செ.மீ, $b = 8$ செ.மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

சரிவகத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times h(a+b)$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times (12+8) = 5 \times (20)$

$\therefore$ சரிவகத்தின் பரப்பளவு = **100** ச. செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 4.26

ஒரு சரிவகத்தின் பரப்பளவு 100 ச.செ.மீ, இணைப்பக்கங்களின் நீளம் 15 செ.மீ, 10 செ.மீ எனில் இணைப்பக்கங்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவைக் காண்க.

தீர்வு :

$a = 15$ செ.மீ, $b = 10$ செ.மீ, பரப்பளவு = 100 ச.செ.மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

சரிவகத்தின் பரப்பளவு = 100

$\frac{1}{2}h(a+b) = 100$

$\frac{1}{2} \times h \times (15+10) = 100$

$h \times 25 = 200$

$h = \frac{200}{25} = 8$

$\therefore$ இணைப்பக்கங்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு = 8 செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 4.27

ஒரு சரிவகத்தின் பரப்பளவு 102 ச.செ.மீ , செங்குத்துத் தொலைவு 12 செ.மீ. சரிவகத்தின் இணைப்பக்கங்களில் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 8 செ.மீ எனில் மற்றொரு பக்கத்தின் நீளமென்ன ?

தீர்வு :

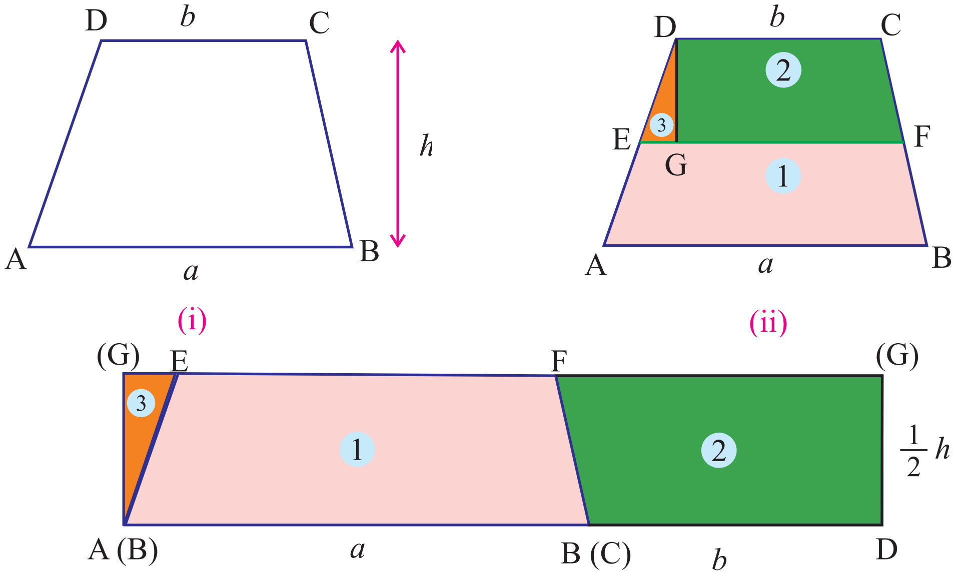
பரப்பளவு = 102 செ.மீ ^{2}, h = 12 செ.மீ, a = 8 செ.மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

$$\text{சரிவகத்தின் பரப்பளவு} = 102$$
$$\frac{1}{2}h(a+b) = 102$$
$$\frac{1}{2}\times 12\times(8+b) = 102$$
$$6\,(8+b) = 102$$
$$8+b = 17 \quad \Rightarrow \quad b = 17-8 = 9$$

$\therefore$ இணைப்பக்கங்களில் மற்றொரு பக்கத்தின் நீளம் = 9 செ.மீ

காகித மடிப்பு முறை:

அட்டைத் தாளில் ஏதேனும் ஒரு அளவில் ABCD என்ற சரிவகம் வரைந்து, அதை தனியே வெட்டி எடுத்துக் கொள்ளவும். DC ஆனது ABயின் மீது பொருந்துமாறு நடுவில் மடிக்க EF கிடைக்கும்.



(iii)

படம் 4.40

EF ஆனது சரிவகத்தை படம் 4.40 (ii) இல் உள்ளபடி இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கிறது.

EFக்கு செங்குத்தாக Dயிலிருந்து DGஐ வரையவும். கிடைக்கும் மூன்று பகுதிகளையும் தனித்தனியாக வெட்டியெடுக்கவும்.

படம் 4.40 (iii) இல் காட்டிய படி வரிசைப் படுத்த செவ்வகம் கிடைக்கும். அதன் நீளம்

AB + CD = $a + b$ மற்றும் அகலம் = $\frac{1}{2}$(சரிவகத்தின் உயரம்) = $\frac{1}{2}h$

$\therefore$ சரிவத்தின் பரப்பளவு = செவ்வகத்தின்பரப்பளவு(படம்4.40(iii)இல்காட்டியபடி)

= நீளம் $\times$ அகலம்

= $(a+b)\left(\frac{1}{2}h\right)$

= $\frac{1}{2}h(a+b)$ ச. அலகுகள்

பயிற்சி 4.6

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்:

i) சரிவகத்தின் பரப்பளவு ______________ ச. அலகுகள்

(A) $h(a+b)$ (B) $\frac{1}{2}h(a+b)$ (C) $h(a-b)$ (D) $\frac{1}{2}h(a-b)$

ii) இரு சமபக்க சரிவகம் எனில் சரிவகத்தின்

(A) இணையற்ற பக்கங்கள் சமம் (B) இணையான பக்கங்கள் சமம்

(C) உயரம் = அடிப்பக்கம் (D) இணைப்பக்கங்கள் = இணையற்ற பக்கங்கள்

iii) ஒரு சரிவகத்தில் இணைப்பக்கங்களின் கூடுதல் 18 செ.மீ, குத்துயரம் 15 செ.மீ எனில் அதன் பரப்பளவு

(A) 105 செ.மீ ^{2} (B) 115 செ.மீ ^{2} (C) 125 செ.மீ ^{2} (D) 135 செ.மீ ^{2}

iv) இணைப்பக்கங்களின் கூடுதல் 20 செ.மீ ஆகக் கொண்ட சரிவகத்தின் பரப்பளவு 80 செ.மீ ^{2} எனில் அதன் குத்துயரம்.

(A) 2 செ.மீ (B) 4 செ.மீ (C) 6 செ.மீ (D) 8 செ.மீ

2. சரிவகங்களின் இணைப்பக்கங்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவுகளும் (உயரம்), இணைப்பக்கங்களும் கீழே தரப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க:
i) உயரம் = 10 செ.மீ, இணைப்பக்கங்கள் = 4 செ.மீ , 6 செ.மீ
ii) உயரம் = 11 செ.மீ, இணைப்பக்கங்கள் = 7.5 செ.மீ , 4.5 செ.மீ
iii) உயரம் = 14 செ.மீ, இணைப்பக்கங்கள் = 8 செ.மீ , 3.5 செ.மீ

3. ஒரு சரிவகத்தின் பரப்பளவு 88 செ.மீ^{2}, செங்குத்து தொலைவு (உயரம்) 8 செ.மீ. சரிவகத்தின் இணைப்பக்கங்களில் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 10 செ.மீ எனில் மற்றொரு பக்கத்தின் நீளத்தைக் காண்க.

4. ஒரு தோட்டமானது சரிவகம் வடிவில் உள்ளது. அதன் இணைப்பக்கங்கள் 40 மீ, 30 மீ. இணைப்பக்கங்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு 25 மீ. தோட்டத்தின் பரப்பளவு காண்க.

5. ஒரு சரிவகத்தின் பரப்பளவு 960 செ.மீ^{2}. அதன் இணைப்பக்கங்கள் 40 செ.மீ, 60 செ.மீ எனில் அவற்றிற்கிடையே உள்ள தொலைவைக் காண்க.

4.8 வட்டம்

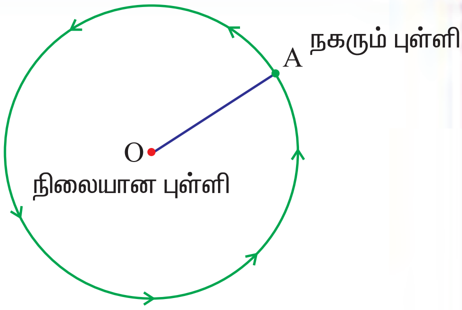
நம் அன்றாட வாழ்க்கையில் சக்கரங்கள், நாணயங்கள், வளையங்கள், ராட்சத ராட்டிணம், கணிப்பொறி வட்டுகள் (CD) போன்ற பல பொருட்களைப் பார்த்திருக்கிறோம்.

அவை எந்த வடிவத்தில் உள்ளன ?

வட்ட வடிவம், வட்ட வடிவம், வட்டவடிவம்.

ஆம், வட்ட வடிவம் தான். கணிதத்தில் அதை வட்டம் எனக் கூறுகிறோம். இப்பொழுது வட்டம் வரைவதற்கு முயற்சி செய்வோம்.

ஏதேனும் ஒரு நீளமுடைய நூலினை எடுத்துக்கொண்டு படத்தில் காட்டியபடி அதன் ஒரு முனையை O என்ற புள்ளியில் பொருத்தவும். மறுமுனையில் பென்சில் (அல்லது சாக்கு கட்டி) பொருத்தி தொய்வு ஏற்படாதவாறு இழுத்து A என்ற புள்ளியில் வைக்கவும்.



படம் 4.41

நூலில் தொய்வு ஏற்படாமல் A யிலிருந்து பென்சிலை நகர்த்திக் கொண்டே வரவும். மறுமுறை பென்சில் A யில் வரும்போது நகர்வதை நிறுத்திவிடவும், இப்பொழுது பென்சிலால் ஏற்படுத்தப்பட்ட பாதையைக் கவனிக்கவும்.

பென்சிலால் ஏற்படுத்தப்பட்ட பாதையானது வட்டமா ? நேர்கோடா ?

‘வட்டம்’

ஆம், கொடுக்கப்பட்ட சமதளத்தின் மீது, ஒரு நிலையான புள்ளியிலிருந்து சமதூரத்தில் நகரும் புள்ளியின் பாதை ஒரு வட்டம் எனப்படும்.

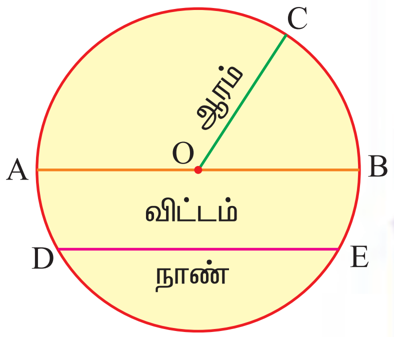
வட்டத்தின் பாகங்கள்

நிலையான புள்ளி வட்டத்தின் மையம் எனப்படும். நிலையான புள்ளிக்கும், நகரும் புள்ளிக்கும் இடையே உள்ள மாறாத தூரம் ஆரம் எனப்படும்.

அதாவது வட்ட மையத்தை ஒரு முனையாகவும் வட்டத்தின் மேலுள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளியை மற்றொரு முனையாகவும் கொண்ட கோட்டுத்துண்டு ஆரம் ஆகும். ஆரம் ‘r’ எனக் குறிக்கப்படும்.

வட்டத்தின் மேலுள்ள ஏதேனும் இரு புள்ளிகளை சேர்க்கும் கோட்டுத்துண்டு நாண் எனப்படும்.

வட்டத்தின் மையப்புள்ளி வழியாகச் செல்லும் நாண் விட்டம் எனப்படும். விட்டம் ‘d’ எனக் குறிக்கப்படும்.



படம் 4.42

மிக நீளமான நாண் விட்டமாகும். (அதாவது $d = 2r$)

வட்டத்தை இரு சமபாகங்களாக விட்டம் பிரிக்கிறது. ஒவ்வொரு பாகமும் அரைவட்டம் எனப்படும்.

சிந்திக்க:

ஒரு வட்டம் எத்தனை விட்டங்களைக் கொண்டிருக்கும்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

ஒரு வட்டத்தில் உள்ள ஆரங்கள் ஒரே அளவானவை

வட்டத்தின் பரிதி:

உடற்பயிற்சி மேற்கொள்ளும் ஒருவர் வட்டப்பாதையில் இருமுறை ஓடுகிறார். அவர் ஓடிய மொத்த தூரத்தை உங்களால் கணக்கிட முடியுமா ?

பாதையானது வட்ட வடிவமாக இருப்பதால் அதன் தூரத்தை அளக்க நாம் நீட்டல்

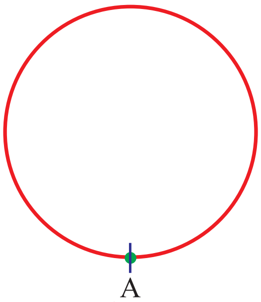
அளவையை (அளவுகோல்) பயன்படுத்த முடியாது.

நாம் என்ன செய்யலாம் ?

ஒரு ரூபாய் நாணயத்தை எடுத்துக் கொள்ளவும். நாணயத்தை ஒரு தாளில் வைத்து அதைச் சுற்றி எல்லைக் கோடு வரைந்து, பிறகு நாணயத்தை தாளிலிருந்து எடுத்துவிடவும். எல்லைக் கோட்டில், படம் 4.44 இல் காட்டியபடி A என்ற புள்ளியைக் குறிக்கவும்.

படம் 4.43

ஒரு நூலினை எடுத்து ஒரு முனையை Aயில் வைக்கவும். எல்லைக் கோட்டின் மீது நூலானது சரியாகப் பொருந்துமாறு அமைக்க, நூலானது மறுமுறை Aவைத் தொடும்போது நூலினைக் கத்தரிக்கவும். அது தான் நூலின் மறுமுனையாகும்.



படம் 4.44

நூலின் நீளமே நாணயத்தின் பரிதியாகும்.

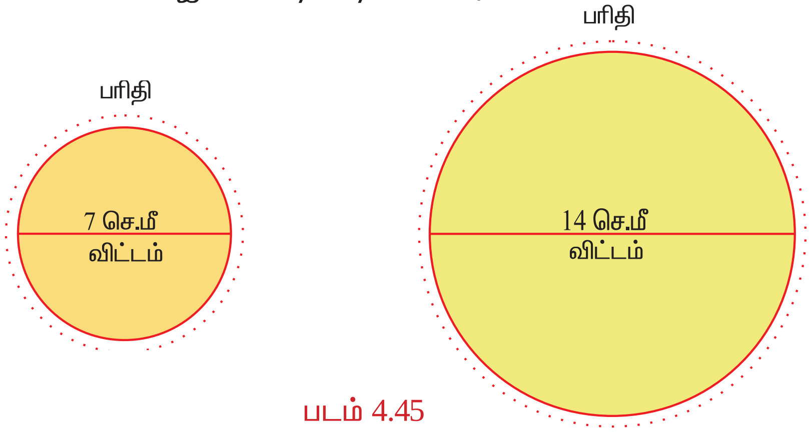
எனவே, வட்டத்தை ஒரு முறை சுற்றி வரும் தூரம் வட்டத்தின் பரிதி எனப்படும். பரிதி C எனக் குறிக்கப்படும். அதாவது வட்டத்தின் சுற்றளவே பரிதியாகும்.

முயன்று பார்

சீசாமூடி அல்லது வட்டவடிவமான ஏதேனும் ஒரு பொருளை எடுத்துக் கொண்டு அதன் பரிதியைக் காணவும். முடிந்தால் வட்டப் பரிதிக்கும், வட்டத்தின் விட்டத்திற்குமுள்ள தொடர்பைக் கண்டு பிடிக்கவும்.

ஒரு வட்டத்தின் பரிதிக்கும், விட்டத்திற்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு

3.5 செ.மீ, 7 செ.மீ, 5 செ.மீ, 10.5 செ.மீ ஆரம் கொண்ட நான்கு வட்டங்களை (ஆசிரியர் துணை கொண்டு) வரையவும். விட்டத்தை அளவுகோல் கொண்டும், பரிதியை நூலின் துணையுடன் படம் 4.45 இல் காட்டியபடி காணவும்.



படம் 4.45

அவற்றை அட்டவணை 4.1 இல் பிரிதியிட்டு, பரிதிக்கும் விட்டத்திற்குமுள்ள விகிதத்தைக் கணக்கிடவும்.

வட்டம்	ஆரம்	விட்டம் (d)	பரிதி (C)	விகிதம் $\left(\frac{C}{d}\right)$
1	3.5 செ.மீ	7 செ.மீ	22 செ.மீ	$\frac{22}{7} = 3.14$
2	7 செ.மீ	14 செ.மீ	44 செ.மீ	$\frac{44}{14} = \frac{22}{7} = 3.14$
3	5 செ.மீ	10 செ.மீ	----	----
4	10.5 செ.மீ	21 செ.மீ	----	----

அட்டவணை 4.1

மேற்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து என்ன தெரிந்து கொண்டாய் ?

விகிதம் $\left(\frac{C}{d}\right)$ தோராயமாகச் சமமாக உள்ளதா ?

ஆம் !

$$\frac{C}{d} = 3.14 \quad \Rightarrow \quad C = (3.14)d$$

எனவே, வட்டத்தின் பரிதியானது விட்டத்தின் மூன்று மடங்கைவிட எப்போதும் அதிகமாகும் எனக் கூறலாமா ?

ஆம் !

எல்லா வகையிலும் $\frac{C}{d}$ இன் மதிப்பு ஒரு மாறிலியாகும். இந்த மாறிலியை π என்ற கிரேக்க எழுத்தால் குறிக்கிறோம் (இதை பை எனப் படிக்கவும்). இதன் தோராய மதிப்பு $\frac{22}{7}$ அல்லது 3.14 ஆகும். எனவே,

$$\frac{C}{d} = \pi \quad \Rightarrow \quad C = \pi d \text{ அலகுகள்}$$

இங்கு d என்பது வட்டத்தின் விட்டமாகும்.

வட்டத்தின் விட்டம் ஆரத்தின் இருமடங்காகும் என நமக்குத் தெரியும். அதாவது $d = 2r$.

எனவே, மேற்கண்ட சூத்திரத்திலிருந்து, $C = \pi d = \pi(2r) \Rightarrow C = 2\pi r$ அலகுகள்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

π இன் மதிப்பை பல்வேறு கணித அறிஞர்கள் கணக்கிட்டுள்ளனர்.

பாபிலோனியர்கள் : $\pi = 3$

கிரேக்கர்கள்: $\pi = \frac{22}{7}$ அல்லது 3.14

ஆர்கிமெடிஸ் : $3\frac{1}{7} < \pi < 3\frac{10}{71}$

ஆர்யபட்டா : $\pi = \frac{62838}{2000}$ அல்லது 3.1416

இப்பொழுது $\pi = \frac{22}{7}$ (அ) 3.14 என்ற மதிப்பை பயன்படுத்துவோம்.

எடுத்துக்காட்டு 4.28

21 செ.மீ. விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சுற்றளவு காண்க.

தீர்வு :

விட்டம் தரப்பட்டுள்ளதால்,

வட்டத்தின் சுற்றளவு $= \pi d$

$= \frac{22}{7} \times 21$ இங்கு $\pi = \frac{22}{7}$

$=$ 66 செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 4.29

3.5 மீ ஆரமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.

தீர்வு :

ஆரம் தரப்பட்டுள்ளதால்,

வட்டத்தின் சுற்றளவு $= 2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5$

$= 2 \times 22 \times 0.5$

$=$ 22 மீ

எடுத்துக்காட்டு 4.30

88 செ.மீ நீளமுள்ள ஒரு கம்பி ஒரு வட்டமாக வளைக்கப்படுகிறது. வட்டத்தின் ஆரம் காண்க.

தீர்வு :

கம்பியின் நீளம் = 88 செ.மீ

வட்டத்தின் சுற்றளவு = கம்பியின் நிளம்

$2\pi r = 88$

$2 \times \frac{22}{7} \times r = 88$

r $= \frac{88 \times 7}{2 \times 22}$ = 14 செ.மீ

$\therefore$ வட்டத்தின் ஆரம் 14 செ.மீ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.31

ஒரு மிதிவண்டிச் சக்கரத்தின் விட்டம் 63 செ.மீ. அது 20 சுற்றுகள் சுற்றினால் கடக்கும் தொலைவைக் காண்க.

தீர்வு :

சக்கரம் ஒரு முழுச் சுற்று சுற்றினால்,

ஒரு முழுச் சுற்றில் கடக்கும் தொலைவு = சக்கரத்தின் சுற்றளவு

$\therefore$ சக்கரத்தின் சுற்றளவு $= \pi d$ அலகுகள்

$= \frac{22}{7} \times 63$

$=$ 198 செ.மீ

ஒரு முழுச் சுற்று சுற்றினால் கடக்கும் தொலைவு = 198 செ.மீ

$\therefore$ **20** முழுச் சுற்று சுற்றினால் கடக்கும் தொலைவு = 20 × 198

= 3960 செ.மீ

= 39 மீ 60 செ.மீ [100 செ.மீ = 1 மீ]

எடுத்துக்காட்டு 4.32

8800 செ.மீ. தொலைவு கடக்க மோட்டார் வண்டியின் சக்கரம் **50** சுற்றுகள் சுற்றுகிறது. அச்சக்கரத்தின் ஆரம் என்ன ?

தீர்வு :

கடக்கும் தொலைவு = சுற்றுகளின் எண்ணிக்கை × சுற்றளவு

சுற்றளவு = $\frac{\text{கடக்கும் தொலைவு}}{\text{சுற்றுகளின் எண்ணிக்கை}}$

$2\pi r = \frac{8800}{50}$

i.e., $2\pi r = 176$

$2 \times \frac{22}{7} \times r = 176$

$r = \frac{176 \times 7}{2 \times 22}$

$r =$ 28 செ.மீ

$\therefore$ சக்கரத்தின் ஆரம் = 28 செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 4.33

மாட்டுவண்டிச் சக்கரத்தின் ஆரம் 70 செமீ. அது 132 மீ தொலைவு கடந்தால் சக்கரம் எத்தனை முழுச்சுற்றுகள் சுற்றியிருக்கும் ?

தீர்வு :

r = 70 செ.மீ, கடந்த தொலைவு = 132 மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

$\therefore$ வண்டிச் சக்கரத்தின் சுற்றளவு = $2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 70$

= 440 செ.மீ

கடந்த தொலைவு = சுற்றுகளின் எண்ணிக்கை × சுற்றளவு

$\therefore$ சுற்றுகளின் எண்ணிக்கை = $\frac{\text{கடந்த தொலைவு}}{\text{சுற்றளவு}}$

$= \frac{132 \text{ மீ}}{440 \text{ செ.மீ}}$

$$= \frac{13200 \text{ செ.மீ}}{440 \text{ செ.மீ}}$$ (1 மீ = 100 செ.மீ, 132 மீ = 13200 செ.மீ)

$$= 30$$

∴ சுற்றுகளின் எண்ணிக்கை = 30.

எடுத்துக்காட்டு 4.34

ஒரு வயல் வெளியின் சுற்றளவு 44 மீ. வயல் வெளியின் மையத்தில் அடிக்கப்பட்டுள்ள முனையில் தும்புக்கயிறு கொண்டு ஒரு பசுமாடு கட்டப்பட்டுள்ளது. வயல்வெளி முழுவதும் பசுமாடு மேய முடியுமானால் பசுமாடு கட்டப்பட்டுள்ள தும்புக் கயிறின் நீளமென்ன ?

தீர்வு :

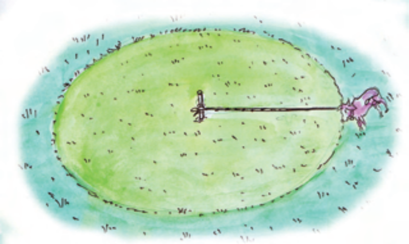
தும்புக்கயிறின் நீளம் = வட்டத்தின் ஆரம்

சுற்றளவு = 44 மீ (தரப்பட்டுள்ளது)

அதாவது, $2\pi r = 44$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$$

$$\therefore r = \frac{44 \times 7}{2 \times 22} = 7 \text{ மீ}$$



படம் 4.46

∴ பசுமாடு கட்டப்பட்டுள்ள தும்புக்கயிறின் நீளம் 7 மீ.

எடுத்துக்காட்டு 4.35

வட்ட வடிவப் பூந்தோட்டத்தின் ஆரம் 56 மீ. அத்தோட்டத்திற்கு வேலிபோட மீட்டருக்கு ₹10 வீதம் ஆகும் செலவு எவ்வளவு ?

தீர்வு :

வேலியின் நீளம் = வட்ட வடிவ பூந்தோட்டத்தின் சுற்றளவு

பூந்தோட்டத்தின் சுற்றளவு = $2\pi r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 56 = 352 \text{ மீ}$$

∴ வேலியின் நீளம் = 352 மீ

1 மீ வேலி போட ஆகும் செலவு = ₹10

∴ 352 மீ வேலி போட ஆகும் செலவு = ₹10 × 352

= ₹3520

∴ வேலிபோட ஆகும் மொத்த செலவு ₹3520.

எடுத்துக்காட்டு 4.36

ஒரு வட்டவடிவ பூங்காவிற்கு வேலிபோட ஒரு மீட்டருக்கு ₹5 வீதம் ஆகும் செலவு ₹1100. பூங்காவின் ஆரமென்ன ?

தீர்வு :

$$\text{வேலிபோட ஆகும் செலவு} = \text{சுற்றளவு} \times \text{வீதம்}$$

$$\therefore \text{சுற்றளவு} = \frac{\text{வேலிபோட ஆகும் செலவு}}{\text{வீதம்}}$$

$$\text{அதாவது } 2\pi r = \frac{1100}{5}$$

$$2\pi r = 220$$

$$\therefore 2 \times \frac{22}{7} \times r = 220$$

$$r = \frac{220 \times 7}{2 \times 22}$$

$$= 35 \text{ மீ}$$

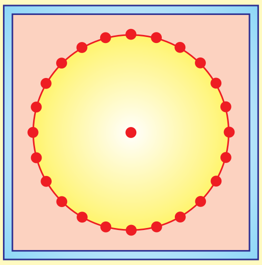
$$\therefore \text{பூங்காவின் ஆரம்} = 35 \text{ மீ.}$$

செயல்பாடு – வட்டவடிவ வடிவியல் பலகை

சதுர வடிவிலான பலகையை எடுத்துக் கொண்டு அதில் வட்டம் வரையவும்.

வட்டத்தின் சுற்றளவில் ஆணிகளை அடிக்கவும் (படத்தைப் பார்க்க)

ரப்பர் பேண்ட் உதவியுடன் பலவிதமான விட்டங்கள், நாண்கள், ஆரங்கள் ஆகியவற்றை அமைத்து அவற்றின் தொடர்பை ஒப்பிடவும்.



பயிற்சி 4.7

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்:

i) வட்ட மையத்தையும், வட்டத்தின் மேலுள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளியையும் சேர்க்கும் கோட்டுத் துண்டின் பெயர்

(A) விட்டம் (B) ஆரம் (C) நாண் (D) ஒன்றுமில்லை

ii) வட்டத்தின் மேலுள்ள ஏதேனும் இரு புள்ளிகளைச் சேர்க்கும் கோட்டுத்துண்டின் பெயர்

(A) விட்டம் (B) ஆரம் (C) நாண் (D) ஒன்றுமில்லை

iii) வட்டத்தின் மையம் வழியாகச் செல்லும் நாணின் பெயர்

(A) விட்டம் (B) ஆரம் (C) நாண் (D) ஒன்றுமில்லை

iv) வட்டத்தின் விட்டம் 1 மீ எனில் அதன் ஆரம்

(A) 100 செ.மீ (B) 50 செ.மீ (C) 20 செ.மீ (D) 10 செ.மீ

v) 14 செ.மீ ஆரமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சுற்றளவு

(A) 22 செ.மீ (B) 44 செ.மீ (C) 66 செ.மீ (D) 88 செ.மீ

2. பின்வரும் அட்டவணையில் கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

	ஆரம் (r)	விட்டம் (d)	சுற்றளவு (c)
(i)	35 செ.மீ	-----	-----
(ii)	-----	56 செ.மீ	-----
(iii)	-----	-----	30.8 செ.மீ

3. கீழ்க்கண்ட விட்ட அளவுகள் கொண்ட வட்டங்களின் சுற்றளவு காண்க.:

   (i) 35 செ.மீ (ii) 84 செ.மீ (iii) 119 செ.மீ (iv) 147 செ.மீ

4. கீழ்க்கண்ட ஆர அளவுகள் கொண்ட வட்டங்களின் சுற்றளவு காண்க.

   (i) 12.6 செ.மீ (ii) 63 செ.மீ (iii) 1.4 மீ (iv) 4.2 மீ

5. கீழ்க்கண்ட சுற்றளவுகளைக் கொண்ட வட்டங்களின் ஆரங்களைக் காண்க.

   (i) 110 செ.மீ (ii) 132 செ.மீ (iii) 4.4 மீ (iv) 11 மீ

6. வண்டிச் சக்கரத்தின் விட்டம் 2.1 மீ. அது 100 சுற்றுகள் சுற்றினால் கடக்கும் தொலைவைக் காண்க.

7. வட்ட வடிவப் பூங்காவின் விட்டம் 98 மீ. பூங்காவைச் சுற்றி வேலி அமைக்க மீட்டருக்கு ₹4 வீதம் ஆகும் செலவைக் காண்க.

8. ஒரு மகிழுந்தின் சக்கரம் 66 மீ தொலைவு கடக்க 20 சுற்றுகள் சுற்றினால் அச்சக்கரத்தின் விட்டம் காண்க.

9. ஒரு மிதிவண்டிச் சக்கரத்தின் ஆரம் 35 செமீ. அது 81.4 மீ தொலைவு கடக்க சக்கரம் எத்தனை முறை சுற்றியிருக்கும் ?

வட்டத்தின் பரப்பளவு

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

வட்டத்தின் பரிதியால் அடைபடும் பகுதி வட்டப்பகுதியாகும்.

கீழ்க்கண்டவற்றைக் கருதுக.

70 மீ ஆரம் கொண்ட ஒரு வட்ட வடிவிலான வயலை விவசாயி சமன் செய்கிறார். அதை சமன்செய்ய அவருக்கு ஆகும் செலவு என்ன ?

1.5 மீ ஆரமாகக் கொண்ட வட்டவடிவ மேசையின் மேல்பாகம் தேய்த்து, பளபளப்பாக மாற்ற ஆகும் செலவு எவ்வளவு ?

செலவுகளை எப்படிக் கண்டுபிடிப்பது ?

இந்த செலவுகளைக் கண்டுபிடிக்க, எதை உண்மையில் கண்டறிய வேண்டும் ?

பரப்பளவா அல்லது சுற்றளவா ?

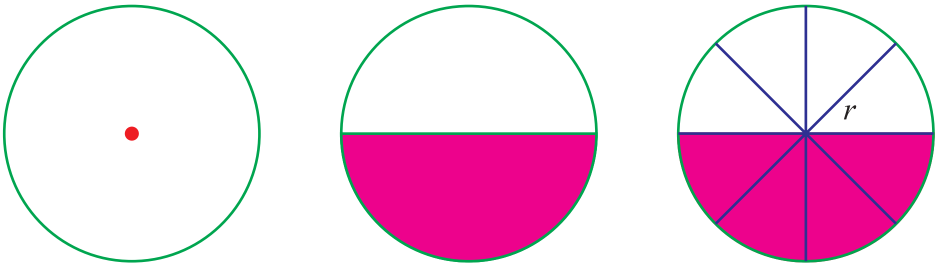
பரப்பளவு, பரப்பளவு, பரப்பளவு.

ஆம், இதைப் போன்ற நேரங்களில் நாம் வட்டப்பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்பது அவசியமாகிறது.

இதுவரையில், நேர்கோடுகளால் ஆன முக்கோணங்கள், நாற்கரங்கள் ஆகியவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காணும் முறைகளைத் தெரிந்து கொண்டோம். ஆனால் வட்டம் என்பது மற்ற தள உருவங்களைப் போல் அல்லாமல் வளைகோடுகளால் ஆனது.

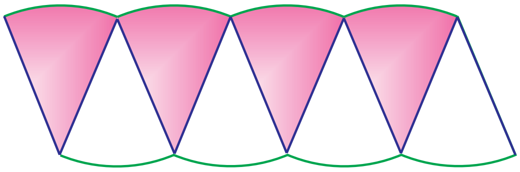
எனவே வட்டத்தை நேர்கோடுகளால் ஆன உருவமாக மாற்றி, பரப்பளவு காண நாம் வேறொரு புதிய வழியைக் காண வேண்டியுள்ளது.

ஒரு விளக்கப்பட அட்டையை (Chart) எடுத்துக்கொண்டு வட்டம் வரைக. வட்டத்தைக் கத்தரித்து தனியாக எடுத்துக் கொள்க. வட்டப்பகுதியில் பாதி அளவை நிழலிடுக. பிறகு படம் 4.48 இல் காட்டியபடி வட்டத்தை 8 பிரிவுகளாகப் பிரித்து, தனியாக வெட்டியெடுக்கவும்.



படம் 4.48

வெட்டியெடுக்கப்பட்ட பிரிவுகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு வரிசைப் படுத்தவும்.

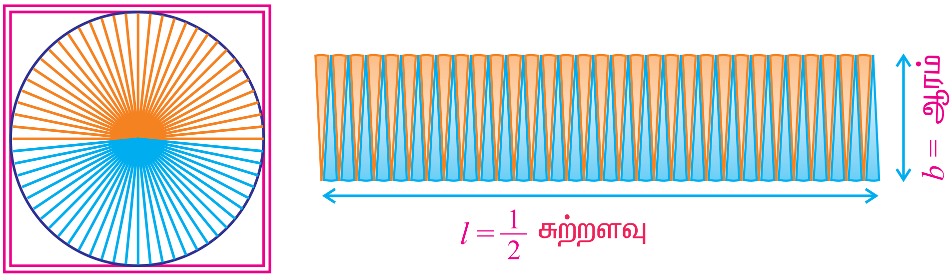


படம் 4.49

இப்போது கிடைத்திருக்கும் உருவமென்ன?

இந்த 8 பிரிவுகளும் தோராயமாக ஒரு இணைகரத்தை அமைத்துள்ளன.

இதைப்போல வட்டப்பகுதியை 64 பிரிவுகளாகப் பிரித்து, வெட்டியெடுத்து, வரிசைப்படுத்த, ஒரு செவ்வகம் அமைவதைக் காணலாம் (பார்க்க படம் 4.50).



படம் 4.50

இந்த செவ்வகத்தின் அகலமென்ன?

வட்டத்தின் ஆரம் செவ்வகத்தின் அகலமாகிறது.

அதாவது அகலம் $b = r$ ..... (1)

இந்த செவ்வகத்தின் நீளமென்ன ?

மொத்த வட்டப் பகுதியையும் 64 பிரிவுகளாகப் பிரிப்பதால் செவ்வகத்தின் ஒவ்வொரு நீளமும் 32 பிரிவுகளைக் கொண்டதாகிறது. எனவே செவ்வகத்தின் நீளம் 32 பிரிவுகளின் நீளமாகும். இந்த 32 பிரிவுகளின் நீளம் வட்டப்பரிதியில் பாதியாகும்.

$\therefore$ நீளம் $l = \frac{1}{2}$ [வட்டத்தின் சுற்றளவு]

$= \frac{1}{2}[2\pi r] = \pi r$

$\therefore l = \pi r$ ..... (2)

வட்டத்தின் பரப்பளவு = செவ்வகத்தின் பரப்பளவு (படம் **4.50** லிருந்து)

$= l \times b$

$= (\pi r) \times r$ ((1), (2) லிருந்து)

$= \pi r^2$ ச. அலகுகள்

$\therefore$ வட்டத்தின் பரப்பளவு = πr^2 ச. அலகுகள்

எடுத்துக்காட்டு 4.37

14 செ.மீ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் பரப்பளவு காண்க.

தீர்வு :

விட்டம் d = 14 செ.மீ

எனவே, ஆரம் $r = \frac{d}{2} = \frac{14}{2} = 7$ செ.மீ

வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

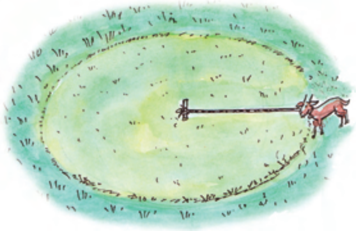
= 154 ச. செ.மீ

$\therefore$ வட்டத்தின் பரப்பளவு = 154 ச. செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 4.38

வயலில் அடிக்கப்பட்டுள்ள கட்டையில் 3.5மீ நீளம் கொண்ட தும்பு கயிறு கொண்டு ஆடு கட்டப்பட்டுள்ளது. ஆடு மேயக்கூடிய அதிகபட்ச பகுதியின் பரப்பளவை காண்க.

தீர்வு :


படம் 4.51

வட்டத்தின் ஆரம் = தும்பு கயிறின் நீளம்

$\therefore$ ஆரம் $r = 3.5$ மீ $= \frac{7}{2}$ மீ

ஆடுமேயக் கூடிய அதிகபட்ச பகுதியின்

பரப்பளவு $= \pi r^2$ ச. அலகுகள்

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$$

$$= \frac{77}{2} = 38.5$$ ச. அலகுகள்

$\therefore$ ஆடு மேயக்கூடிய அதிகபட்ச பகுதியின் பரப்பளவு 38.5 ச. அலகுகள்.

எடுத்துக்காட்டு 4.39

வட்ட வடிவப் பூங்காவின் சுற்றளவு 176 மீ. பூங்காவின் பரப்பளவு காண்க.

தீர்வு :

சுற்றளவு = 176 மீ (தரப்பட்டுள்ளது)

$2\pi r = 176$

$2 \times \frac{22}{7} \times r = 176$

$r = \frac{176 \times 7}{44}$

$\therefore r = 28$ மீ

பூங்காவின் பரப்பளவு $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 28 \times 28$

$= 22 \times 4 \times 28$

$= 2464$ ச.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 4.40

ஒரு வெள்ளிக் கம்பி வளைக்கப்பட்டு சதுரமாக மாற்றும் போது, அதனால் அடைபடும் பகுதியின் பரப்பளவு 12 ச.செ.மீ. அதே வெள்ளிக்கம்பி வட்டமாக வளைக்கப்படுகிறது எனில் வட்டத்தின் பரப்பளவு என்ன ?

தீர்வு :

சதுரத்தின் பக்கம் a என்க.

சதுரத்தின் பரப்பளவு = 121 ச. செ.மீ. (தரப்பட்டுள்ளது)

$a^2 = 121 \Rightarrow a = 11$ செ.மீ (11×11 = 121)

சதுரத்தின் சுற்றளவு $= 4a$ அலகுகள்

$= 4 \times 11$ செ.மீ

= 44 செ.மீ

கம்பியின் நிளம் = சதுரத்தின் சுற்றளவு

= 44 செ.மீ

கம்பியானது வட்டமாக வளைக்கப்படுகிறது.

வட்டத்தின் சுற்றளவு = கம்பியின் நிளம்

$\therefore$ வட்டத்தின் சுற்றளவு = 44 செ.மீ

$2\pi r = 44$

$\therefore 2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$

$r = \frac{44 \times 7}{44}$

r = 7 செ.மீ

∴ வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times$ 7 செ.மீ × 7 செ.மீ

வட்டத்தின் பரப்பளவு = 154 செ.மீ^{2}.

எடுத்துக்காட்டு 4.41

வட்டவடிவ மனையை ஒருவர் பத்து முறைச் சுற்றுகிறார். அவர் கடந்த மொத்த தொலைவு 352மீ எனக் கணக்கிடப்படுகிறது. மனையின் பரப்பளவு காண்க.

தீர்வு :

10 முறை சுற்றி கடக்கும் தொலைவு = 352 மீ

ஒரு முறை சுற்றி கடக்கும் தொலைவு $= \frac{352}{10}$ மீ = 35.2 மீ

வட்ட வடிவ மனையின் சுற்றளவு = ஒரு முறை சுற்றி கடக்கும் தொலைவு

∴ சுற்றளவு = 35.2 மீ

$2\pi r = 35.2$

$2 \times \frac{22}{7} \times r = 35.2$

$r = \frac{35.2 \times 7}{44}$

$= 0.8 \times 7$

= 5.6 மீ

வட்ட வடிவ மனையின் பரப்பளவு $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 5.6 \times 5.6$

$= 22 \times 0.8 \times 5.6$

= 98.56 ச. மீ

∴ வட்ட வடிவ மனையின் பரப்பளவு = 98.56 ச. மீ

எடுத்துக்காட்டு 4.42

37 செ.மீ நீளமும், 29 செ.மீ அகலமும் உடைய செவ்வக வடிவ கம்பியானது வட்ட வடிவமாக மாற்றி அமைக்கப்படுகின்றது. வட்டத்தின் ஆரம் மற்றும் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு :

கம்பியின் நீளம் = செவ்வகத்தின் கற்றளவு

= 2 [நீளம் + அகலம்]

= 2 [37 செ.மீ + 29 செ.மீ] = 2 × 66 செ.மீ

= 132 செ.மீ.

கம்பியானது வட்டமாக மாற்றப்படுகிறது என்பதால்,

வட்டத்தின் சுற்றளவு = கம்பியின் நீளம்

$\therefore$ வட்டத்தின் சுற்றளவு = 132

$$2\pi r = 132$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 132$$

$$r = \frac{132 \times 7}{44} = 21$$

$\therefore$ வட்டத்தின் ஆரம் = 21 செ.மீ

வட்டத்தின் பரப்பளவு = πr^2

$$= \frac{22}{7} \times 21 \times 21 = 22 \times 3 \times 21$$

$\therefore$ வட்டத்தின் பரப்பளவு = 1386 ச. செ.மீ.

பயிற்சி 4.8

1. கீழ்க்காணும் விட்ட அளவுகள் கெண்ட வட்டங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.
   (i) 7 செ.மீ (ii) 10.5 செ.மீ (iii) 4.9 மீ (iv) 6.3 மீ ($\pi = \frac{22}{7}$ எனக் கொள்க)
2. கீழ்க்காணும்ஆர அளவுகள் கொண்ட வட்டங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்க
   (i) 1.2 செ.மீ (ii) 14 செ.மீ (iii) 4.2 மீ (iv) 5.6 மீ ($\pi = \frac{22}{7}$ எனக் கொள்க)
3. வட்ட வடிவ மனையின் விட்டம் 28 மீ. மனையை சமன்செய்ய ஒரு ச. மீட்டருக்கு ₹3 வீதம் ஆகும் செலவைக் காண்க.
4. புல்வெளியில் உள்ள ஒரு கட்டையில் ஆடு ஒன்று 7 மீ நீளமுள்ள கயிறால் கட்டப்படுகிறது. அது மேயும் அதிகபட்ச பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.
5. ஒரு வட்டமும், ஒரு சதுரமும் 88 மீ ஐ சுற்றளவாகக் கொண்டுள்ளன. எது அதிக பரப்பளவைக் கொண்டிருக்கும் ?
6. ஒரு சக்கரம் 2200 மீ தொலைவைக் கடக்க 100 சுற்றுகள் சுற்றுகிறது. சக்கரத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.
7. ஒரு கம்பி 28 செ.மீ ஆரத்துடன் வட்ட வடிவில் உள்ளது. கம்பியானது வளைக்கப்பட்டு சதுரமாக மாற்றப்படுகிறது. சதுரத்தின் சுற்றளவும் வட்டத்தின் சுற்றளவும் சமம் எனில் சதுரத்தின் பரப்பளவு காண்க.
8. வட்டவடிவ மனையின் பரப்பளவு 3850 ச. மீ. மனையின் ஆரத்தைக்காண்க. அதற்கு வேலிபோட மீட்டருக்கு ₹10 வீதம் ஆகும் செலவைக் காண்க.

4.9 பாதைவழிப் பரப்பளவு

நம் அன்றாட வாழ்க்கையில் நடைபயிற்சி மேற்கொள்ளும் இடங்களாக பூங்கா, விளையாட்டுத்திடல், நீச்சல் குளம் சுற்றிய பகுதி போன்றவை உள்ளன.

பூங்காவில் உள்ள பாதையை வரைபடம் மூலம் உங்களால் வரைய முடியுமா ?

இவை போன்ற பாதைகளின் பரப்பளவைக் காணமுடியும் என்றறிந்து ஆனந்த மடைந்துண்டா ?

செவ்வக வடிவ நீச்சல் குளத்தில் உள்ள பாதையையும், போட்டோ பிரேமில் நிழல்படத்தைச் சுற்றியுள்ள பகுதியையும் தொடர்பு படுத்த முடியுமா ?

இவை போன்ற எடுத்துக்காட்டுகளை உங்களால் சிந்திக்க முடிகிறதா ?

இப்பகுதியில்

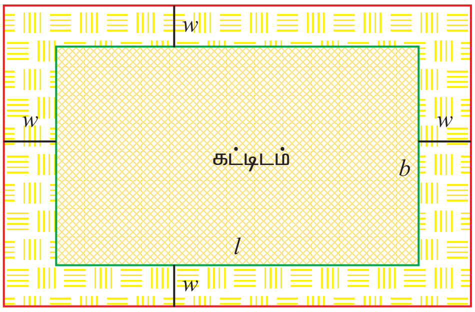
- செவ்வகப் பாதையின் பரப்பளவு
- வட்டப் பாதையின் பரப்பளவு

ஆகியவற்றைக் காணும் முறைகளை அறிந்து கொள்வோம்.

செவ்வகப் பாதையின் பரப்பளவு

(அ) செவ்வகத்தைச் சுற்றி வெளிப்புறம் அமையும் சீரான பாதை

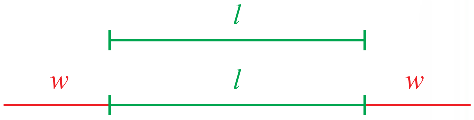
செவ்வக வடிவக் கட்டிடத்தைக் கருதுக. அதைச் சுற்றி ஒரு சீரான பூ பாத்தி அமைக்கப்படுகிறது. பூ பாத்தியின் பரப்பளவை எவ்வாறு காண்பது ?



படம் 4.52

சீரான பூ பாத்தியும் கட்டிடமும் சேர்ந்து மேலும் ஒரு செவ்வக வடிவத்தை உண்டாக்கும். இதை வெளிச் செவ்வகம் என்போம். கட்டிடத்தை உள்செவ்வகம் என்போம்.

கட்டிடத்தின் நீள, அகலங்கள் முறையே l , b என்க.



படம் 4.53

∴ உள் செவ்வகத்தின் பரப்பு = $l\,b$ ச. அலகுகள்.

பாத்தியின் அகலத்தை w என்போம்.

வெளிச் செவ்வகத்தின் நீள, அகலங்கள் என்ன ?

வெளிச்செவ்வகத்தின் நீளம் (L) = $w + l + w = (l + 2w)$ அலகுகள்

வெளிச்செவ்வகத்தின் அகலம் (B) = $w + b + w = (b + 2w)$ அலகுகள்

∴ வெளிச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = $\mathrm{L} \times \mathrm{B}$

= $(l + 2w)(b + 2w)$ ச.அலகுகள்

இப்பொழுது, பூ பாத்தியின் பரப்பளவு என்ன ?

சரியாகச் சொல்வதென்றால், பூ பாத்தியின் பரப்பளவு என்பது இரு செவ்வகங்களுக்கு இடையே உள்ள பாதையாகும்.

∵ பூ பாத்தியின் பரப்பளவு = (கட்டிடமும், பூ பாத்தியும் சேர்ந்த பரப்பளவு) – (கட்டிடத்தின் பரப்பளவு)

பொதுவாக,

பாதையின் பரப்பளவு = (வெளிச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு) – (உள் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு)

அதாவது, பாதையின் பரப்பளவு $= (l + 2w)\ (b + 2w) – lb.$

எடுத்துக்காட்டு 4.43

வெளிச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு 360 ச.மீ, உள் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு 280 ச.மீ. சீரான பாதை இவ்விரு செவ்வகங்களுக்கும் இடையில் உள்ளது. பாதையின் பரப்பளவு என்ன ?

தீர்வு :

பாதையின் பரப்பளவு =(வெளிச்செவ்வகத்தின் பரப்பளவு) – (உள் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு)

= (360 – 280)

= 80

∴ பாதையின் பரப்பளவு = 80 மீ ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 4.44

ஒரு செவ்வக வடிவக் கட்டிடத்தின் நீளம் 20 மீ ,அகலம் 10 மீ. கட்டிடத்தைக் சுற்றி வெளிப்புறமாக 1 மீ அகமுள்ள பாதை அமைக்கப்பட்டுள்ளது. பாதையின் பரப்பளவு காண்க.

தீர்வு :

உள் செவ்வகம் (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)	வெளிச்செவ்வகம்
l = 20 மீ b = 10 மீ பரப்பளவு = $l \times b$ பரப்பளவு = 20 மீ × 10 மீ = 200 மீ ^{2}	அகலம், w = 1 மீ L = $l + 2w$ = 20 + 2 = 22 மீ B = $b + 2w$ = 10 + 2 = 12 மீ பரப்பளவு = $(l + 2w)\ (b + 2w)$ பரப்பளவு = 22 மீ × 12 மீ = 264 மீ ^{2}

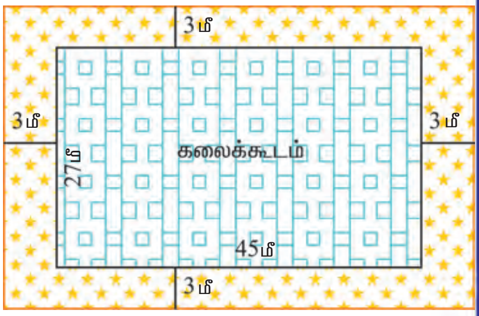
பாதையின் பரப்பளவு = (வெளிச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு) – (உள் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு)

= (264 – 200) மீ ^{2} = 64 மீ ^{2}

∴ பாதையின் பரப்பளவு = 64 மீ ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 4.45

ஒரு பள்ளியில் உள்ள கலைக் கூடத்தின் நீளம் 45 மீ, அகலம் 27 மீ. கலைக் கூடத்தைச்சுற்றி வெளிப்புறமாக **3** மீஅகலமுள்ள தாழ்வாரம் உள்ளது. தாழ்வாரத்தின் பரப்பளவு என்ன ? அத்தாழ்வாரத்தில் ஓடு பதிக்க 1 ச. மீட்டருக்கு ₹100 வீதம் ஆகும் செலவு காண்க.



படம் 4.54

தீர்வு :

உள் செவ்வகம் (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)	வெளிச்செவ்வகம்
l = 45 மீ b = 27 மீ பரப்பளவு = 45மீ $\times$ 27 மீ = 1215 மீ ^{2}	அகலம், w = 3 மீ L = $l + 2w$ = 45 + 6 = 51 மீ B = $b + 2w$ = 27 + 6 = 33 மீ பரப்பளவு = 51மீ $\times$ 33 மீ = 1683 மீ ^{2}

(i) தாழ்வாரத்தின் பரப்பளவு = (வெளிச்செவ்வகத்தின் பரப்பளவு) – (உள் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு)

= (1683 – 1215) மீ ^{2}

= 468 மீ ^{2}

∴ தாழ்வாரத்தின் பரப்பளவு = 468 மீ ^{2} (அல்லது) 468 ச.மீ.

(ii) 1 ச. மீட்டருக்கு ஓடுபதிக்க ஆகும் செலவு = ₹100

468 ச. மீட்டருக்கு ஓடுபதிக்க ஆகும் செலவு = ₹100 $\times$ 468

= ₹46,800

∴ தாழ்வாரத்தில் ஓடு பதிக்க ஆகும் செலவு = ₹46,800

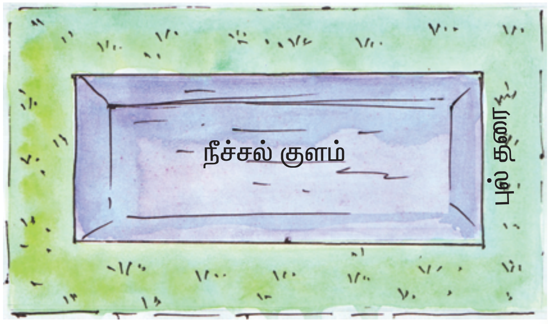
(ஆ) செவ்வகத்தின் உட்புறம் அமையும் சீரான பாதை

செவ்வக வடிவ மைதானத்தின் நடுவில் ஒரு நீச்சல்குளம் உள்ளது. அந்நீச்சல் குளத்தைச் சுற்றி புல்தரை அமைக்க சீரான அகலமுள்ள பாதை உள்ளது.

நீச்சல் குளத்திற்கு வெளிப்புறமுள்ள பாதையில் புல் வேயப்படுகிறது எனில் புல் வேய ஆகும் செலவை எப்படிக் காண்பது?

பாதையின் பரப்பளவும், புல்தரை அமைக்க 1 ச. அலகுக்கு ஆகும் வீதமும் தெரிந்தால் புல்தரை அமைக்க ஆகும் செலவை நம்மால் காண இயலும்.

இங்கு, செவ்வகவடிவ மைதானம் வெளிச் செவ்வகமாகும். இதன் நீளம் l, அகலம் b.



படம் 4.55

∴ மைதானத்தின் பரப்பளவு (வெளிச் செவ்வகம்) = $l\,b$ அலகுகள்.

w என்பது பாதையின் அகலமெனில் (புல்தரை), நீச்சல் குளத்தின் நீளம், அகலமென்ன ?

நீச்சல் குளத்தின் நீளம் $= l - w - w$

$= l - 2w$

நீச்சல் குளத்தின் அகலம் $= b - w - w$

$= b - 2w$

∴ நீச்சல் குளத்தின் பரப்பளவு (உள் செவ்வகம்) = $(l - 2w)(b - 2w)$ ச. அலகுகள்

புல்தரையின் பரப்பளவு = மைதானத்தின் பரப்பளவு – நீச்சல் குளத்தின் பரப்பளவு

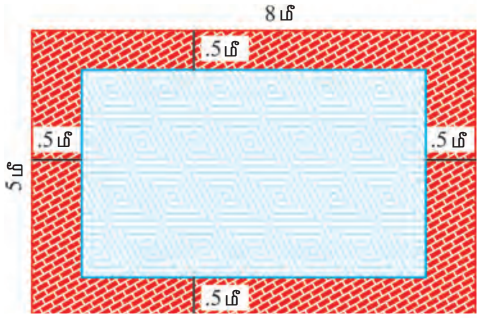
பொதுவாக,

பாதையின் பரப்பளவு = (வெளிச்செவ்வகத்தின் பரப்பளவு) – (உள் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு)

$= lb - (l - 2w)(b - 2w)$

எடுத்துக்காட்டு 4.46

8 மீ நீளமும், 5 மீ அகலமும் கொண்ட ஒரு அறையில் உட்புறமாக சீரான சிவப்பு வண்ணப் பாதை 0.5 மீ அகலத்தில் பூசப்படுகிறது. சிவப்பு வண்ணப் பாதையின் பரப்பளவு காண்க..



படம் 4.56

தீர்வு :

வெளிச் செவ்வகம் (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)	உள் செவ்வகம்
l = 8 மீ b = 5 மீ பரப்பளவு = 8 மீ × 5 மீ = 40 மீ^{2}	அகலம், w = 0.5 மீ L = $l - 2w$ = (8 – 1) மீ = 7 மீ B = $b - 2w$ = (5 – 1) மீ = 4 மீ பரப்பளவு = 7 மீ × 4 மீ = 28 மீ^{2}

பாதையின் பரப்பளவு = (வெளிச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு) – (உள் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு)

= (40 – 28) மீ^{2}

= 12 மீ^{2}

∴ சிவப்பு வண்ணப் பாதையின் பரப்பளவு = 12 மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 4.47

ஒரு தரை விரிப்பின் அளவுகள் 3 மீ × 2 மீ. தரை விரிப்பின் அனைத்து பக்கங்களிலிருந்தும் 0.25 மீ அகலம் கொண்ட சீரான பட்டை ஒன்று வெட்டியெடுக்கப்படுகிறது. மீதமுள்ள தரைவிரிப்பின் பரப்பளவு காண்க. மேலும், வெட்டியெடுக்கப்பட்ட பட்டையின் பரப்பளவு என்ன ?

தீர்வு :

வெளிச்செவ்வகம் (தரைவிரிப்பிலிருந்து சீரான பட்டை வெட்டியெடுப்பதற்கு முன்பு)	உள் செவ்வகம் (தரை விரிப்பிலிருந்து சீரான பட்டை வெட்டிஎடுத்த பிறகு)
l = 3 மீ b = 2 மீ பரப்பளவு = 3மீ × 2 மீ = 6 மீ ^{2}	அகலம், w = 0.25 மீ L = $l - 2w$ = (3 – 0.5) மீ = 2.5 மீ B = $b - 2w$ = (2 – 0.5) மீ = 1.5 மீ பரப்பளவு = 2.5மீ × 1.5 மீ = 3.75 மீ ^{2}

தரைவிரிப்பிலிருந்து சீரான பட்டை வெட்டியெடுத்த பிறகு அதன் பரப்பளவு = 3.75 மீ^{2}

வெட்டியெடுக்கப்பட்ட சீரான பட்டையின் பரப்பளவு = (தரைவிரிப்பின் பரப்பளவு) – (மீதமுள்ள பகுதியின் பரப்பளவு)

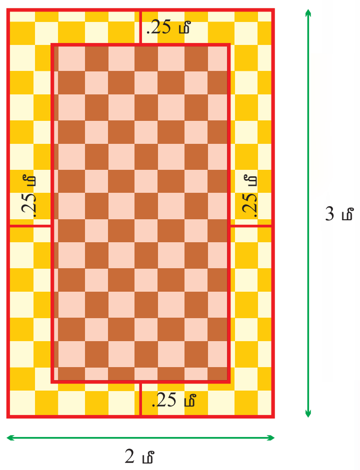
= (6 – 3.75) மீ ^{2}

= 2.25 மீ ^{2}

∴ வெட்டியெடுக்கப்பட்ட பட்டையின் பரப்பளவு = 2.25 மீ ^{2}

குறிப்பு: உள் செவ்வகத்தின் நீள, அகலங்கள் கொடுக்கப்பட்டால், வெளிச் செவ்வகத்தின் நீள, அகலங்கள் முறையே $l + 2w$, $b + 2w$ ஆகும். இங்கு w என்பது சீரான பாதையின் அகலமாகும்.

வெளிச் செவ்வகத்தின் நீள, அகலங்கள் கொடுக்கப்பட்டால், உள் செவ்வகத்தின் நீள, அகலங்கள் முறையே $l - 2w$, $b - 2w$ ஆகும்.



படம் 4.57

பயிற்சி 4.9

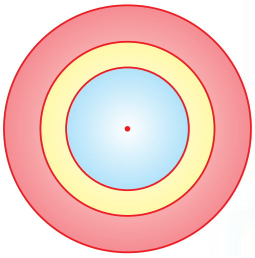
1. 60 மீ × 40 மீ அளவுள்ள விளையாட்டு மைதானத்தில் அனைத்துப் பக்கங்களும் 3 மீ விரிவுப்படுத்தப் படுகிறது. விரிவுப்படுத்தப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு என்ன ?

2. செவ்வக வடிவில் உள்ள ஒரு பள்ளியின் விளையாட்டுத் திடலின் நீளம் 80 மீ, அகலம் 60 மீ. அதைச் சுற்றி 2 மீ அகலத்தில் சீரான சிமென்ட் பாதை அமைக்கப்படுகிறது. சிமென்ட் பாதை ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ₹20 வீதம் அமைக்க ஆகும் செலவைக் காண்க.
3. செவ்வக வடிவமுள்ள ஒரு தோட்டத்தின் அளவுகள் 30 மீ × 20 மீ. தோட்டத்தைச் சுற்றி வெளிப்புறத்தில் 1.5 மீ அகலத்தில் ஒரு சீரான பாதை சதுர மீட்டருக்கு ₹10 வீதம் அமைக்கப்படுகிறது. மொத்த செலவு எவ்வளவு ?
4. 50 செ.மீ நீளமும் 30 செ.மீ அகலமும் கொண்ட ஒரு வரைபடத்தாளில் படம் ஒன்று வரையப்படுகிறது. அதன் அனைத்து பக்கங்களிலும் 2.5 செ.மீ அகலம் ஓரத்தில் விடப்படுகிறது. ஓரத்தில் விடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு காண்க.
5. செவ்வக வடிவ வரவேற்பு அறையின் நீளம் 10 மீ. அகலம் 7 மீ. சுவரிலிருந்து உட்புறமாக 1 மீ அனைத்து பக்கங்களிலும் விடப்பட்டு அறையின் நடுவில் தரைவிரிப்பு போடப்படுகிறது. தரை விரிப்பின் பரப்பளவு காண்க. மேலும், தரைவிரிப்பால் மூடப்படாத பகுதியின் பரப்பளவும் காண்க.
6. சட்டங்கள் பொருத்தப்பட்ட ஒரு நிழற் படத்தின் வெளிப்புற நீள, அகலங்கள் முறையே 80 செ.மீ, 50 செ.மீ ஆகும். அகலம் 3 செ.மீ கொண்ட சட்டங்கள் நிழற்படத்தைச் சுற்றிலும் உள்ளன. நிழற்படம் தெரியக் கூடிய பகுதியின் பரப்பளவு என்ன ?

வட்டப்பாதை

பொதுமைய வட்டங்கள்

ஒரு சமதளத்தில் ஒரு புள்ளியைப் பொது மையமாகக் கொண்டு வெவ்வேறு ஆர அளவுகளில் வரையப்பபட்ட வட்டங்கள் பொதுமைய வட்டங்கள் எனப்படுகின்றன.



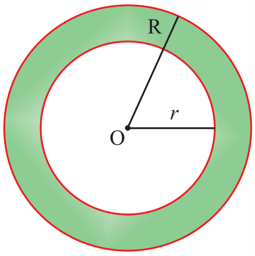
படம் 4.58

வட்டப்பாதை

வட்ட வடிவப் பூங்காவில் நடை பயிற்சிக்காக சீரான அகலம் கொண்ட பாதை ஒன்று போடப் பட்டிருக்கும்.

அப்பாதையின் பரப்பளவை உங்களால் கண்டுபிடிக்க முடியுமா ?

முடியும். இரு பொதுமைய வட்டங்களுக்கு இடைப்பட்ட பரப்பளவே பாதையின் பரப்பளவாகும். படம் 4.59 இல் O ஆனது இரண்டு வட்டங்களுக்கும் பொது மையம் ஆகும். வெளிவட்ட ஆரம் R, உள் வட்ட ஆரம் r என்க.



படம் 4.59

நிழலிடப்பட்ட பகுதி வட்டவலையம் அல்லது வட்டப்பாதை என்கிறோம். அதாவது, இரண்டு பொதுமைய வட்டங்களுக்கு இடைப்பட்ட பகுதி வட்டப்பாதையாகும்.

வட்டப்பாதையின் அகலம், $w = R - r$ அலகுகள்

அதாவது $w = R - r \Rightarrow R = w + r$ அலகுகள்

$r = R - w$ அலகுகள்.

வட்டப்பாதையின் பரப்பளவு = (வெளிவட்டத்தின் பரப்பளவு) – (உள் வட்டத்தின் பரப்பளவு)

$= \pi R^2 - \pi r^2$

$= \pi(R^2 - r^2)$ ச. அலகுகள்

$\therefore$ வட்டப்பாதையின் பரப்பளவு $= \pi(R^2 - r^2)$ ச. அலகுகள்

$= \pi(R + r)(R - r)$ ச. அலகுகள்

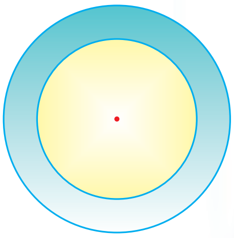
எடுத்துக்காட்டு 4.48

அடுத்திருக்கும் படம் இரு பொதுமைய வட்டங்களைக் காட்டுகிறது. வெளிவட்டத்தின் ஆரம் 14 செ.மீ, உள் வட்டத்தின் ஆரம் 7 செ.மீ எனில்,

(i) வெளிவட்டத்தின் பரப்பளவு காண்க.

(ii) உள்வட்டத்தின் பரப்பளவு காண்க.

(iii) இரு வட்டங்களுக்கு இடையில் உள்ள நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவு காண்க.



படம் 4.60

தீர்வு :

i) வெளிவட்டம்

R = 14

பரப்பளவு $= \pi R^2$

$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14$

$= 22 \times 28$

= 616 செ.மீ^{2}

ii) உள்வட்டம்

$r = 7$

பரப்பளவு $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= 22 \times 7$

= 154 செ.மீ^{2}

iii) நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவு

=(வெளி வட்டத்தின் பரப்பளவு) – (உள் வட்டத்தின் பரப்பளவு)

= (616 – 154) செ.மீ^{2} = 462 செ.மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 4.49

5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவடிவத் தாளிலிருந்து, 3 செ.மீ ஆரமுள்ள பொதுமைய வட்டம் வெட்டியெடுக்கப்படுகிறது. மீதமுள்ள தாளின் பரப்பளவு காண்க. ($\pi = 3.14$ எனக் கொள்க.)

தீர்வு :

R = 5 செ.மீ, r = 3 செ.மீ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

மீதமுள்ள தாளின் பரப்பளவு $= \pi(R^2 - r^2)$

$= 3.14\ (5^2 - 3^2)$

$= 3.14\ (25 - 9)$

$= 3.14 \times 16$

= 50.24 செ.மீ^{2}

மாற்றுமுறை:

வெளிவட்டம்	உள்வட்டம்
$R = 5$ செ.மீ	$r = 3$ செ.மீ
பரப்பளவு $= \pi R^2$ ச.அலகுகள்	பரப்பளவு $= \pi r^2$ ச.அலகுகள்
$= 3.14 \times 5 \times 5$	$= 3.14 \times 3 \times 3$
$= 3.14 \times 25$	$= 3.14 \times 9$
$= 78.5$ செ.மீ^{2}	$= 28.26$ செ.மீ^{2}

மீதமுள்ள தாளின் பரப்பளவு = (வெளிவட்டத்தின் பரப்பளவு) – (உள்வட்டத்தின் பரப்பளவு)

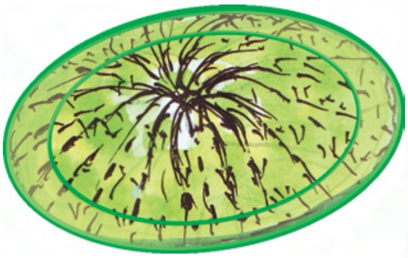
= (78.5 – 28.26) செ.மீ^{2}

= 50.24 செ.மீ^{2}

$\therefore$ மீதமுள்ள தாளின் பரப்பளவு = 50.24 செ.மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 4.50

வட்டவடிவ பூந்தோட்டத்தின் பரப்பளவு 500மீ^{2}. ஆரம் 12 மீ கொண்ட வட்டப்பகுதி மட்டுமே நீர்ப்பாய்ச்சும் திறன்கொண்ட கருவியானது தோட்டத்தின் மையத்தில் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. தோட்டம் முழுமைக்கும் கருவியானது நீர்பாய்ச்சுமா ? (π = 3.14 எனக் கொள்க)



படம் 4.60

தீர்வு :

பூந்தோட்டத்தின் பரப்பளவு = 500 மீ^{2} எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

கருவியானது, நீர்ப்பாய்ச்சும் பகுதியின் பரப்பளவு $= \pi r^2$

$= 3.14 \times 12 \times 12$

$= 3.14 \times 144$

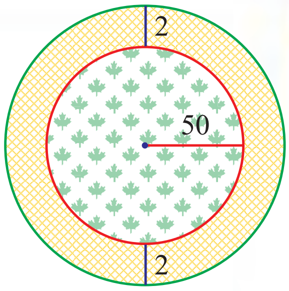
= 452 .16 மீ^{2}

பூந்தோட்டத்தின் பரப்பளவை விட நீர்ப்பாய்ச்சும் பகுதியின் பரப்பளவு குறைவாக இருப்பதால் கருவியானது தோட்டம் முழுமைக்கும் நீர்பாய்ச்சாது.

எடுத்துக்காட்டு 4.51

50 மீ ஆரமாகக் கொண்ட வட்ட வடிவ பூங்காவின் வெளிப்புறத்தில் 2 மீ அகலத்தில் சமச்சீரான வட்டப்பாதை அமைக்கப்படுகிறது. அப்பாதையை சமன்செய்ய ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ₹5 வீதம் ஆகும் செலவைக் காண்க (π = 3.14 எனக் கொள்க).

தீர்வு :



படம் 4.61

r = 50 மீ, w = 2 மீ, R = $r + w$ = 50 + 2 = 52 மீ

வட்டப்பாதையின் பரப்பளவு $= \pi(R+r)(R-r)$

$= 3.14 \times (52+50)(52-50)$

$= 3.14 \times 102 \times 2$

$= 3.14 \times 204$

$= 640.56$ மீ^{2}

1 சதுர மீ பாதையைச் சமன்படுத்த ஆகும் செலவு = ₹5

640.56 சதுர மீ பாதையைச் சமன்படுத்த ஆகும் செலவு = ₹5 × 640.56

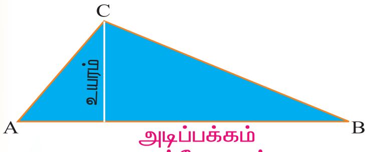
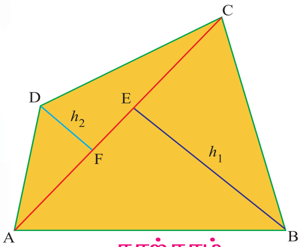
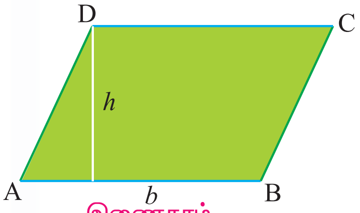
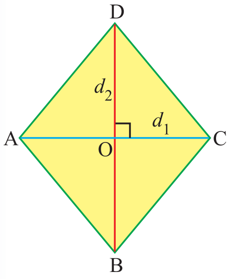
= ₹3202.80

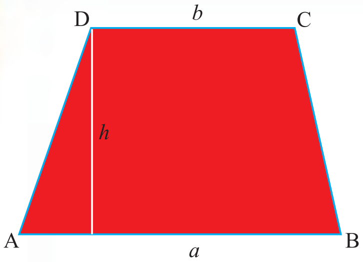
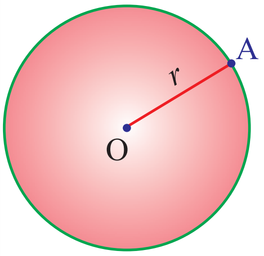
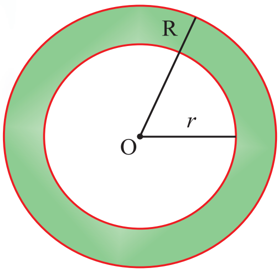
∴ வட்டப்பாதையை சமன் செய்ய ஆகும் செலவு = ₹3202.80

பயிற்சி 4.10

1. வட்டவடிவமுள்ள வித்தையரங்கு ஒன்றின் அடிப்பக்க ஆரம் 50 மீ. பொது மையத்திலிருந்து 20 மீ தூரத்திற்குள் கலைஞர்கள் நிகழ்ச்சியை மேற்கொள்ள வட்ட வலையம் வைக்கப்பட்டுள்ளது. பார்வையார்களுக்கு ஒதுக்கப்பட்ட இடத்தின் பரப்பளவு காண்க. (π = 3.14 எனக் கொள்க).
2. 30 மீ ஆரம் கொண்ட வட்ட வயல்வெளியின் எல்லையிலிருந்து உட்புறமாக 3 மீ அகலத்தில் வட்டப்பாதை அமைக்கப்படுகிறது. வட்டப் பாதையும் பரப்பளவு காண்க. (π = 3.14 எனக் கொள்க)
3. வட்ட வலைய உலோகத்தின் உள் வட்ட ஆரம் 7 செ.மீ, வெளி வட்ட ஆரம் 10.5 செ.மீ. ஒரு சதுர மீட்டர் உலோகத்துக்கு ₹5 வீதம் செலவானால், 25 வலையம் செய்ய ஆகும் செலவைக் காண்க.
4. 3 மீ ஆரம் கொண்ட வட்டவடிவக் கிணற்றைச் சுற்றி 1.5 மீ அகலம் கொண்ட சீரான மேடை அமைக்கப்படுகிறது. மேடையின் பரப்பளவு காண்க. (π = 3.14 எனக் கொள்க)
5. 56 மீ ஆரமுடைய வட்டவடிவப் பூங்காவின் வெளிப்புறத்தில் 2.5 மீ அகலமுடைய சீரான வட்டப்பாதை அமைக்கப்படுகிறது. பாதையை சமன் செய்ய ச. மீட்டருக்கு ₹5 வீதம் ஆகும் செலவைக் காண்க. (π = 3.14 எனக் கொள்க)

நினைவில் கொள்க!

படம்	பரப்பளவு	சூத்திரம்
 முக்கோணம்	$\frac{1}{2}$ × அடிப்பக்கம் × உயரம்	$\frac{1}{2} \times b \times h$ ச. அலகுகள்
 நாற்கரம்	$\frac{1}{2}$ × மூலைவிட்டம் × (எதிர்ப்பக்கத்திலிருந்து மூலைவிட்டத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்து தூரங்களின் கூடுதல்)	$\frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ச. அலகுகள்
 இணைகரம்	அடிப்பக்கம் × அதற்கேற்ற குத்துயரம்	bh ச. அலகுகள்
 சாய்சதுரம்	$\frac{1}{2}$ × மூலைவிட்டங்களின் பெருக்கற் பலன்	$\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ ச. அலகுகள்

 சரிவகம்	$\frac{1}{2}$ × உயரம் × இணைப்பக்கங்களின் கூடுதல்	$\frac{1}{2} \times h \times (a + b)$ ச. அலகுகள்
 வட்டம்	வட்டத்தின் சுற்றளவு = $2 \times \pi \times$ ஆரம்	$2\pi r$ அலகுகள்
	வட்டத்தின் பரப்பளவு = $\pi \times$ ஆரம் × ஆரம்	πr^2 ச. அலகுகள்
 செவ்வகப் பாதை	i) செவ்வகப்பாதையின் பரப்பளவு	வெளிச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு – உள் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு
 வட்டப் பாதை	ii) வட்டப்பாதையின் பரப்பளவு = வெளிவட்டத்தின் பரப்பளவு – உள்வட்டத்தின் பரப்பளவு	$\pi (R^2 - r^2)$ ச. அலகுகள் (அல்லது) $\pi (R + r)(R - r)$ ச. அலகுகள்

5 வடிவியல்

வடிவியல் என்பது கணிதத்தின் ஒரு பிரிவு ஆகும். இது வடிவியல் உருவங்களின் பல்வேறுபட்ட பண்புகளை தெரிந்து கொள்ள பயன்படுகிறது. கிரேக்க மொழியில் “வடிவியல்’’ என்பதற்கு “புவி அளவீடு’’ என்ற பொருளாகும். வடிவியலானது பொருள்களின் உருவம் , அளவு, நிலை மற்றும் பிற வடிவியல் பண்புகளைப்பற்றித் தெரிந்து கொள்ள உதவுகிறது. விண்வெளி, கட்டிடக்கலை, வரைகலை மற்றும் பொறியியல் ஆகிய துறைகளில் வடிவியலின் பங்கு பெருமளவில் உபயோகத்தில் உள்ளது.

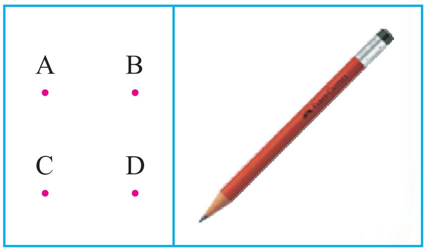
5.1. மீள்பார்வை

வடிவியலின் அடிப்படைக் கூறுகள்:

முன்வகுப்புகளில் வடிவியலின் (வடிவியல்) அடிப்படைக் கூறுகள் சிலவற்றை நாம் படித்திருக்கிறோம். அவற்றை இப்போது நினைவு கூர்வோம்.

புள்ளி

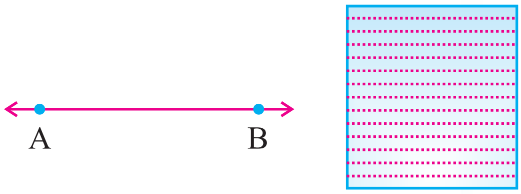
கூர்மையான ஒரு பென்சிலால் வைக்கப்படும் ஒரு அடையாளம் சாதாரணமாக புள்ளி என குறிக்கப்படுகிறது ஒரு புள்ளிக்கு நீளம், அகலம் தடிமண் ஏதுமில்லை ஆனால் நிலை உள்ளது. A, B, C, D ... என்ற ஆங்கில பெரிய எழுத்துக்களால் புள்ளி குறிக்கப்படுகிறது. படத்தில் A, B, C, D என்பன புள்ளிகள்



படம் 5.1

கோடு

கோடு என்பது ஒரு நகரும் புள்ளியின் பாதையாகும். பென்சிலின் முனையை ஒரு தாளில் வைத்து நகர்த்தும் பொழுது உண்டாகும் பாதை ஒரு கோடு ஆகும். கோட்டிற்கு நீளம் உண்டு ஆனால் அகலம் கிடையாது. கோடு AB–ஐ $\overleftrightarrow{AB}$ என்று எழுதலாம். ஒரு கோட்டினை *l*, *m*, *n*, என்ற ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கலாம். நாம் அதை கோடு *l*, கோடு *m*, கோடு *n* என்று படிக்கலாம். ஒரு கோடு இரண்டு பக்கங்களிலும் முடிவில்லாமல் செல்லுவதால் அதற்கு முடிவுப்புள்ளிகள் கிடையாது.



படம் 5.2

கதிர்

ஒரு கதிருக்கு துவக்கப்புள்ளி உண்டு ஆனால் முடிவுப்புள்ளி கிடையாது. துவக்கப்புள்ளியை நிலையான புள்ளி எனலாம்.

இங்கு OA என்பது கதிர் அதை $\overrightarrow{OA}$ என எழுதலாம். அதாவது கதிர் O விலிருந்து கிளம்பி A யின் வழியாக செல்கிறது.

படம் 5.3

கோட்டுத்துண்டு

$\overleftrightarrow{AB}$ என்பது ஒரு நேர்க்கோடு என்க. அந்த நேர்க்கோட்டின் மீது C,D என்ற புள்ளிகளை எடுத்துக்கொள்க. AB யின் ஒரு பகுதி CD ஆகும். CD ஐ ஒரு கோட்டுத்துண்டு எனக் கூறலாம் இதனை $\overline{CD}$ என்று எழுதுவர். ஒரு கோட்டுத்துண்டிற்கு இரண்டு முடிவுப்புள்ளிகள் உள்ளன.

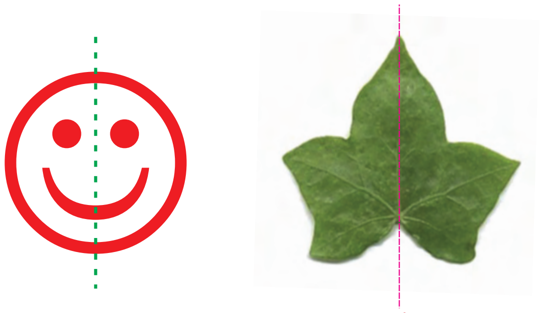
படம் 5.4

தளம்

தளம் என்பது எல்லாப் பக்கங்களிலும் முடிவில்லாமல் செல்லும் ஒரு சமபரப்பாகும். மேசையின் மேற்பரப்பு, கரும்பலகை, சுவர்கள் ஆகியவை தளத்திற்கு உதாரணங்களாகும்.

5.2. சமச்சீர்தன்மை

சமச்சீர் தன்மை என்பது வடிவியல் கூறுகளில் முக்கியமானது. இது பொதுவாக இயற்கையில் காணப்படுகிறது மற்றும் நம் அன்றாட வாழ்க்கையிலும் உபயோகத்தில் உள்ளது. வரைகலை, உற்பத்தியாளர்கள் , வரைபடதயாரிப்பாளர்கள் கட்டிடத்துறையாளர்கள், மற்றும் பலர் சமச்சீர் தன்மைகளின் கருத்தை உபயோகப்படுத்துகிறார்கள். தேன்கூடு, பூக்கள், மரத்தின் இலைகள், கைக்குட்டை, பாத்திரங்கள் சமச்சீர் வடிவத்தைக் கொண்டுள்ளன.



படம் 5.5

ஒரு பொருளின் இரு அரைபாகங்கள் ஒன்றோடொன்று உருவம் மற்றும் அளவில் சரியாக பொருந்தினால் அது சமச்சீர் தன்மை எனக் கூறப்படுகிறது. நாம் ஒரு படத்தை இரண்டு பாதியாக மடிக்கும் பொழுது இரண்டு அரைப்பகுதியும்–இடது பாதியும் மற்றும் வலது பாதியும் ஒன்றோடொன்று பொருந்தினால் அப்படத்தினை சமச்சீர் தன்மை கொண்டது எனக் கூறலாம்

உதாரணமாக ஒரு ஆப்பிளை இரு சமபாகங்களாக வெட்டினால், அவ்விரு பாகங்களும் சமச்சீராக இருக்கும்.

படம் 5.6

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

ஆக்ராவில் உள்ள தாஜ்மாஹால் சமச்சீர் தன்மை பெற்றுள்ள நினைவுச்சின்னம்

வண்ணத்துப்பூச்சியும் சமச்சீர் தன்மைக்கு மற்றும் ஒரு எடுத்துக்காட்டாகும். வண்ணத்துப்பூச்சியின் உடலின் நடுவே ஒரு கோடு வரைந்தால், அந்த இருபாகமும் சமமாகத் தோன்றும்.

படம் 5.7

பலவகையான சமச்சீர் தன்மைகள் உள்ளன. அவற்றுள் கீழ்கண்ட சமச்சீர் தன்மைகளைப் பற்றிக் காண்போம்.

1. சமச்சீர் கோடு அல்லது சமச்சீர் அச்சு
2. ஆடி சமச்சீர் தன்மை
3. சுழல் சமச்சீர் தன்மை

1. சமச்சீர் கோடு

படம் 5.8 இல் புள்ளியிட்ட கோடு படத்தை இரண்டு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கிறது. படத்தை அந்தக்கோட்டுடன் மடித்தால் ஒரு பகுதியானது மற்றொரு பகுதியுடன் சரியாக ஒன்றோடொன்று பொருந்தும். இந்த புள்ளியிட்டகோட்டை சமச்சீர் கோடு என்கிறோம்.

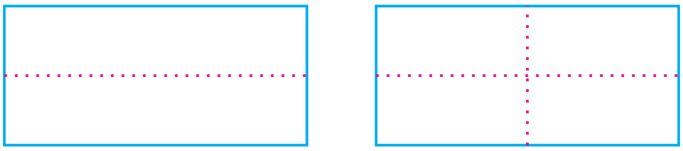
கொடுக்கப்பட்டபடத்தில்உள்ளகோடானது இருசமபகுதிகளாகப்பிரித்து இடதுபாதி வலதுபாதியோடு சரியாகப் பொருந்துமாயின்அக்கோடு சமச்சீர்கோடு அல்லது சமச்சீர் அச்சு எனப்படும்.

படம் 5.8

செயல்பாடு 1:

ஒரு செவ்வக வடிவத்தாளை எடுத்துக்கொள்க. அந்தத்தாளை நீளவாக்கில் ஒருமுறை மடிக்கவும் அதில் ஒரு பாதி மற்றொரு பாதியோடு சரியாகப் பொருந்துமாறு வைத்து நீளவாக்கில் மடிக்கவும் விளிம்பை தேய்க்கவும் இப்பொழுது பிரித்து மறுபடியும் அகலவாக்கில் மடிக்கவும்.

இந்த காகித மடிப்பில் இருந்து நீங்கள் செவ்வகத்திற்கு இரண்டு சமச்சீர்க்கோடுகள் உள்ளன என்பதை அறியலாம்.

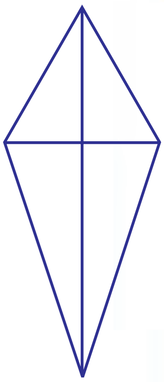


படம் 5.9

விவாதிக்க :இணைகரம் சமச்சீர் தன்மையை பெற்றுள்ளதா ?

செயல்பாடு 2:

வடிவகப்பெட்டியில் உள்ள இரண்டு முக்கோண வடிவக் கருவியில் $30^0, 60^0, 90^0$. என்ற முக்கோணவடிவத்தை எடுத்துக் கொள்க. இதேப்போன்ற மற்றொரு முக்கோணவடிவக் கருவியை எடுத்துக்கொள்க. அவற்றை படம் **5.10–ல்** உள்ளவாறு பக்கத்தில் வைத்து ‘பட்டம்’ வடிவத்தில் வைக்கவும்.



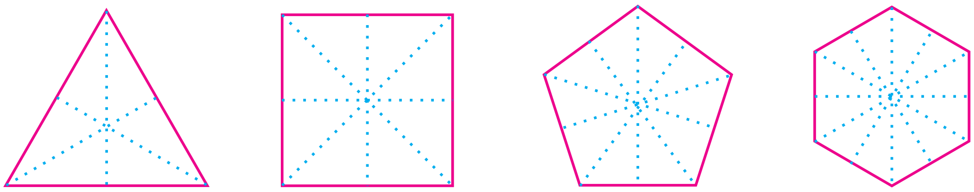
படம் 5.10

இவ்வடிவம் எத்தனை சமச்சீர்கோடுகளை கொண்டுள்ளது ?

இந்தப்பட்டம் அதன் மூலைவிட்டத்தை ஒரு சமச்சீர் கோடாக கொண்டுள்ளது என்பதை நீங்கள் தெரிந்து கொள்ளலாம்.

செயல்பாடு 3:

கொடுக்கப்பட்ட ஒழுங்கு பலகோணங்களின் சமச்சீர் தன்மையை காகித மடிப்பு முறைப்படி கண்டுபிடித்து சமச்சீர்கோட்டை புள்ளியிட்டகோட்டின் மூலம் காண்பிக்கவும்.



படம் 5.11

மேற்கூறிய காகித மடிப்புகளின் மூலம்

(i) சமபக்க முக்கோணத்திற்கு மூன்று சமச்சீர்கோடுகள்.

(ii) சதுரத்திற்கு நான்கு சமச்சீர்கோடுகள்

(iii) ஒழுங்கு ஐங்கோணத்திற்கு ஐந்து சமச்சீர்கோடுகள்.

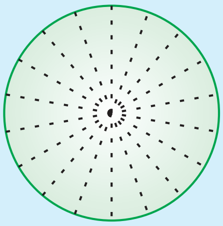
(iv) ஒழுங்கு அறுங்கோணத்திற்கு ஆறு சமச்சீர்கோடுகள் உள்ளன என்பதை அறியலாம்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

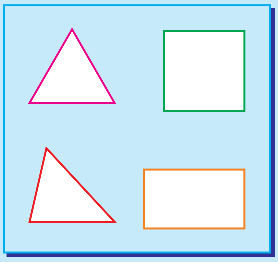
ஒரு பலகோணம், ஒழுங்கு பலகோணம் எனில் அவற்றின் எல்லாபக்கங்களும்சமமாகவும் எல்லா கோணங்களும் சமமாகவும் இருக்கவும்.

ஒவ்வொரு ஒழுங்கு பலகோணங்களும் எத்தனை பக்கங்களை கொண்டுள்ளதோ அத்தனை சமச்சீர்கோடுகளை கொண்டுள்ளன.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?



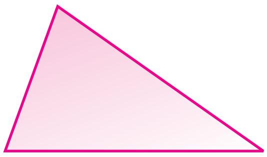
வட்டம் பல சமச்சீர் கோடுகளை கொண்டுள்ளது.



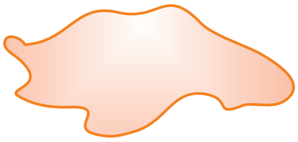
ஒழுங்கு பல கோணங்களை கண்டு மடிக்க

சமச்சீர் தன்மை பெற்றில்லாத வடிவங்களும், உருவங்களும் உண்டு.

ஆங்கில எழுத்தகளில் சமச்சீர்கோடுகள் இல்லாத எழுத்துக்களை பட்டியலிடுக.



அசமபக்க முக்கோணம்



ஒழுங்கற்ற உருவம்

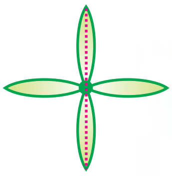
படம் 5.12

மேலே உள்ள படங்களுக்கு சமச்சீர்கோடுகள் கிடையாது. அப்படங்களைச் சமச்சீர் தன்மையற்றவை எனக் கூறலாம்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா? பொருளின் பிரதிபலிப்பு என்பது ஆடியின் பிரதிபலிப்பு

ஆடியைப் பொறுத்த சமச்சீர் தன்மை

நாம் கண்ணாடியில் பார்க்கும் பொழுது கண்ணாடியின் உட்புறம் நம்முடைய பிரதிபலிப்பைக் காண்கிறோம். இந்த பிரதிபலிப்பு கண்ணாடியின் எதிரொளிப்பால் உண்டாகிறது. ஆடிக்கு முன்னால் நாம் எவ்வளவு தூரத்தில் இருக்கின்றோமோ அதே தூரத்தில் ஆடிக்கு உட்புறம் நம்முடைய பிரதிபலிப்பு அதே தூரத்தில் இருக்கும்.

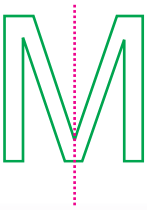


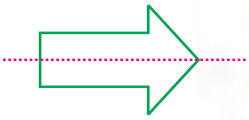
படம் 5.13

மேலே உள்ள படத்தில் சமதள ஆடியை நடுக்கோட்டின் மேல் வைத்தால் படத்தின் அரைப்பகுதி சமதள ஆடியின் வரையிலாக மற்ற அரைப்பகுதியை எதிரொளிக்கச் செய்கிறது. வேறுவிதத்தில் சொல்லவேண்டுமானால் நாம் சமதள ஆடியை எந்தக்கோட்டில் வைக்கிறோமோ அந்தக்கோடு அப்படத்தை இரு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கிறது. அவை ஒத்த அளவிலும் கோட்டின் ஒரு பக்கம் அக்கோட்டின் பிரதிபலிப்பை அதே தூரத்தில் அடுத்தப் பக்கத்தில் கொண்டுள்ளது. ஆகவே இது ஆடி சமச்சீர் தன்மை எனப்படுகிறது.

நாம் ஆடியின் எதிரொளிப்பை ஆராயும் பொழுது இடது வலது மாற்றங்களை படத்தில் கவனிக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 5.1





கொடுக்கப்பட்டுள்ள படம் ஆடியைப் பொறுத்த சமச்சீர் தன்மையின் எதிரொளிப்பைக் காட்டுகிறது.

பயிற்சி 5.1

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க.

i) இருசமபக்க முக்கோணத்திற்கு

(A) சமச்சீர்கோடுகள் கிடையாது (B) ஒரு சமச்சீர்கோடு

(C) மூன்று சமச்சீர்கோடுகள் (D) பல சமச்சீர்கோடுகள்

ii) இணைகரத்திற்கு

(A) இரண்டு சமச்சீர்கோடுகள் (B) நான்கு சமச்சீர்கோடுகள்

(C) சமச்சீர்கோடுகள் கிடையாது (D) பலசமச்சீர்கோடுகள்

iii) செவ்வகத்திற்கு

(A) இரண்டு சமச்சீர்கோடுகள் (B) சமச்சீர்கோடுகள் கிடையாது

(C) நான்கு சமச்சீர்கோடுகள் (D) பல சமச்சீர்கோடுகள்

iv) சாய்சதுரத்திற்கு

(A) சமச்சீர்கோடுகள் கிடையாது (B) நான்கு சமச்சீர்கள்கோடுகள்

(C) இரண்டு சமச்சீர்கோடுகள் (D) ஆறு சமச்சீர்கோடுகள்

v) அசமபக்க முக்கோணத்திற்கு

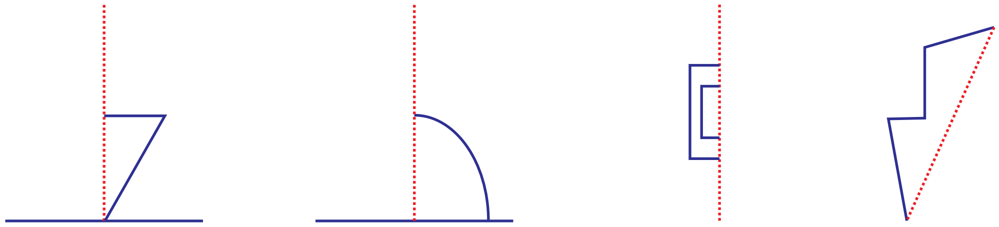
(A) சமச்சீர்கோடுகள் கிடையாது (B) மூன்று சமச்சீர்கோடுகள்

(C) ஒரு சமச்சீர்கோடு (D) பல சமச்சீர்கோடுகள்

2. கீழ்க்கண்ட படங்களில் எவை சமச்சீர்கோடுகளை கொண்டுள்ளன ? அவை எத்தனை சமச்சீர்கோடுகளை கொண்டுள்ளன?

(i) (ii) (iii) (iv)

3. கீழே கொடுக்கப்பட்ட படங்களுக்கு புள்ளிக் கோடிட்ட நேர்க்கோடு ஆடிசமச்சீர் கோடு எனில் ஆடிச்சமச்சீர் தன்மையை பயன்படுத்தி மற்றொரு பகுதியை வரைக.



(i) (ii) (iii) (iv)

4. கீழ்க்கண்ட அட்டவணையை நிரப்புக:

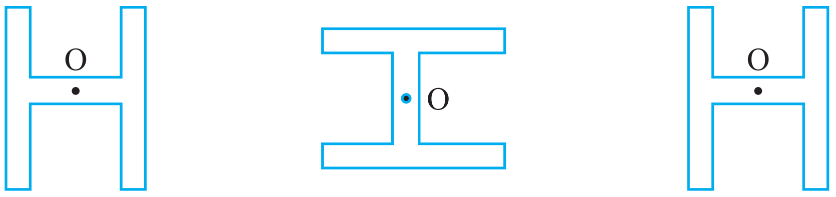
உருவம்	மாதிரிப்படம்	சமச்சீர்கோடுகளின் எண்ணிக்கை
சமபக்க முக்கோணம்		
சதுரம்		
செவ்வகம்		
இருசமபக்க முக்கோணம்		
சாய்சதுரம்		

5. கீழ்க்கண்ட எண்ணிக்கையுள்ள சமச்சீர்கோடுகளைக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பெயர்களை எழுதுக
   (i) ஒரு சமச்சீர்கோடு.
   (ii) மூன்று சமச்சீர்கோடு.
   (iii) சமச்சீர்கோடுகள் கிடையாது.

6. ஆங்கில பெரிய எழுத்துக்களின்
   (i) ஒரு நிலை குத்துக்கோட்டைப் பொறுத்து ஒரு சமச்சீர்கோட்டை உடைய எழுத்துக்களையும்.
   (ii) ஒரு கிடைக்கோட்டைப் பொறுத்து ஒரு சமச்சீர்கோட்டை உடைய எழுத்துக்களையும்.
   (iii) கிடைக்கோட்டையும் நிலைகுத்து கோட்டையும் பொறுத்து இரு சமச்சீர்கோடுகளை உடைய எழுத்துக்களை பட்டியலிடுக.

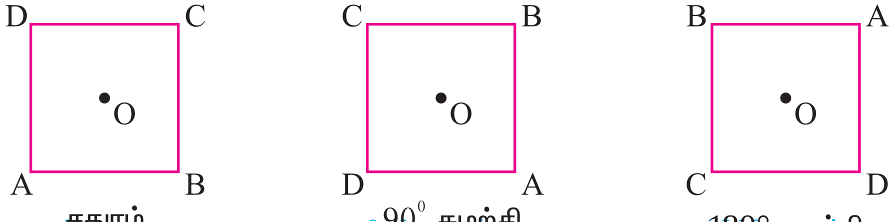
5.3 சுழல் சமச்சீர் தன்மை

பின்வரும் படங்களிலிருந்து நாம் மையத்தை (‘O’–வை) வைத்து 90^0 அல்லது 180^0க்கு சுழற்றும் பொழுது நமக்கு கிடைக்கும் உருவங்களைக் காணலாம்.



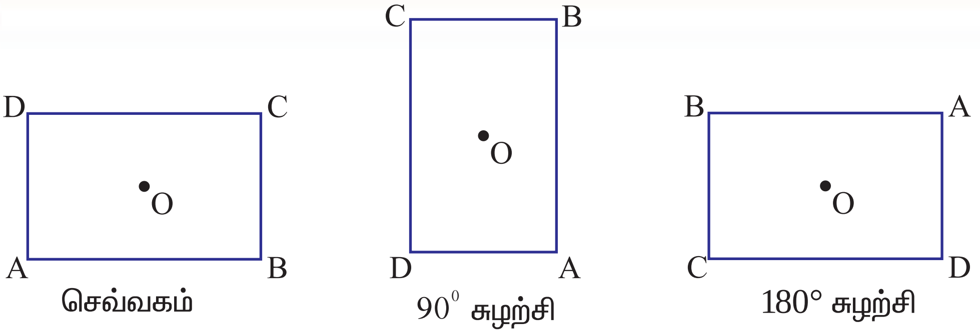
எழுத்து H　　90^0 சுழற்சி　　180° சுழற்சி

படம். 5.14



சதுரம்　　90^0 சுழற்சி　　180° சுழற்சி

படம் 5.15



படம். 5.16

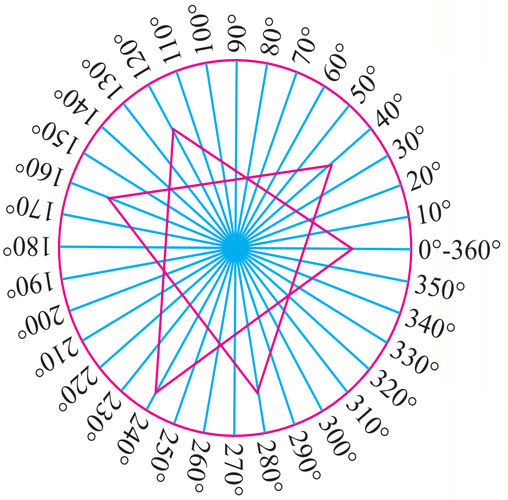
ஒரு சதுரத்தை 90^0 க்கு சுழற்றிய பிறகு அதே வடிவமுள்ள சதுரம் கிடைக்கும் . ஆனால் ஒரு செவ்வகத்தை 180°க்கு சுழற்றிய பிறகுதான் அதே வடிவமுள்ள செவ்வகம் கிடைக்கிறது. இந்த வடிவங்களை 360°க்கு குறைவாக சுழற்றும் பொழுது அதே வடிவம் கிடைப்பதை சுழல் சமச்சீர் தன்மை என்று சொல்கிறோம்.

சுழற்சிகோணம்

ஒரு குறிப்பிட்ட புள்ளியைப் பொறுத்து எந்தக் குறைந்த கோண அளவில் ஒரு வடிவத்தை சுழற்றினால் அதே வடிவம் கிடைக்கிறதோ அந்தக் கோணத்தை **சுழற்சிக் கோணம்** என்றும் அந்தப் புள்ளியை **சுழற்சிமையம்** என்றும் கூறுகிறோம்.

செயல்பாடு 4:

இரண்டு அட்டைத்தாள்களை எடுத்து ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தை ஒவ்வொரு அட்டையிலும் வரைந்து வெட்டிக் கொள்ளவும். இம் முக்கோணங்கள் இரண்டும் சர்வ சமமாக இருக்கவேண்டும். ஒரு அட்டைத்தாளில் ஒரு வட்டம் வரைந்து கடிகாரம் சுற்றும் திசைக்கு எதிர்த்திசையில் **0** பாகையிலிருந்து **360** பாகை வரை குறிக்கவும். இப்பொழுது முக்கோணத்தை மற்றொரு முக்கோணத்தின் மீது சரியாகப் பொருந்தச் செய்து வட்ட வடிவ அட்டைத்தாளின் மையம் முக்கோணத்தின் மையங்கள் வழியே ஒரு குண்டூசியைப் பொருத்தவும். மேலே உள்ள முக்கோணம் கீழே உள்ள முக்கோணத்துடன் சரியாக மீண்டும் ஒரு முறை பொருந்து வரை சுழற்றவும்.

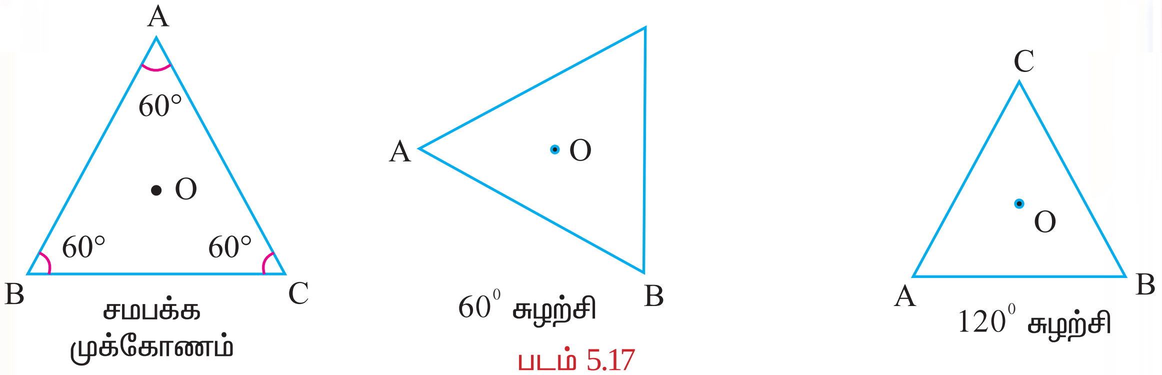


முக்கோணத்தை 120° சுழற்றிய பிறகு அது மீண்டும் கீழேயுள்ள முக்கோணத்தில் சரியாகப் பொருந்துவதைக் காணலாம் .

மறுபடியும் இரண்டாவது முறை மேலே உள்ள முக்கோணம் கீழே உள்ள முக்கோணத்துடன் பொருந்தும் வரை சுழற்றவும். இப்பொழுது நீங்கள் மேலே உள்ள முக்கோணம் **240°** தனது ஆரம்பநிலையிலிருந்து சுழற்சி அடைந்துள்ளதைக் காணலாம்.

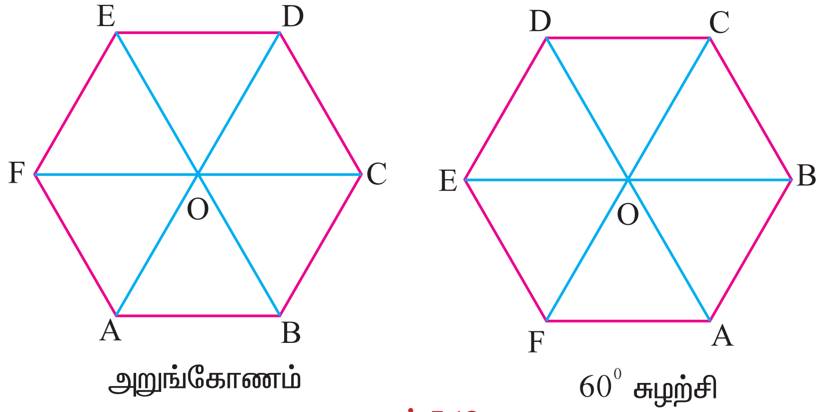
மேலே உள்ள முக்கோணத்தை மூன்றாவது முறை கீழே உள்ள முககோணத்துடன் பொருந்தச் செய்யவும். இப்பொழுது மேலே உள்ள முக்கோணம் ஒரு முழுச்சுற்று 360° யில்

ஆரம்ப நிலையை அடைந்துள்ளதைக் காணலாம். மேற்கண்ட செயல்களிலிருந்து நீங்கள் சமபக்க முக்கோணத்தின் சுழற்சிக்கோணம் 120° என அறியலாம்.



படம் 5.17

அறுங்கோணத்தின் சுழற்சி கோணம்



படம் 5.18

மேலே உள்ள படங்கள் 5.15 லிருந்து 5.18 வரை

நமக்கு சதுரம், செவ்வகம், சமபக்க முக்கோணம் மற்றும் அறுங்கோணம் ஆகியவைகள் முறையே $90^0, 180^0, 120^0, 60^0$ சுழற்சியில் ஒத்த வடிவங்கள் கிடைத்துள்ளன.

ஆகவே

(i) சதுரத்தின் சுழற்சி கோணம் 90^0

(ii) செவ்வகத்தின் சுழற்சி கோணம் 180^0

(iii) சமபக்க முக்கோணத்தின் சுழற்சிக் கோணம் 120^0

(iv) அறுங்கோணத்தின் சுழற்சிக் கோணம் 60^0

சுழல் சமச்சீர் வரிசை

சுழல் சமச்சீர் வரிசை என்பது ஒரு வடிவம் எத்தனை முறைகள் ஒரு முழுச்சுற்றில் அதே வடிவத்தைப் போல் உள்ளதோ அந்த எண்ணிக்கை சுழல் சமச்சீர் வரிசை எனப்படும். ஒரு பொருளின் சுழற்சிக்கோணம் x^0 எனில் அதன்

சுழல் சமச்சீர் வரிசை $= \frac{360}{x^0}$

படம் 5.15 லிருந்து 5.18 வரை.

சுழல் சமச்சீர் வரிசை

(i) சதுரத்திற்கு $\frac{360^0}{90^0} = 4$

(ii) செவ்வகத்திற்கு $\frac{360^0}{180^0} = 2$

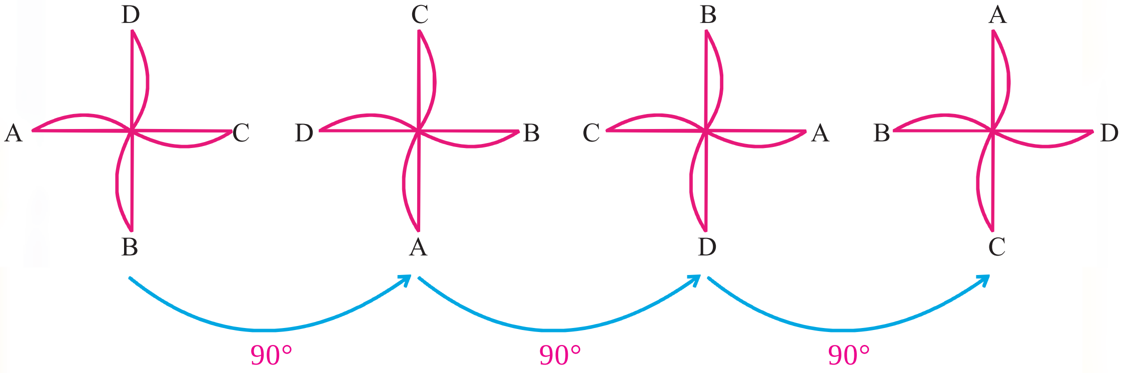
(iii) சமபக்க முக்கோணத்திற்கு $\frac{360^0}{120} = 3$

(iv) அறுங்கோணத்திற்கு $\frac{360^0}{60^0} = 6.$

எடுத்துக்காட்டு 5.2

சமச்சீர் கோடுகள் இல்லாத வடிவங்கள் சுழல் சமச்சீர் தன்மை கொண்டதாக இருக்கலாம்.

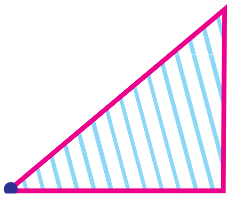
நீங்கள் காகிதக் காற்றாடி செய்து பார்த்திருக்கிறீர்களா ? படத்தில் உள்ள காகித காற்றாடி சமச்சீர் தன்மை உள்ளது போல் தோன்றுகிறது. ஆனால் அதில் சமச்சீர் கோட்டைக் காண முடியாது. படத்தை மடித்தால் இரண்டு பாதியும் சரியாகப் பொருந்தாது. இருப்பினும் நீங்கள் அதை அதன் மையப்புள்ளியை வைத்து 90° சுழற்சிக்கு சுழற்றும் போது காகிதக் காற்றாடி அதே மாதிரியாகவே தோற்றமளிக்கும். காற்றாடி சுழல் சமச்சீர் வரிசை பெற்றுள்ளது. என்று நாம் கூறலாம்.

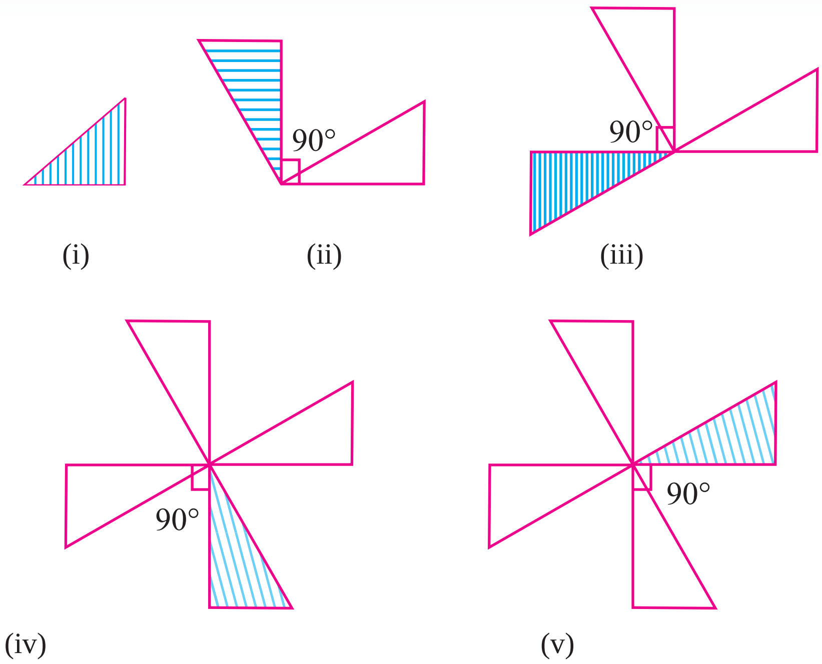


ஒரு முழுச்சுற்றில் நான்கு நிலைகளில் முறையே $90^0, 180^0 270^0$ மற்றும் 360°களில் சுழற்றும் பொழுது காற்றாடி அதேமாதிரி தோற்றமளிக்கிறது. இதன் காரணமாக காற்றாடி நான்கு சுழல் சமச்சீர் வரிசையைப் பெற்றுள்ளது என்று கூறலாம்.

செயல்பாடு 5:

படத்தில் காட்டியவாறு அட்டைத்தாள் அல்லது காகித முக்கோணத்தை வெட்டிக் கொள்ளவும். அதை பலகையின் மீது வைத்து வரைபட ஊசியை அதன் ஒரு உச்சியில் பொருத்தவும் இப்பொழு அந்த முக்கோணத்தின் உச்சியை 90^0க்கு ஒவ்வொரு முறையிம் சுழற்றி அதுதன் நிலையை வந்தடையும் வரை சுழற்றவும். இதிலிருந்து நீங்கள் ஒவ்வொரு 90^0க்கும் பின்வரும் படங்கள் ii லிருந்து v கிடைப்பதைக் காணலாம்.





அந்த முக்கோணம் அதன் நிலையை 360^0 க்கும் பிறகு வந்தடைகிறது. ஆகவே இந்த முக்கோணத்தின் சுழற்சிக்கோணம் 360^0 அதன் சுழல் சமச்சீர் வரிசை $\frac{360^0}{360^0} = 1$.

பயிற்சி 5.2

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க:

i) சமபக்க முக்கோணத்தின் சுழற்சிக்கோணம்

(A) 60^0 (B) 90^0 (C) 120^0 (D) 180^0

ii) சதுரத்தின் சுழல் சமச்சீர் வரிசை

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 1.

iii) ஒரு பொருளின் சுழற்சிக்கோணம் 72^0 எனில் அதன் சுழல் சமச்சீர் வரிசை

(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5

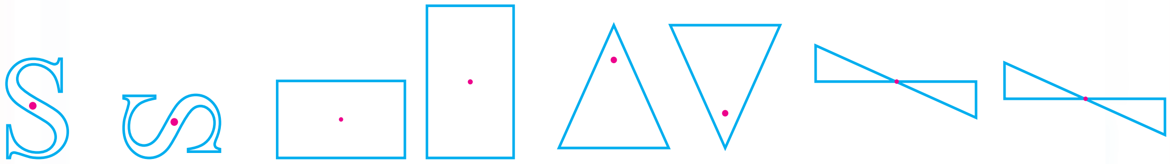
iv) ‘S’ என்ற எழுத்தின் சுழற்சிக்கோணம்

(A) 90^0 (B) 180^0 (C) 270^0 (D) 360^0

v) ‘V’ என்ற எழுத்தின் சுழல் சமச்சீர் வரிசை ஒன்று எனில் அதன் சுழற்சிக்கோணம்

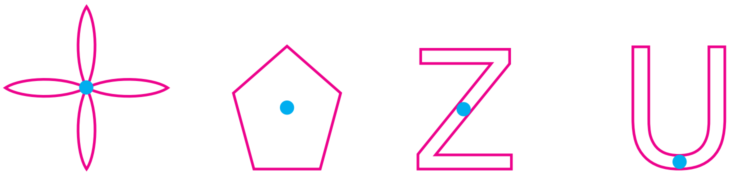
(A) 60^0 (B) 90^0 (C) 180^0 (D) 360^0

2. பின்வரும் படங்கள் கொடுத்துள்ள சுழற்சி மையத்தை வைத்து சுழற்றும் பொழுது ஒரு புதிய நிலைக்கு வந்துள்ளன. அந்த உருவம் எந்தக்கோணத்தில் சுழற்சி அடைந்துள்ளது என்பதை பரிசோதிக்க.



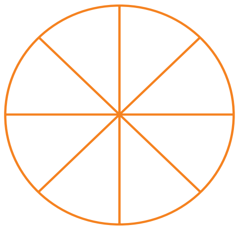
(i) (ii) (iii) (iv)

3. பின்வரும் படங்களின் சுழற்சி மையம் ‘0’ எனில் அதன் சுழற்சிக்கோணம் மற்றும் சுழல் சமச்சீர் வரிசையை கண்டுபிடிக்கவும் .



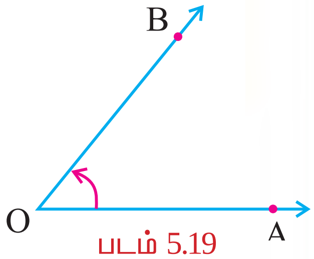
(i) (ii) (iii) (iv)

4. ஒரு வட்டச்சக்கரம் எட்டு ஆரக்கால்களை கொண்டுள்ளது. அதன் சுழற்சிக்கோணம் மற்றும் சுழல் சமச்சீர் வரிசை என்ன?



5.3 கோணம்

ஒரு பொதுவான புள்ளியிலிருந்து இரண்டு கதிர்கள் செல்லும் பொழுது கோணம் உண்டாகிறது. $\angle AOB$-ல் O என்பது பொது உச்சி, $\overrightarrow{OA}$ மற்றும் $\overrightarrow{OB}$ என்பன இரண்டு கைகள்.



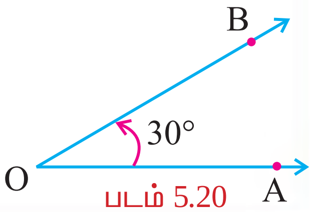
படம் 5.19

கோணங்களின் வகைகள்

(i) குறுங்கோணம்

ஒரு கோணத்தின் அளவு 0° ஐ விட அதிகமாகவும் 90^0 ஐ விட குறைவாகவும் உள்ளது எனில் அது குறுங்கோணம் ஆகும்.

உதாரணம் : $15^0, 30^0, 60^0, 75^0$, படம் –5.20 இல் $\angle AOB = 30^0$ என்பது குறுங்கோணம்.

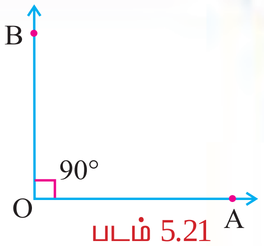


படம் 5.20

(ii) செங்கோணம்

கோணத்தின் அளவு 90^0 எனில் அது செங்கோணம் எனப்படும்.

படம் 5.21– இல் $\angle AOB = 90^0$ என்பது செங்கோணம்.

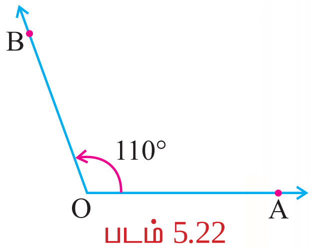


படம் 5.21

(iii) விரிகோணம்

ஒரு கோணத்தின் அளவு 90^0 ஐ விட அதிகமாகவும் 180^0 ஐ விட குறைவாகவும் உள்ளது எனில் அது விரிகோணம் ஆகும்

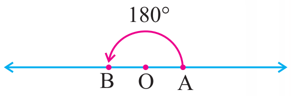
எடுத்துக்காட்டு: $100^0, 110^0, 120^0, 140^0$ படம் 5.22 இல் $\angle AOB = 110^0$ என்பது விரிகோணம்.



படம் 5.22

(iv) நேர்க்கோணம்

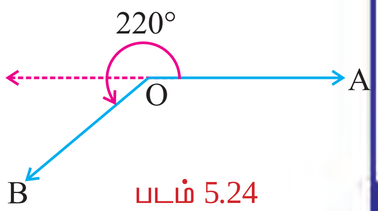
ஒரு கோணத்தின் கைகள், எதிர்க்கதிர்களாக உருவாகும் போது நேர்க்கோடு உண்டாகிறது. இவ்வாறு உண்டாகும் கோணம் நேர்க்கோணம் மற்றும் அதன் மதிப்பு 180^0 படம் **5.23** இல் $\angle AOB = 180^0$ என்பது நேர்க்கோணம்.



படம் 5.23

(v) பின்வளைவுக்கோணம்

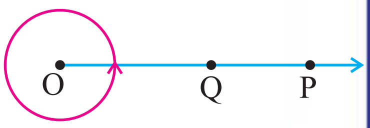
கோணத்தின் அளவு 180^0 ஐ விட அதிகமாகவும் 360^0 ஐ விட குறைவாகவும் உள்ள கோணம் பின்வளைவுக்கோணம். படம்5.24 –இல் $\angle AOB = 220°$ என்பது திருப்புக்கோணம்



படம் 5.24

(vi) முழுக்கோணம்

படம் 5.25 இல் $\overrightarrow{OP}$ மற்றும் $\overrightarrow{OQ}$ ஒரு முழுவட்டத்தில் அதாவது 360^0ல் ஏற்படுத்தும் கோணத்தை முழுக்கோண என்பர்.



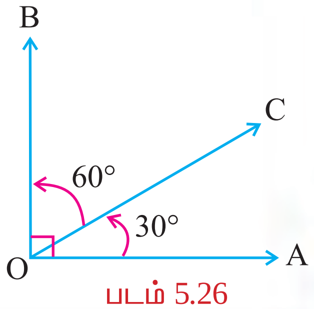
படம் 5.25

தொடர்புடைய கோணங்கள்

(i) நிரப்புக்கோணங்கள்

இரண்டு கோணங்களின் கூடுதல் 90^0 எனில் அந்த இரண்டு கோணங்களும் நிரப்புக்கோணங்கள் ஆகும். ஒவ்வொரு கோணமும் மற்றொருகோணத்தின் நிரப்புக்கோணம் ஆகும்.

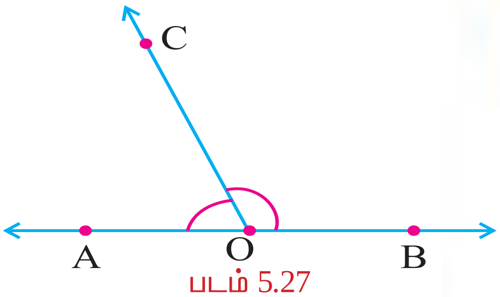
30^0 இன் நிரப்புக்கோணம் 60^0 ஆகும். மற்றும் 60^0 இன் நிரப்புக்கோணம் 30^0.



படம் 5.26

(ii) மிகை நிரப்புக் கோணங்கள்

இரண்டு கோணங்களின் கூடுதல் 180^0 எனில் அந்த இரண்டு கோணங்களும் மிகை நிரப்புக்கோணம் ஆகும். ஒவ்வொரு கோணமும் மற்றொரு கோணத்தின் மிகை நிரப்புக் கோணம் ஆகும். 120^0 இன் மிகை நிரப்புக்கோணம் 60° 60°இன் மிகை நிரப்புக்கோணம் 120^0.



படம் 5.27

முயன்று பார்

பின்வரும் சோடிக்கோணங்களில் மிகை நிரப்புக்கோணங்கள் அல்லது நிரப்புக்கோணங்கள் எது என்பதை கண்டு பிடிக்க

(அ) 80^0 மற்றும் 10^0 ________

(ஆ) 70^0 மற்றும் 110^0________

(இ) 40^0 மற்றும் 50^0________

(ஈ) 95^0 மற்றும் 85^0________

(உ) 65^0 மற்றும் 115^0________

முயன்று பார்

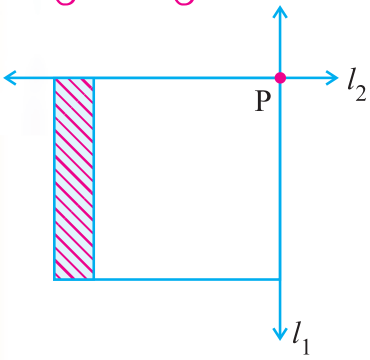
(அ) 85^0 இன் நிரப்புக்கோணம்_____

(ஆ) 30°இன் நிரப்புக்கோணம்_____

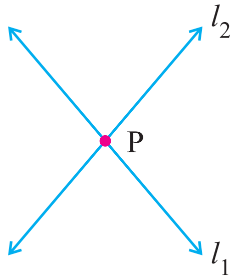
(இ) 60^0 இன் மிகை நிரப்புக்கோணம்_____

(d) 90^0 இன் மிகை நிரப்புக்கோணம்_____

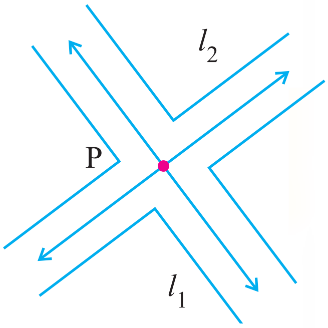
வெட்டுக்கோடுகள்



புத்தகத்தின் அடுத்துள்ள விளிம்புகள்



ஆங்கில எழுத்து X



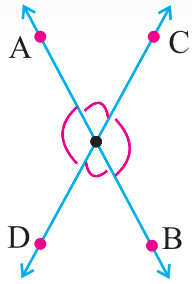
குறுக்குச் சாலைகள்

படம் 5.28

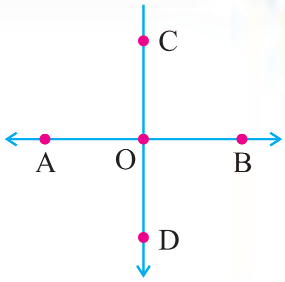
படம் 5.28 -இல் இரண்டு கோடுகள் l_1 மற்றும் l_2 ஐக் காண்க. இரண்டு கோடுகளும் P என்ற புள்ளியின் வழியே செல்கிறது. l_1 மற்றும் l_2 என்ற கோடுகள் P என்ற புள்ளியில் வெட்டுகின்றன. இரண்டு கோடுகளுக்கு ஒரு பொதுப்புள்ளி இருந்தால் அவை வெட்டும் கோடுகள் எனப்படும். P என்பது வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளி.

வெட்டும் கோடுகளில் உள்ள கோணங்கள்

இரு கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் வெட்டிக்கொள்ளும் போது கோணங்கள் உருவாகின்றன.



படம் 5.29



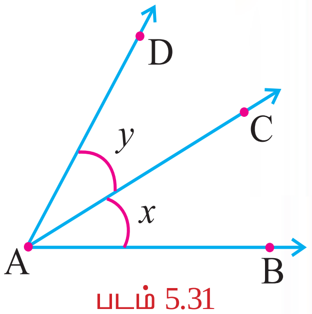
படம் 5.30

படம் 5.29–இல் இருகோடுகள் AB மற்றும் CD ‘O’ என்ற புள்ளியில் வெட்டுகின்றன. $\angle$COA, $\angle$AOD, $\angle$DOB, $\angle$BOC என்ற கோணங்கள் உருவாகின்றன. இந்த நான்கு கோணங்களில் இருகோணங்கள் குறுங்கோணங்களாகவும் மற்ற இரு கோணங்கள் விரிகோணங்களாகவும் இருக்கும். ஆனால் படம் 5.30–இல் இரு வெட்டும் கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக உள்ளதால் நான்கு கோணங்களும் செங்கோணங்களாக உள்ளன.

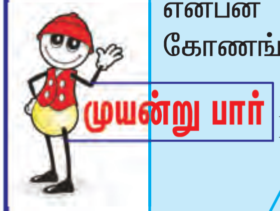
அடுத்துள்ள கோணங்கள்

இரண்டு கோணங்கள் பொது உச்சியையும் ஒரு பொதுக்கையையும் கொண்டிருந்தால் அவை அடுத்துள்ள கோணங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

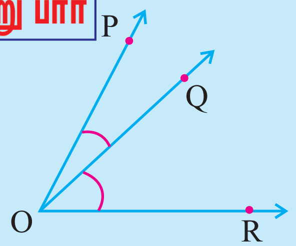
படம் –5.31 இல் $\angle$BAC மற்றும் $\angle$CAD என்பன அடுத்துள்ள கோணங்கள். (அதாவது . $\angle x$ மற்றும் $\angle y$) அக்கோணங்கள் $\overrightarrow{AC}$ என்ற பொதுக்கையையும் A என்ற பொது உச்சியையும் கொண்டுள்ளன. இருகோணங்கள் $\angle$BAC மற்றும் $\angle$CAD என்பன $\overrightarrow{AC}$ என்ற பொதுக்கைக்கு பக்கத்திற்கு ஒன்றாக அமைந்துள்ளன.



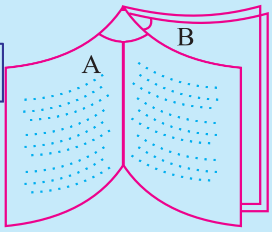
படம் 5.31



$\angle$ ROP மற்றும் $\angle$QOP என்பன அடுத்துள்ள கோணங்கள் அல்ல ஏன் ?



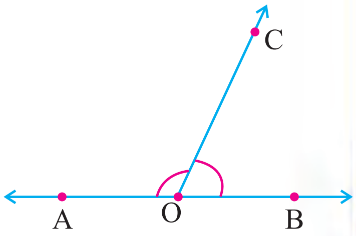
பின்வரும் படத்தைப் பார்க்க



புத்தகத்தை மேலே உள்ள படத்தில் உள்ளபடி விரித்துப் பார்க்க. இரு கோணங்களும் அடுத்துள்ள கோணங்களா ?

(i) ஒரு கோட்டின் மீதான அடுத்துள்ள கோணங்கள்

ஒரு நேர்க்கோட்டின் மீது ஒரு கதிர் வரைப்படும் பொழுது இரு கோணங்கள் உண்டாகின்றன. அவ்விரு கோணங்களும் கோட்டின் மீது உண்டாகும் அடுத்துள்ள கோணங்கள் எனப்படும்.

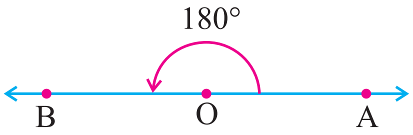


படம் 5.32

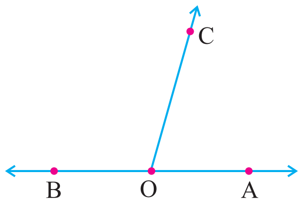
படம் 5.32 இல் AB என்ற கோட்டின் மீது கதிர் OC நிற்கிறது $\angle BOC$ மற்றும் $\angle COA$ என்பன AB என்ற கோட்டின் மீது ஏற்படும் அடுத்துள்ள கோணங்கள் ஆகும். இங்கு ‘O’ என்பது பொது உச்சி என்றும் $\overrightarrow{OC}$ என்பது, பொதுவான கை என்றும் கூறப்படுகிறது. OA மற்றும் OB என்ற கைககள் OC என்ற பொது கைக்கு எதிரெதிர் பக்கத்தில் அமைந்துள்ளன.

ஒரு கோட்டின் மீது உள்ள இரு கோணங்கள் அடுத்துள்ள கோணங்கள் எனில் அவை பொது உச்சியையும் பொது கையையும் மற்ற இரண்டு கைகள் ஒன்றுக்கொன்று பொது கைக்கு எதிரெதிர் பக்கங்களிலும் இருக்கும்.

(ii) ஒரு கோட்டின் மீது உண்டாகும் அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180°



படம் 5.33



படம்5.34

படம். 5.33 இல் $\angle AOB = 180^0$ என்பது நேர்க்கோணம்.

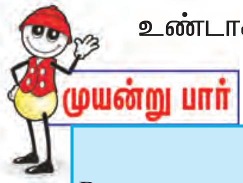
படம் 5.34 இல் AB என்ற கோட்டின் மீது கதிர் OC நிற்கிறது. $\angle AOC$ மற்றும் $\angle COB$ என்பன அடுத்துள்ள கோணங்கள் $\angle$ AOB என்பது நேர்க்கோணம் எனவே அதன் மதிப்பு 180^0

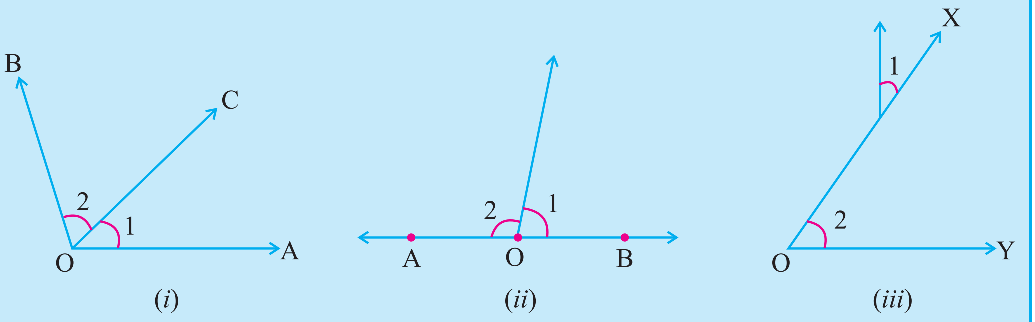
$\angle AOC + \angle COB = 180^0$

இதிலிருந்து ஒரு கோட்டின் மீது உண்டாகும் அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180^0 என்று அறியலாம்

குறிப்பு 1: ஒரு சோடி அடுத்துள்ள கோணங்கள் பொதுவற்ற கை எதிரெதிர் கதிர்களாகும்.

குறிப்பு 2: இரண்டு அடுத்துள்ள மிகைநிரப்புக் கோணங்கள் ஒரு நேர்க் கோணத்தை உண்டாக்குகின்றன.





1, 2 என்று குறிப்பிட்ட கோணங்கள் அடுத்துள்ள கோணங்களா ?

அவை அடுத்துள்ள கோணங்கள் இல்லை எனில் விடையை தெளிவுபடுத்துக..

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

காய்கறி வெட்டும் பலகையில் உள்ள கத்தி பலகையில் ஒரு சோடி நேரியல் கோணங்களை ஏற்படுத்துகிறது

பேனா தாங்கியில் பேனா ஒரு சோடி நேரியல் கோணத்தை ஏற்படுத்துகிறது.

விவாதிக்க:

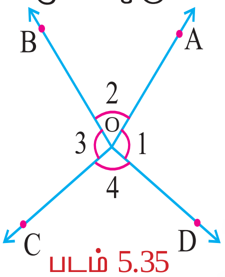
(i) இரண்டு அடுத்தடுத்த குறுங்கோணங்கள் ஒரு சோடி நேர்க்கோணத்தை உருவாக்குமா?

(ii) இரண்டு அடுத்தடுத்த விரிகோணங்கள் ஒரு சோடி நேர்க்கோணத்தை உருவாக்குமா?

(iii) இரண்டு அடுத்தடுத்த செங்கோணங்கள் ஒரு சோடி நேர்க்கோணத்தை உருவாக்குமா?

(iv) அடுத்தடுத்த ஒரு குறுங்கோணமும், ஒரு விரிகோணமும் ஒரு சோடி நேர்க்கோணத்தை உருவாக்குமா?

(iii) ஒரு புள்ளியில் உண்டாகும் கோணம்

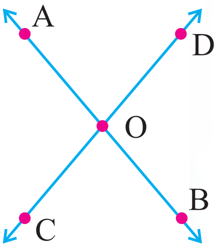


படம் 5.35

படம் 5.35 இல் புள்ளி ‘O’ வில் நான்கு கோணங்கள் உண்டாகின்றன. அந்த நான்கு கோணங்களின் கூடுதல் 360^0.

அதாவது $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^0$

(iv) குத்தெதிர் கோணங்கள்



படம் 5.36

AB, CD என்ற நேர்க் கோடுகள்‘O’என்ற புள்ளியில் வெட்டிக் கொண்டால் $\angle$AOC $\angle$BOD என்ற ஒரு சோடி குத்தெதிர் கோணங்களையும் $\angle$ DOA $\angle$COB என்ற மற்றொரு சோடி குத்தெதிர் கோணங்களையும் உண்டாக்குகின்றன.

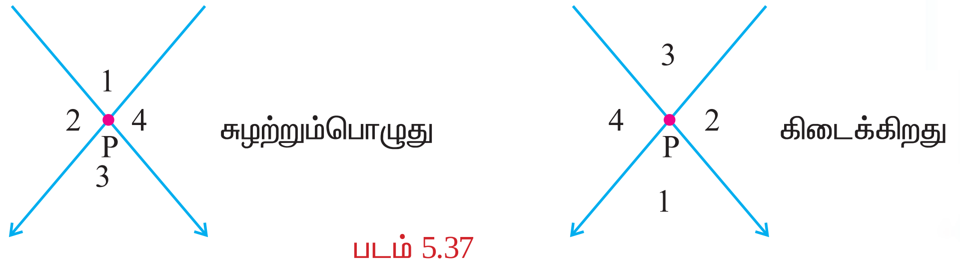
உங்களுக்குத் தெரியுமா?

பின்வரும் நம் அன்றாட வாழ்க்கையில் உள்ள எடுத்துக்காட்டு பொருள்கள் குத்தெதிர் கோணங்களுக்கு எடுத்துக்காட்டாகும்.

செயல்பாடு 6: படம் 5.37 இல் இருப்பதுபோல் '*l*' மற்றும் '*m*', என்ற இருகோடுகளை 'P' என்ற புள்ளியில் வெட்டுமாறு வரைக. $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$ என்பனவற்றை படம் **5.37**இல் உள்ளவாறு குறிக்கவும்.

ஒளிபுகும் தாள் கொண்டு அந்தப்படத்தை வரையவும். அந்த படத்தை மூல படத்தின் மீது வைத்து $\angle 1$ ஐ அந்தப் படத்தில் பொருந்துமாறும், $\angle 2$ ஐ அந்தப் படத்தில் பொருந்துமாறும் வைக்கவும்.

குண்டூசியை '*l*' மற்றும் '*m*' வெட்டும் புள்ளி P இல் பொருத்தவும். அந்தப்படத்தை 180^0 க்கு சுழற்றவும். மறுபடியும் அந்தக்கோடுகள் பொருந்து கின்றனவா?

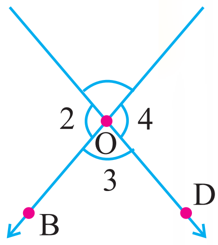


படம் 5.37

$\angle 1$, $\angle 3$ தன் நிலைகளை மாற்றிக் கொள்கிறது. இதே போல் $\angle 2$, $\angle 4$ ஆகியன மாற்றிக்கொள்வதை காண்கின்றீர்கள். (கோடுகளின் நிலை மாறாமல் செய்யப்பட்டிருக்கிறது.)

எனவே $\angle 1 = \angle 3$ மற்றும் $\angle 2 = \angle 4$.

இதிலிருந்து இரண்டு கோடுகள் வெட்டிக் கொள்ளும் போது ஏற்படும் குத்தெதிர் கோணங்கள் சமம் என்று அறியலாம்.



படம் 5.38

இப்பொழுது வடிவியல் கருத்துப்படி இதை நிரூபிப்போம்.

AB, CD கோடுகள் 'O' என்ற புள்ளியில் வெட்டிக்கொள்ளும் பொழுது $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ $\angle 4$ உருவாகின்றன.

இப்பொழுது $\angle 1 = 180^0 - \angle 2 \rightarrow$ (i)

(ஏனெனில் கோட்டின் மீது உண்டாகும் அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180^0)

$$\angle 3 = 180^0 - \angle 2 \rightarrow \text{(ii)}$$

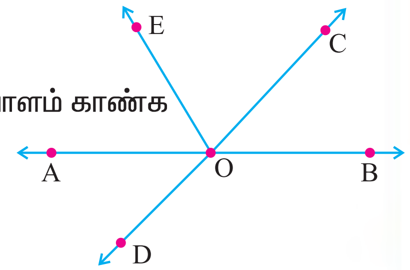
(ஏனெனில் கோட்டின் மீது உண்டாகும் அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180^0).

(i) மற்றும் (ii) லிருந்து

$\angle 1 = \angle 3$ மற்றும் இது போல் $\angle 2 = \angle 4$ என நிரூபிக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 5.3

கொடுத்துள்ள படத்தில் பின்வருவனவற்றை அடையாளம் காண்க



(அ) இரண்டு சோடி அடுத்துள்ள கோணங்கள்.

(ஆ) இரண்டு சோடி குத்தெதிர் கோணங்கள்.

தீர்வு :

(அ) இரண்டு சோடி அடுத்துள்ள கோணங்கள்

(i) $\angle EOA$, $\angle COE$ ஏனெனில் OE என்பது $\angle EOA$ மற்றும் $\angle COE$ க்கு பொதுவானது

(ii) $\angle COA$, $\angle BOC$ ஏனெனில் OC என்பது $\angle COA$ மற்றும் $\angle BOC$ க்கு பொதுவானது

(ஆ) இரண்டு சோடி குத்தெதிர் கோணங்கள்

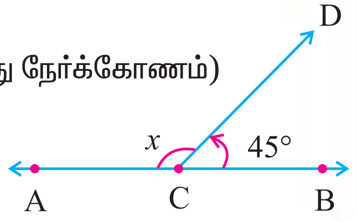
i) $\angle BOC$, $\angle AOD$

ii) $\angle COA$, $\angle DOB$.

எடுத்துக்காட்டு 5.4

கொடுத்துள்ள படத்திலிருந்து x இன் மதிப்பைக் காண்க

தீர்வு :



$\angle BCD + \angle DCA = 180^0$

(ஏனெனில் $\angle BCA = 180^0$ என்பது நேர்க்கோணம்)

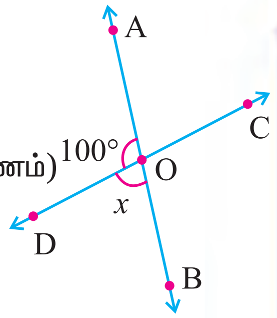
$$45° + x = 180°$$
$$x = 180° - 45°$$
$$= 135°$$

$\therefore$ x இன் மதிப்பு 135^0.

எடுத்துக்காட்டு 5.5

கொடுத்துள்ள படத்திலிருந்து x இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு :



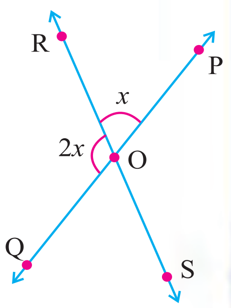
$\angle AOD + \angle DOB = 180^0$

(ஏனெனில் $\angle AOB = 180^0$ என்பது நேர்க்கோணம்)

$$100^0 + x = 180^0$$
$$x = 180^0 - 100^0$$
$$= 80^0$$

$\therefore$ x -இன் மதிப்பு 80^0.

எடுத்துக்காட்டு 5.6



கொடுத்துள்ள படத்திலிருந்து x -இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு :

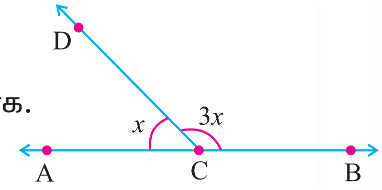
$\angle POR + \angle ROQ = 180^0$

(ஏனெனில் $\angle POQ = 180^0$ என்பது நேர்க்கோணம்)

$$x + 2x = 180^0$$
$$3x = 180^0$$
$$x = \frac{180^0}{3}$$
$$= 60^0$$

$\therefore$ x இன் மதிப்பு 60^0

எடுத்துக்காட்டு 5.7



கொடுத்துள்ள படத்திலிருந்து x இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு :

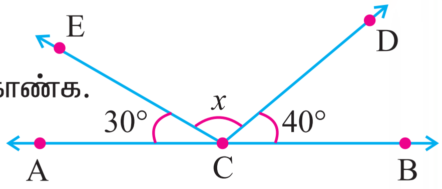
$\angle BCD + \angle DCA = 180^0$

(ஏனெனில் $\angle BCA = 180^0$ என்பது நேர்க்கோணம்)

$$3x + x = 180^0$$
$$4x = 180^0$$
$$x = \frac{180^0}{4}$$
$$= 45^0$$

$\therefore$ x இன் மதிப்பு 45^0

எடுத்துக்காட்டு 5.8



கொடுத்துள்ள படத்திலிருந்து x இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு :

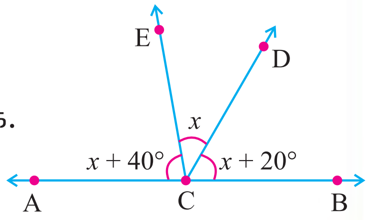
$\angle BCD + \angle DCE + \angle ECA = 180^0$

(ஏனெனில் $\angle BCA = 180^0$ என்பது நேர்க்கோணம்)

$$40^0 + x + 30^0 = 180^0$$
$$x + 70^0 = 180^0$$
$$x = 180^0 - 70^0$$
$$= 110^0$$

$\therefore$ xஇன் மதிப்பு 110^0.

எடுத்துக்காட்டு 5.9



கொடுத்துள்ள படத்திலிருந்து x இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு :

$\angle BCD + \angle DCE + \angle ECA = 180^0$ (ஏனெனில் $\angle BCA = 180^0$ என்பதுநேர்க்கோணம்).

$$x + 20^0 + x + x + 40^0 = 180^0$$

$$3x + 60^0 = 180^0$$

$$3x = 180^0 - 60^0$$

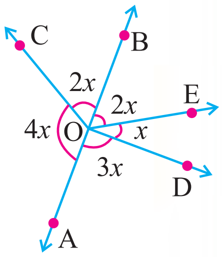
$$3x = 120^0$$

$$x = \frac{120}{3} = 40^0$$

$\therefore x$ இன் மதிப்பு 40^0

எடுத்துக்காட்டு 5.10

கொடுத்துள்ள படத்திலிருந்து x இன் மதிப்பைக் காண்க.



தீர்வு :

$$\angle BOC + \angle COA + \angle AOD + \angle DOE + \angle EOB = 360^0$$

(ஏனெனில் ஒரு புள்ளியில் ஏற்படும் கோண அளவு 360^0)

$$2x + 4x + 3x + x + 2x = 360^0$$

$$12x = 360^0$$

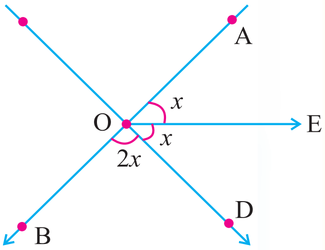
$$x = \frac{360^0}{12}$$

$$= 30^0$$

$\therefore x$ இன் மதிப்பு 30^0

எடுத்துக்காட்டு 5.11

கொடுத்துள்ள படத்திலிருந்து x இன் மதிப்பைக் காண்க.



தீர்வு :

$$\angle BOD + \angle DOE + \angle EOA = 180^0$$

(ஏனெனில் $\angle$ AOB = 180^0 என்பது நேர்க்கோணம்)

$$2x + x + x = 180^0$$

$$4x = 180^0$$

$$x = \frac{180^0}{4}$$

$$= 45^0$$

$\therefore x$ இன் மதிப்பு 45^0

பயிற்சி 5.3

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க:

i) இரண்டு கோடுகள் வெட்டிக்கொள்ளும் போது ஏற்படும் பொதுப் புள்ளியின் எண்ணிக்கை

(A) ஒன்று (B) இரண்டு (C) மூன்று (D) நான்கு

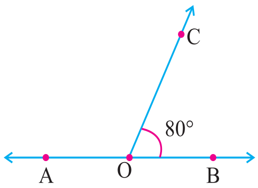
ii) ஒரு கோட்டின் மீது உண்டாகும் அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல்

(A) 90^0 (B) 180^0 (C) 270^0 (D) 360^0

iii) படத்தில் $\angle COA$ என்பது

(A) 80^0 (B) 90^0

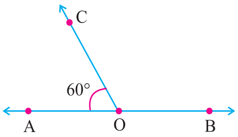
(C) 100^0 (D) 95^0



iv) படத்தில் $\angle BOC$ என்பது

(A) 80^0 (B) 90^0

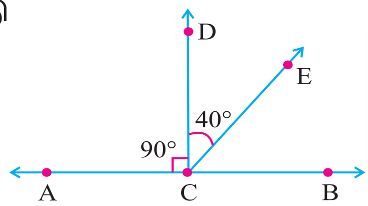
(C) 100^0 (D) 120^0



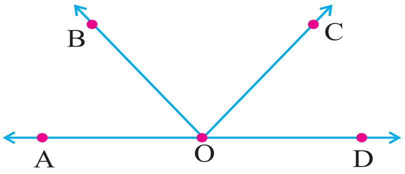
v) படத்தில் CD என்பது ABக்கு செங்குத்துக்கோடு எனில் $\angle BCE$ இன் மதிப்பு.

(A) 45^0 (B) 35^0

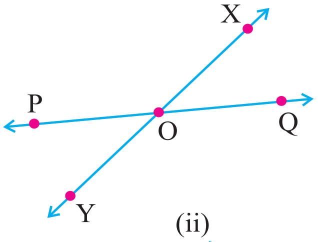
(C) 40^0 (D) 50^0



2. பின் வரும் படங்களிலிருந்து அடுத்துள்ள கோணங்களை எழுதுக

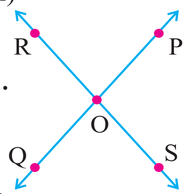


(i)



(ii)

3. படத்தில் உள்ள குத்தெதிர் கோணங்களை காண்க.



4. கொடுக்கப்பட்டிருப்பது $\angle A$ எனில் $\angle B$ ஐ காண்க?

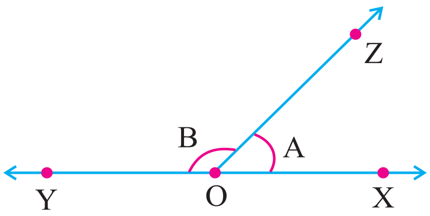
(i) 30^0

(ii) 80^0

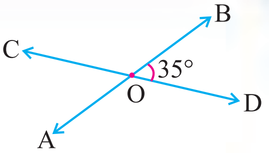
(iii) $70°$

(iv) $60°$

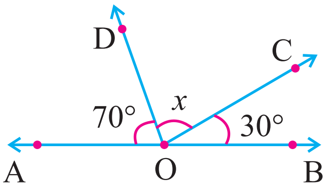
(v) 45^0



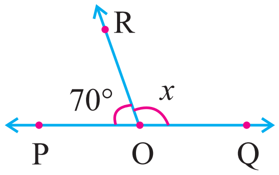
5. படத்தில் AB, CD வெட்டும் கோடுகள், $\angle DOB = 35^0$ எனில் மற்ற கோணங்களின் அளவுகளை எழுதுக.



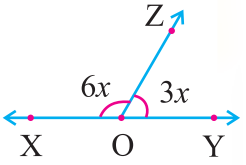
6. கீழ்க்கண்ட படங்களிலிருந்து x இன் மதிப்பைக் காண்க.



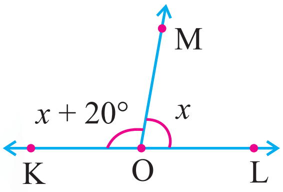
(i)



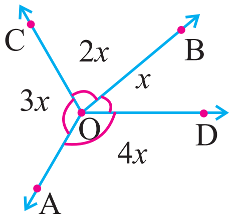
(ii)



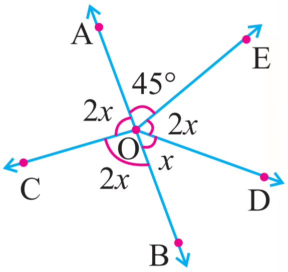
(iii)



(iv)



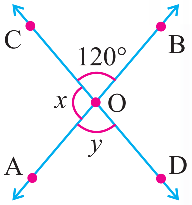
(v)



(vi)

7. கீழ்க்கண்ட படத்தில் AB, CD என்ற இருகோடுகள் O என்ற புள்ளியில் வெட்டும் போது x , y இன் மதிப்புகளைக் காண்க.

8. ஒரு கோட்டின் மீதான இரண்டு அடுத்துள்ள கோணங்கள் $4x$ மற்றும் $3x + 5$ எனில் x இன் மதிப்பைக் காண்க.

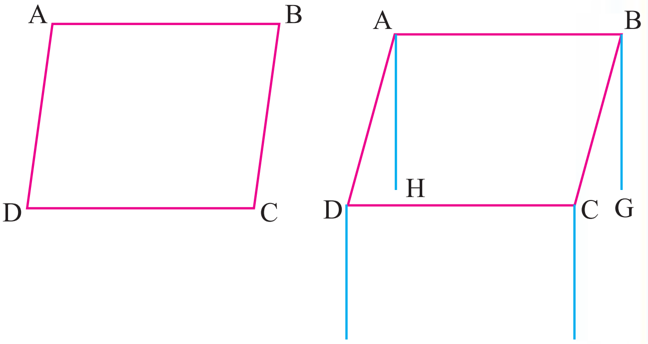


இணைகோடுகள்

மேசையைப் பார்க்க.

மேசையின்மேற்பகுதி ABCD ஒரு சமதளப்பரப்பு, மேற்பகுதியில் சில புள்ளிகளையும், கோட்டுத்துண்டுகளையும் காணமுடிகிறதா ? ஆம்.

AB, BC என்ற கோட்டுத்துண்டுகள் B என்ற புள்ளியில் வெட்டுகின்றன எந்தக் கோட்டுத் துண்டுகள் A, C மற்றும் D இல் வெட்டுகின்றன? கோட்டுத்துண்டுகள் AD, CD வெட்டிக்கொள்கின்றனவா? கோட்டுத்துண்டுகள் AB, BC வெட்டிக்கொள்கின்றனவா ?



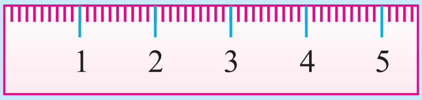
படம் 5.39

கோட்டுத்துண்டுகள் AB, CD யை எவ்வளவு தூரம் நீட்டினாலும் ஒன்றையொன்று வெட்டிக்கொள்ளாமல் இருந்தால் அக்கோடுகள் இணைக்கோடுகள் ஆகும். AD, BC என்பன மற்றொரு சோடி இணைகோடுகள்.

AB, CD என்பன இரு இணைக்கோடுகள் எனில் நாம் இவற்றை $AB \parallel CD$ என எழுதலாம்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

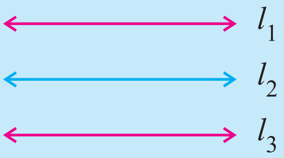
கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை இணைகோடுகளுக்கு எடுத்துக்காட்டுகள்



அளவுகோலின் விளிம்புகள் இணையானது.

சன்னலின் குறுக்கு கம்பிகள் இணையானவை.

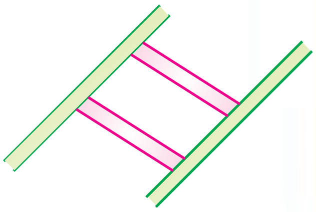
உங்களுக்குத் தெரியுமா?



l_1, l_2 என்பன l_3 க்கு இணையானது

இரு நேர்க்கோடுகள் இணைக்கோடுகள் எனில் அவை ஒன்றுக்கொன்று எந்தப்புள்ளியிலும் வெட்டிக் கொள்ளாது.

கொடுத்துள்ளபடம் **5.40** இல் இரு இணைகோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட செங்குத்து தூரம் எல்லா இடங்களிலும் சமமாக இருக்கும்.

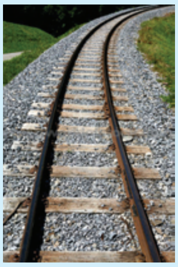


படம் 5.40

குறுக்கு வெட்டி

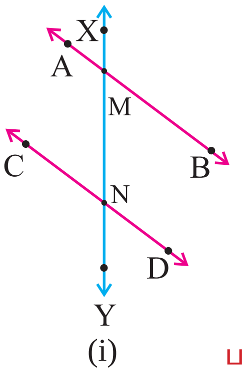
இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட கோடுகளை வெவ்வேறு புள்ளிகளில் வெட்டும் நேர்க்கோடு குறுக்கு வெட்டி என்று கூறப்படுகிறது. கொடுத்துள்ள கோடுகள் இணை கோடுகளாகவும் இருக்கலாம். இணைகோடுகளாக இல்லாமலும் இருக்கலாம்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

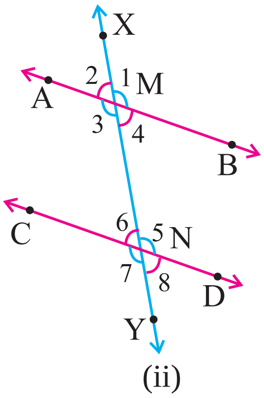


மேலே உள்ள படம் குறுக்கு வெட்டிக்கான ஒரு கருத்தை தருகிறது. நீங்கள் ஒரு சாலை இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சாலைகளையும், இரயில்வேக்கோடு (தொடர்வண்டியின் பாதை) பல கோடுகளையும் வெட்டுவதைப் பார்த்திருப்பீர்கள்.

குறுக்கு வெட்டியால் ஏற்படும் கோணங்களின் பெயர்கள்.



படம் 5.41



படம் 5.41 (i) -இல் AB, CD என்ற ஒரு சோடி கோடுகள் XY என்ற குறுக்குவெட்டியால் வெட்டும்போது இரு கோடுகள் M மற்றும் N என்ற புள்ளியில் முறையே வெட்டுகிறது. M மற்றும் N என்ற புள்ளிகளை வெட்டும் புள்ளிகள் என்கிறோம்.

படம் 5.41 (ii)-இல் ஒரு குறுக்குவெட்டி இருகோடுகளை வெட்டும் போது **1** லிருந்து **8** வரை குறிக்கப்பட்டுள்ள கோணங்கள் சிறப்பு பெயர்களைக் கொண்டுள்ளன. நாம் அக்கோணங்களை இங்கு காணலாம்.

1. உட்கோணங்கள்

படம் 5.41 (ii)-இல் எல்லாக் கோணங்களும் MN என்ற கோட்டுத்துண்டை ஒரு கையாக வைத்துள்ளன. உட்கோணங்கள் எனக் கூறப்படுபவை AB மற்றும் CD க்கு இடையில் அமைந்துள்ள கோணம் ஆகும். படம் 5.41 (ii) -இல் $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$, $\angle 6$ என்பன உட்கோணங்கள்.

2. ஒன்று விட்ட கோணங்களின் உட்கோணங்கள்

ஒரு குறுக்குவெட்டி இரு கோடுகளை வெட்டும் போது நான்கு உட்கோணங்கள் உண்டாகின்றன. அந்த உட்கோணங்களில் குறுக்குவெட்டியின் எதிர்பக்கங்களில் அமைந்த தனித்தனியான நேரியல் கோணங்கள் ஒன்றுவிட்ட கோணங்களின் உட்கோணங்கள் ஆகும்.

படம் 5.41 (ii) -இல் $\angle 3$ மற்றும் $\angle 5$, $\angle 4$ மற்றும் $\angle 6$ என்பன ஒன்றுவிட்ட கோணங்களின் உட்கோணங்கள்.

3. வெளிக்கோணங்கள்

MN என்ற கோட்டுத்துண்டை ஒரு கையாகக் கொள்ளாமல் உள்ள எல்லா கோணங்களும் வெளிக்கோணங்கள் எனப்படும். $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 7$, $\angle 8$ என்பன படம் 5.41 (ii) இல் வெளிக்கோணங்கள் ஆகும்.

4. ஒன்றுவிட்ட கோணங்களின் வெளிக்கோணங்கள்

ஒரு குறுக்கு வெட்டி இரு கோடுகளை வெட்டும் போது நான்கு வெளிக்கோணங்கள் உண்டாகின்றன. அந்த வெளிக்கோணங்கள் குறுக்குவெட்டியின் எதிர்பக்கங்களில் அமைந்த தனித்தனியான நேரியல் கோணங்கள் ஒன்றுவிட்ட கோணங்களின் வெளிக் கோணங்கள் ஆகும்.

படம். 5.41 (ii), $\angle 1$ மற்றும் $\angle 7$, $\angle 2$ மற்றும் $\angle 8$ என்பன ஒன்று விட்ட வெளிக்கோணங்கள்.

5. ஒத்த கோணங்கள்

ஒரு சோடி கோணங்கள் குறுக்கு வெட்டியின் ஒரு பக்கத்தில் ஒரு வெளிக்கோணத்தையும் ஒரு உட்கோணத்தையும் ஏற்படுத்தி, ஆனால் இரண்டு கோணங்களும் சேர்ந்து நேர்க்கோணத்தை ஏற்படுத்தாமல் இருக்கும் கோணங்கள் ஒத்த கோணங்கள் எனப்படும்.

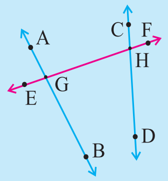
படம் 5.41 (ii) -இல் ஒத்த கோணங்களின் சோடிகள் $\angle 1$ மற்றும் $\angle 5$, $\angle 2$ மற்றும் $\angle 6$, $\angle 3$ மற்றும் $\angle 7$, $\angle 4$ மற்றும் $\angle 8$ என்பன.

$\angle 6$ மற்றும் $\angle 7$ என்பன குறுக்குவெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் இருப்பினும் $\angle 6$. என்பது உட்கோணம் ஆனால் $\angle 7$ என்பது வெளிக்கோணம் $\angle 6$ மற்றும் $\angle 7$ என்பன ஒத்தக்கோணங்கள் இல்லை ஏனெனில் அக்கோணங்கள் சேர்ந்து நேரியல் கோணங்களை ஏற்படுத்தியுள்ளன என்பதை கவனிக்க. இப்பொழுது நாம் கோணங்களை அட்டவணைப் படுத்துவோம்.

அ	உட்கோணங்கள்	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
ஆ	வெளிக்கோணங்கள்	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
இ	இரண்டு சோடி ஒத்தக்கோணங்கள்	$\angle 1$ மற்றும் $\angle 5$; $\angle 2$ மற்றும் $\angle 6$ $\angle 3$ மற்றும் $\angle 7$; $\angle 4$ மற்றும் $\angle 8$
ஈ	ஒரு கோடி ஒன்று விட்ட உட்கோணங்கள்	$\angle 3$ மற்றும் $\angle 5$; $\angle 4$ மற்றும் $\angle 6$
உ	ஒரு கோடி ஒன்று விட்ட வெளிக்கோணங்கள்	$\angle 1$ மற்றும் $\angle 7$; $\angle 2$ மற்றும் $\angle 8$
ஊ	உட்கோணச் சோடிகள் குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்த ஒரு சோடி உட்கோணங்கள்.	$\angle 3$ மற்றும் $\angle 6$; $\angle 4$ மற்றும் $\angle 5$

முயன்று பார்

கீழே உள்ள கோணங்களின் பெயர்களை எழுதுக.



அ) இரண்டு உட்கோணங்கள்

____

ஆ) இரண்டு வெளிக்கோணங்கள்

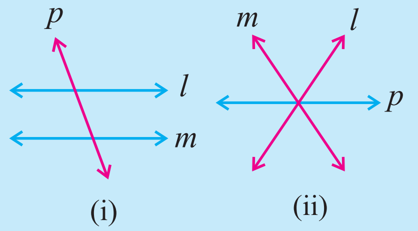
____

இ) ஒரு சோடி உட்கோணங்கள்

____

ஈ) ஒரு சோடி ஒத்தக் கோணங்கள்

____

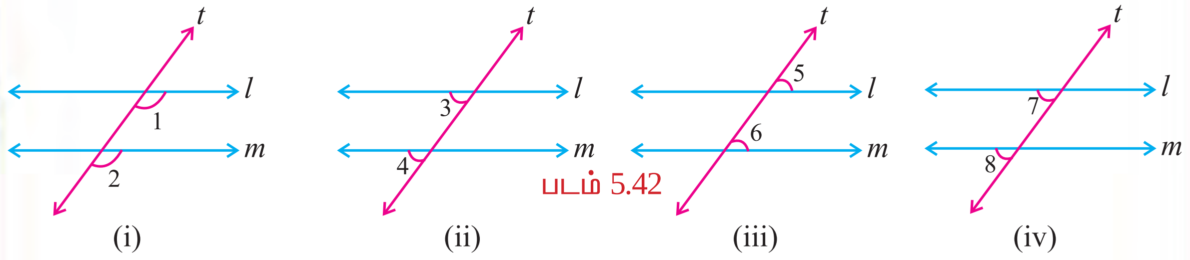


படம் (i) இல் 'l', 'm' என்ற நேர்கோடுகளின் குறுக்கு வெட்டி p. படம் (ii) இல் 'l', 'm' கோடுகள் p-ல் வெட்டினாலும், p என்பது குறுக்கு வெட்டி அல்ல ஏனென்று உங்களால் சொல்லமுடியுமா ?

ஒரு குறுக்கு வெட்டி வெட்டும்போது இணைகோடுகளின் பண்புகள்

செயல்பாடு 7:

ஒரு வெள்ளைத்தாளை எடுத்துக் கொள்க. 'l' மற்றும் 'm' என்ற கோடுகளை தடித்த வண்ணத்தால் வரைக. 't' என்ற குறுக்கு வெட்டியை 'l' மற்றும் 'm' என்ற கோட்டிற்கு வரைக. $\angle 1$ மற்றும் $\angle 2$ என்பதை படம் 5.42 இல் உள்ளவாறு குறிக்க .



படம் 5.42

வரைந்த படத்தின் மீது ஒளிபுகும்தாளை வைக்கவும் 'l', 'm' மற்றும் 't' என்ற கோடுகளை தெளிவாக வரையவும். ஒளிபுகும்தாளை 'l' 'm' ஐ உடன் பொருந்துமாறு 't' வழியாக நகர்த்தவும் 'l' 'm'.

எடுத்த படத்தில் உள்ள $\angle 1$ வரைந்த படத்தில் உள்ள $\angle 2$ உடன் பொருந்தியிருப்பதைக் காணலாம். அதே மாதிரி கீழே உள்ள விளைவுகளை இதே முறையில் வரைந்து நகர்த்தும் செயல் முறையில் அறியலாம்.

(i) $\angle 1 = \angle 2$ (ii) $\angle 3 = \angle 4$ (iii) $\angle 5 = \angle 6$ (iv) $\angle 7 = \angle 8$

இதிலிருந்து நீங்கள் இரு இணைகோடுகளை ஒரு குறுக்குவெட்டி வெட்டும் போது உண்டாகும்.

(அ) இரண்டு சோடி ஒத்த கோணங்கள் சமம்

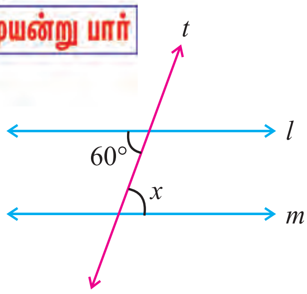
(ஆ) ஒரு சோடி ஒன்று விட்ட கோணங்கள் சமம்

(இ) குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்த ஒரு சோடி உட்கோணங்களின் கூடுதல் மிகை நிரப்புக் கோணம் ஆகும். (அதாவது 180^0)

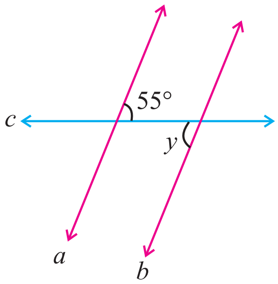
முயன்று பார்

இணைகோடுகளை வெட்டுமாறு ஒரு குறுக்கு வெட்டி வரைக. மேற்கூறிய மூன்று கூற்றுகளை, கோணங்களின் அளவுகளை அளந்து சரிபார்க்கவும்.

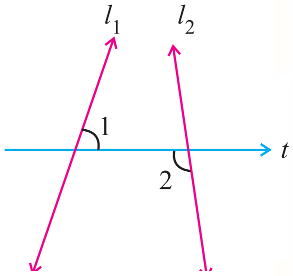
முயன்று பார்



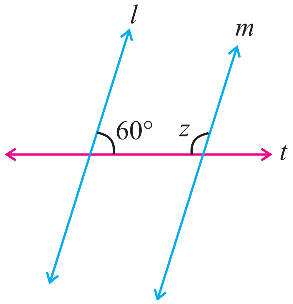
கோடுகள் $l \parallel m$, t என்பது ஒரு குறுக்கு வெட்டி, $\angle x = ?$



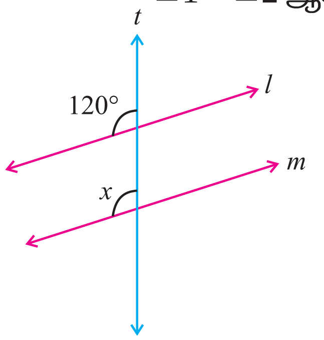
கோடுகள் $a \parallel b$, c என்பது ஒரு குறுக்கு வெட்டி, $\angle y = ?$



l_1, l_2 இரு கோடுகள் t என்பது குறுக்குவெட்டி $\angle 1 = \angle 2$ ஆக இருக்கிறதா?



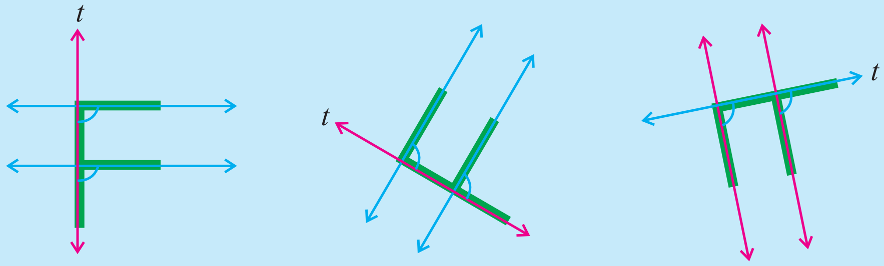
கோடுகள் $l \parallel m$, t என்பது ஒரு குறுக்கு வெட்டி, $\angle z = ?$



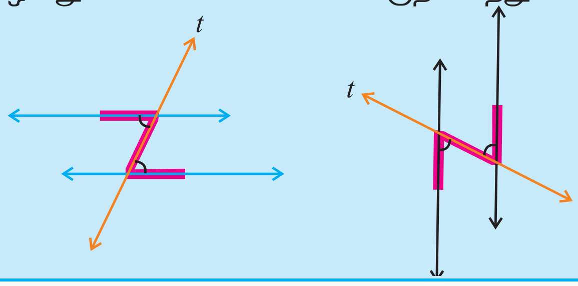
கோடுகள் $l \parallel m$, t என்பது ஒரு குறுக்கு வெட்டி, $\angle x = ?$

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

F - வடிவம் ஒத்த கோணங்களைக் குறிக்கிறது.



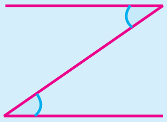
Z - வடிவம் ஒன்றுவிட்ட கோணங்களைக் குறிக்கிறது.



முயன்று பார்

ஒரு தாளில் ஒரு சோடி இணைகோடுகள் வருமாறு மடிக்கவும். மறுபடியும் காகிதத்தில் குறுக்கு வெட்டி வருமாறு மடிக்கவும். பிறகு மடித்த பக்கங்களின் விளிம்புகளை தேய்த்து பிறகு பிரிக்கவும். நீங்கள் ஒரு சோடி இணைகோடுகளையும் குறுக்கு வெட்டியையும் காணலாம். கோணங்களின் அளவுகளை அளந்து இணைகோடுகளை ஒரு குறுக்கு வெட்டி வெட்டுவதால் உண்டாகும் பண்புகளை சரிபார்க்கவும்.

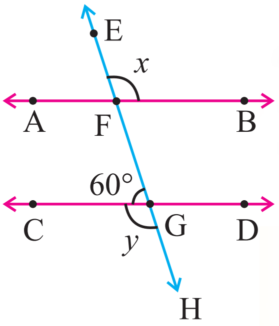
உங்களுக்குத் தெரியுமா?



இணை கோடுகளா என சரிபார்க்க. z என்ற எழுத்தைப் பார்க்கவும். கோணங்கள் சமம் என்பதால் கிடைக்கோடுகள் இணையானவை.

எடுத்துக்காட்டு 5.12

கொடுத்துள்ள படத்தில் $\angle CGH$ மற்றும் $\angle BFE$ காண்க.



தீர்வு :

படத்தில் AB || CD, EH என்பது குறுக்கு வெட்டி

$\angle FGC = 60°$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$y = \angle CGH = 180° - \angle FGC$

(ஏனெனில் $\angle CGH$ and $\angle FGC$ என்பன ஒரு கோட்டின் மீதான அடுத்துள்ள கோணங்கள்)

$= 180° - 60°$

$= 120°$

$\angle EFA = 60°$ (ஏனெனில் $\angle EFA$ மற்றும் $\angle FGC$ என்பன ஒத்தக்கோண்ங்கள்)

$\angle EFA + \angle BFE = 180°$ (ஏனெனில் ஒரு கோட்டின் மீதான அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180°)

$60° + x = 180°$

$x = 180° - 60°$

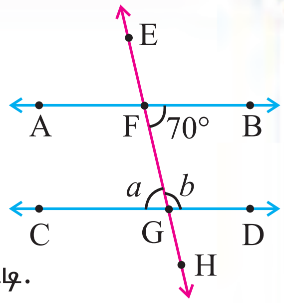
$= 120°$

$\therefore\ x = \angle BFE = 120°$

$y = \angle CGH = 120°$

எடுத்துக்காட்டு 5.13

கொடுத்துள்ள படத்தில் $\angle CGF$ மற்றும் $\angle DGF$ காண்க



தீர்வு :

கொடுத்துள்ள படத்தில் AB || CD, EH என்பது குறுக்கு வெட்டி.

$\angle GFB = 70°$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$\angle FGC = a = 70°$ (ஏனெனில் $\angle GFB$ மற்றும் $\angle CGF$ என்பன ஒன்றுவிட்ட உட்கோணங்கள்)

$\angle CGF + \angle DGF = 180°$ (ஏனெனில் ஒரு கோட்டின் மீதான அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180°)

$a + b = 180°$

$70 + b = 180°$

$b = 180° - 70°$

$= 110°$

$\angle CGF = a = 70°$

$\angle DGF = b = 110°$

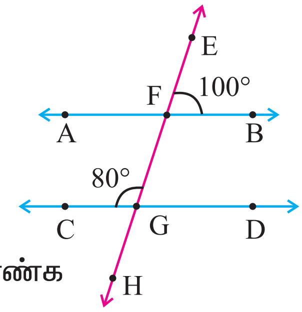
எடுத்துக்காட்டு 5.14

கொடுத்துள்ள படத்தில் $\angle BFE = 100°$,

$\angle CGF = 80°$ எனில்

i) $\angle EFA$, ii) $\angle DGF$,

iii) $\angle GFB$, iv) $\angle AFG$, v) $\angle HGD$ என்பனவற்றை காண்க



தீர்வு :

$\angle BFE = 100°$ மற்றும் $\angle CGF = 80°$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

i) $\angle EFA = \angle 80°$ (ஒத்தகோணங்கள்)

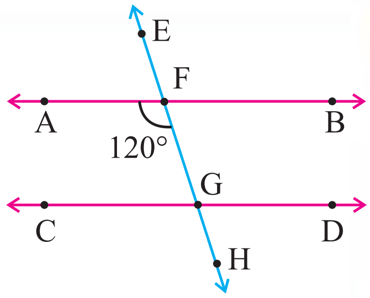
ii) $\angle DGF = 100°$ (ஏனெனில் ஒத்தகோணங்கள் சமம்)

iii) $\angle GFB = 80°$ (ஏனெனில் ஒன்றுவிட்ட உட்கோணங்கள் சமம்)

iv) $\angle AFG = 100°$ (ஏனெனில் ஒத்தகோணங்கள் $\angle CGH$ மற்றும் $\angle AFG$ சமம்)

v) $\angle HGD = 80°$ (ஏனெனில் ஒத்த கோணங்கள் சமம்)

எடுத்துக்காட்டு 5.15



படத்தில், AB || CD, $\angle AFG = 120°$ எனில்

(i) $\angle DGF$

(ii) $\angle GFB$

(iii) $\angle CGF$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு :

கொடுத்துள்ள படத்தில் AB || CD மற்றும் EH என்பது குறுக்குவெட்டி

(i) $\angle AFG = 120°$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$\angle AFG = \angle DGF = 120°$ (ஏனெனில் ஒன்றுவிட்ட உட்கோணங்கள் சமம்)

$\therefore \angle DGF = 120°$

(ii) $\angle AFG + \angle GFB = 180°$ (ஏனெனில் ஒரு கோட்டின் மீதான அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180°)

$120° + \angle GFB = 180°$

$\angle GFB = 180° - 120°$

$= 60°$

$\therefore \angle GFB = 60°$

(iii) $\angle AFG + \angle CGF = 180°$

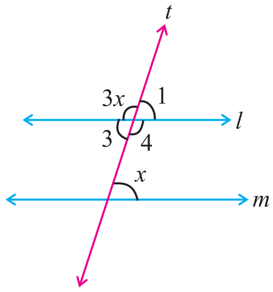
$120° + \angle CGF = 180°$ (ஏனெனில் ஒரு கோட்டின் மீதான அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180°)

$\angle CGF = 180° - 120°$

$= 60°$

$\therefore \angle CGF = 60°$

எடுத்துக்காட்டு 5.16



படத்தில் $l \parallel m$ எனில் x இன் அளவைக் காண்க

தீர்வு :

படத்தில் $l \parallel m$

$\angle 3 = x$ (ஏனெனில் ஒன்றுவிட்ட உட்கோணங்கள் சமம்)

$3x + x = 180°$ (ஏனெனில் ஒரு கோட்டின் மீதான அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180°)

$4x = 180°$

$x = \frac{180^0}{4} = 45°$

பயிற்சி 5.4

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க

i) ஒரு குறுக்கு வெட்டி இரு கோடுகளை வெட்டும் போது ஏற்படும் கோணங்களின் எண்ணிக்கை.

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 12

ii) ஒரு குறுக்கு வெட்டி ஏதேனும் இரு கோடுகளை வெட்டும்போது அந்த இரு கோடுகள்

(A) இணையானவை (B) இணையற்றவை

(C) இணையாகவோ அல்லது இணையற்றவையாகவோ இருக்கலாம்

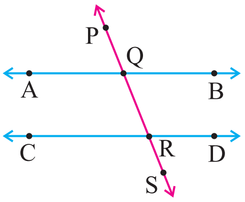
(D) செங்குத்தானவை

iii) இரு இணை கோடுகளை ஒரு குறுக்குவெட்டி வெட்டும்போது குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்த உட்கோணங்களின் கூடுதல்.

(A) 90° (B) 180° (C) 270° (D) 360°

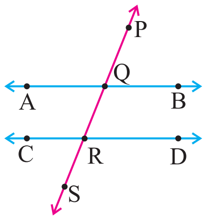
iv) கொடுத்துள்ள படத்தில்

$\angle BQR$ $\angle QRC$ என்பன



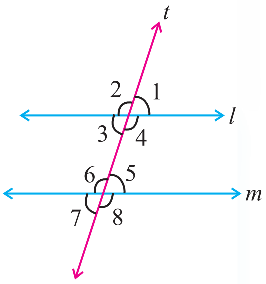
(A) குத்தெதிர் கோணங்கள்
(B) வெளிக்கோணங்கள்
(C) ஒன்றுவிட்ட உட் கோணங்கள்
(D) ஒத்த கோணங்கள்

v) கொடுத்துள்ள படத்தில் $\angle SRD = 110°$ எனில் $\angle BQP$ இன் மதிப்பு



(A) 110° (B) 100°
(C) 80° (D) 70°

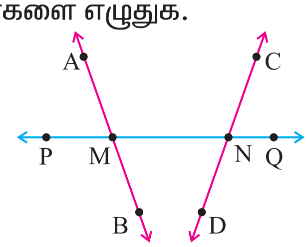
2. கொடுத்துள்ள படத்திலிருந்து கீழே கொடுத்துள்ள கூற்றுகளுக்குச் சரியான பண்பை எழுதுக.



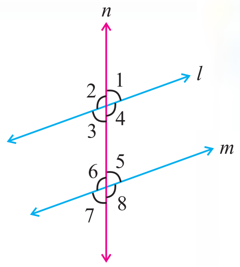
(i) $l \parallel m$ எனில் $\angle 1 = \angle 5$.
(ii) $\angle 4 = \angle 6$ எனில் $l \parallel m$.
(iii) $\angle 4 + \angle 5 = 180°$ எனில் $l \parallel m$.

3. படத்திலிருந்து தேவையான கோணங்களின் பெயர்களை எழுதுக.

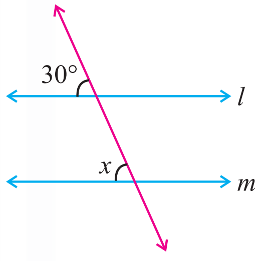
(i) $\angle AMN$ இன் குத்தெதிர் கோணம்
(ii) $\angle CNQ$ இன் ஒன்று விட்ட கோணம்
(iii) $\angle BMP$ இன் ஒத்த கோணம்
(iv) $\angle BMN$ இன் ஒத்த கோணம்



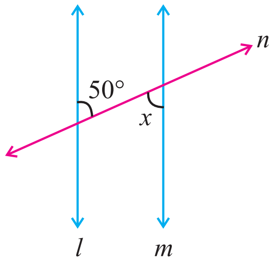
4. கொடுத்துள்ள படத்திலிருந்து பின்வருவனவற்றைக் காண்க.
   (i) இரண்டு சோடி ஒத்தக் கோணங்கள்
   (ii) ஒரு சோடி ஒன்று விட்ட உட்கோணங்கள்.
   (iii) குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்த ஒரு சோடி உட்கோணங்கள்
   (iv) குத்தெதிர் கோணங்களை கண்டுபிடிக்க.



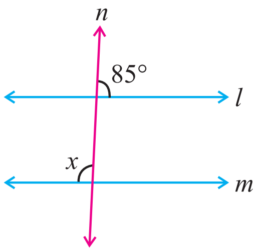
5. பின் வரும் படங்களில் $l \parallel m$ எனில் x இன் அளவைக் காண்க



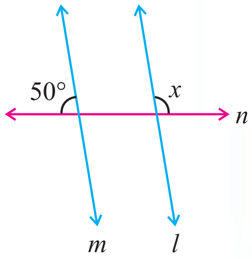
(i)



(ii)

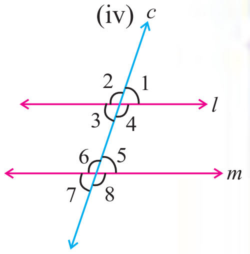


(iii)

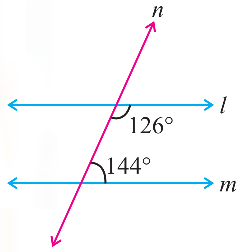


(iv)

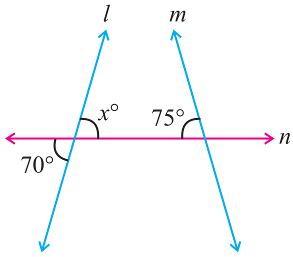
6. $l \parallel m$ மற்றும் $\angle 1 = 70°$ எனில் $\angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7$ மற்றும் $\angle 8$ ன் அளவுகளைக் காண்க



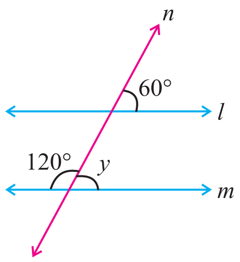
7. கீழே கொடுக்கப்பட்ட படங்களிலிருந்து $l \parallel m$ என்பது சரியா ? காரணம் தருக.



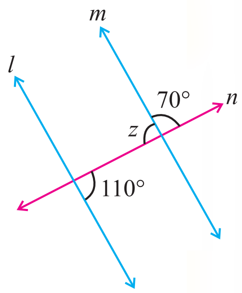
(i)



(ii)

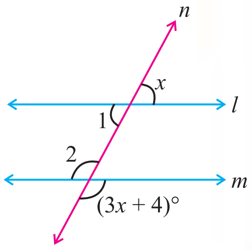


(iii)



(iv)

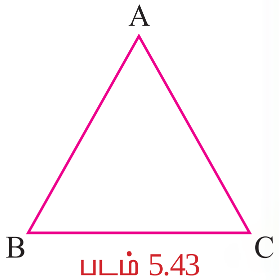
8. படத்தில் $l \parallel m$ எனில் $\angle 1$ மற்றும் $\angle 2$ இன் அளவுகளைக் காண்க.



முக்கோணம்: மீள்பார்வை

முக்கோணம் என்பது மூன்று கோட்டுத்துண்டுகளைக் கொண்டுள்ள மூடிய சமதள வடிவமாகும்.

படம் 5.43 இல் AB, BC மற்றும் CA என்ற கோட்டுத்துண்டுகள் மூடிய வடிவத்தை உருவாக்கியுள்ளன. இது முக்கோணம் ஆகும். இதனை ΔABC என்று குறிக்கலாம். இந்த முக்கோணத்தை ΔABC அல்லது ΔBCA அல்லது ΔCAB என பெயரிடலாம்.



படம் 5.43

கோட்டுத்துண்டுகள் உண்டாக்கிய முக்கோணம் முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களாகும். படம் 5.43 -இல் $\overline{AB}$, $\overline{BC}$மற்றும் $\overline{CA}$ என்பன முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களாகும்.

முக்கோணத்தின் மூன்று கோட்டுத்துண்டுகளில் ஏதேனும் இரண்டு கோட்டுத்துண்டுகள் வெட்டுகிற புள்ளியை முக்கோணத்தின் உச்சி என்கிறோம். படம் 5.43-இல் A,B மற்றும் C என்பன முக்கோணத்தின் மூன்று உச்சிகள் ஆகும்.

இரண்டு கோட்டுத்துண்டுகள் வெட்டும்போது ஒரு புள்ளியில் கோணம் உண்டாகிறது. படம் 5.43-இல் $\overline{AB}$ மற்றும் $\overline{BC}$ B யில் வெட்டுகிறது மற்றும் கோணத்தை உச்சியில் ஏற்படுத்துகிறது.

இந்த கோணத்தை நாம் கோணம் B அல்லது $\angle B$ அல்லது$\angle ABC$ என படிக்கலாம். ஆகவே முக்கோணமானது $\angle A$, $\angle B$,$\angle C$ என்ற மூன்று கோணங்களைக் கொண்டுள்ளது. படம் 5.43 -இல் ΔABC க்கு

பக்கங்கள் : $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$

கோணங்கள் : $\angle CAB$, $\angle ABC$,$\angle BCA$

உச்சிகள் : A, B, C

உச்சிகள் A, B, C-இன் எதிப்பக்கங்கள் முறையே BC, CA, AB என்பன. பக்கங்களின் BC, CA, ABக்கு எதிரே உள்ள கோணங்கள் முறையே $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$.

முக்கோணம் என்பது மூன்று கோட்டுத்துண்டுகளைக்கொண்டுள்ள மூடிய சமதள வடிவமாகும். இது மூன்று உச்சிகளையும், மூன்று பக்கங்களையும், மூன்று கோணங்களையும் கொண்டுள்ளது.

முக்கோணங்களின் வகைகள்

பக்கங்களின் அடிப்படையில்

சமபக்க முக்கோணத்தில் முக்கோணத்தின் எல்லா பக்கங்களும் சமம்.

இரு சமபக்க முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்கள் சமம்.

அசம பக்க முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் சமமற்றவை.

கோணத்தின் அடிப்படையில்

செங்கோண முக்கோணம் என்பது முக்கோணத்தின் ஒரு கோணம் செங்கோணமாகவும் மற்ற இரு கோணங்கள் குறுங்கோணமாகவும் இருக்கும்.

விரிகோண முக்கோணம் என்பது முக்கோணத்தின் ஒரு கோணம் விரிகோணமாகவும் மற்ற இரு கோணங்கள் குறுங்கோணமாகவும் இருக்கும்.

குறுங்கோண முக்கோணம் என்பது முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களும் குறுங்கோணமாக இருக்கும்.

ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்கத்தைவிட அதிகமாக இருக்கும்.

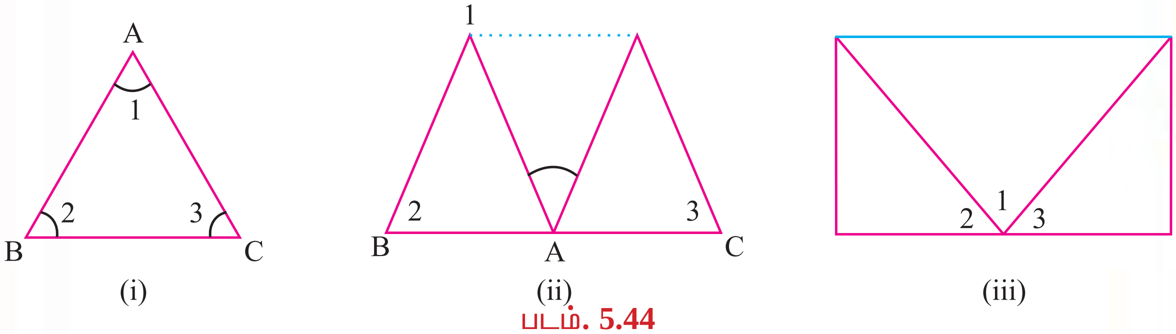
முக்கோணத்தின் கோணங்களின் கூடுதல் பண்பு

செயல்பாடு 8

ABC என்ற ஏதாவது ஒரு முக்கோணத்தை ஒரு தாளில் வரைந்து, கோணங்கள் 1, 2 மற்றும் 3 என்பதை இரண்டு பக்கங்களிலும் தாளில் படம் 5.44 (i) ல் உள்ளபடி குறிக்கவும்.

ABC என்ற முக்கோணத்தை வெட்டவும். A என்ற உச்சியை BC என்ற பக்கத்தில் படம் 5.44 (ii) இல் உள்ளபடி மடிக்கவும் உச்சிகள் B மற்றும் C ஐ படம் 5.44 (iii) இல் உள்ளபடி மடிக்கவும்.

7 செ.மீ., 5 செ.மீ., 13செ.மீ.என்ற அளவுகள் ஒரு முக்கோணத்தை அமைக்குமா?



படம். 5.44

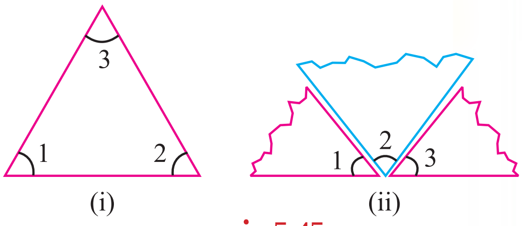
இப்பொழுது நீங்கள் $\angle 1$, $\angle 2$ மற்றும் $\angle 3$ நேர்க்கோட்டில் இருப்பதைக் காணலாம். இதிலிருந்து

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$
$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

என்பதை அறியலாம். ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180° ஆகும்.

செயல்பாடு 9

படம் 5.45 (i) இல் உள்ளபடி ஒரு முக்கோணம் வரைக. அதன் மூன்று கோணங்களை வெட்டி எடுக்கவும். அவற்றை படம் 5.45 (ii) உள்ளபடி மாற்றி வைக்கவும். இப்பொழுது நீங்கள் மூன்று கோணங்களும் சேர்ந்து ஒரு கோணத்தை உருவாக்கியுள்ளதை அறியலாம். இக்கோணம் நேர்க்கோணம் ஆகும். ஆதலால் அதன் அதன் அளவு 180° ஆகும்.



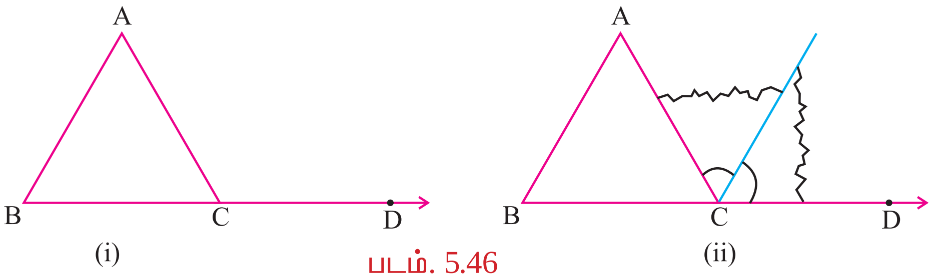
படம். 5.45

சிந்திக்க.

1. ஒரு முக்கோணத்தில் மூன்று கோணங்கள் 60° க்கு குறைவாக இருந்தால் முக்கோணம் கிடைக்குமா?
2. ஒரு முக்கோணத்தில் இரண்டு கோணங்கள் செங்கோணமாக இருந்தால் முக்கோணம் கிடைக்குமா?

முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணப்பண்புகள்

செயல்பாடு 10



படம். 5.46

முக்கோணம் ABC ஐ வரைந்து அதை ஒரு பக்கமாக படம் 5.46 (i) இல் உள்ளபடி நீட்டவும். C என்ற புள்ளியில் கோணம் ACD ஏற்படுவதைக் காணலாம்.

$\angle$BCA என்பது $\angle$ACD இன் அடுத்துள்ள கோணம் ஆகும். முக்கோணத்தின் மற்ற இரண்டு கோணங்கள் $\angle$A மற்றும் $\angle$ B ஐ முக்கோணத்தின் இரண்டு எதிர்பக்க உட்கோணங்கள் எனக் கூறலாம்.

இப்பொழுது $\angle$A மற்றும் $\angle$B -ஐ வெட்டி (அல்லது நகல் வரைந்து) படம் 5.46 (ii)- இல் காட்டியுள்ளபடி அடுத்ததடுத்து வைக்கவும்.

நீங்கள் அந்த இரண்டு துண்டுகளும் சேர்ந்து $\angle$ ACD இல் முழுவதும் பொருந்துவதைக் கவனிக்கலாம்.

இதிலிருந்து முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணம் அதன் எதிர்பக்க இரண்டு உட்கோணங்களின் கூடுதலுக்கு சமம் என்பதை அறியலாம்.

முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணத்திற்கும் அதன் இரண்டு உட்கோணங்களுக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணப் பண்பு ஆகும்.

ABC என்ற முக்கோணம் வரைந்து படம் 5.46 (i) இல் உள்ளபடி பக்கங்களில் ஒன்றான BC ஐ நீட்டவும். C என்ற புள்ளியில் $\angle$ACD உண்டாகிறது. இப்பொழுது கோணமானியை எடுத்து $\angle$ ACD, $\angle$A மற்றும் $\angle$B அளக்கவும். $\angle$ A + $\angle$ B ஐ கண்டுபிடித்து $\angle$ACB ஐ அளந்து அதனுடன் ஒப்பிட்டுப்பார்க்கவும் நீங்கள் $\angle$ACD = $\angle$A + B என்பதை அறிந்தீர்களா?

எடுத்துக்காட்டு 5.17

கொடுத்துள்ள படத்திலிருந்து x-இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு :

$\angle CAB + \angle ABC + \angle BCA = 180^\circ$ (ஏனெனில் முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180°)

$40^\circ + x + x = 180^\circ$

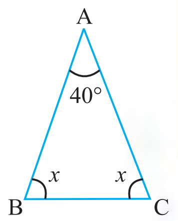
$40^\circ + 2x = 180^\circ$

$2x = 180^\circ - 40^\circ$

$2x = 140^\circ$

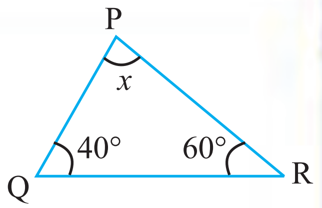
$x = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$

x-இன் மதிப்பு $= 70^\circ$.



எடுத்துக்காட்டு 5.18

முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்கள் 40° மற்றும் 60° எனில் மூன்றாவது கோணத்தைக் காண்க.



தீர்வு :

$\angle RPQ + \angle PQR + \angle QRP = 180°$ (ஏனெனில் முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180°)

$x + 40° + 60° = 180°$

$x + 100° = 180°$

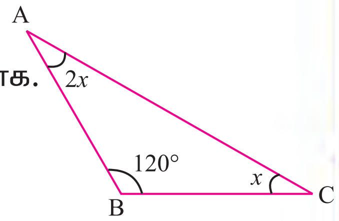
$x = 180° - 100°$

$= 80°$

$\therefore$ மூன்றாவது கோணம் $x = 80°$

எடுத்துக்காட்டு 5.19

கொடுக்கப்பட்ட படத்திலிருந்து $\angle A$-இன் அளவைக் காண்க.



தீர்வு :

$\angle CAB + \angle ABC + \angle BCA = 180°$ (முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180°)

$2x + 120° + x = 180°$

$3x + 120° = 180°$

$3x = 180° - 120°$

$3x = 60°$

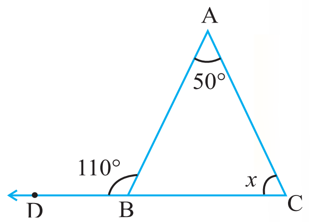
$x = \frac{60°}{3}$

$= 20°$

$\therefore \angle A = 2x = 2 \times 20° = 40°$

எடுத்துக்காட்டு 5.20

கொடுத்துள்ள படத்திலிருந்து x-இன் மதிப்பைக் காண்க.



தீர்வு :

படத்தில் வெளிக்கோணம் = $\angle ABD = 110°$.

இரண்டு எதிர்பக்க உட்கோணங்களின் கூடுதல் $= \angle BCA + \angle CAB$

$= x + 50°$

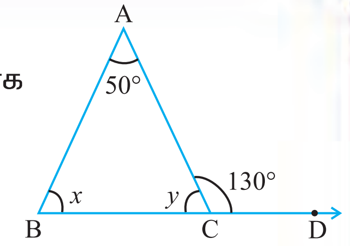
$x + 50° = 110°$ (ஏனெனில் இரண்டு எதிர்பக்க உட்கோணங்களின் கூடுதல் வெளிக்கோணத்திற்கு சமம்)

$x = 110° - 50°$

$= 60°$

$\therefore x$ இன் மதிப்பு 60°.

எடுத்துக்காட்டு 5.21



கொடுத்துள்ளபடத்திலிருந்து x, y இன்மதிப்புகளைக்காண்க

தீர்வு :

கொடுத்துள்ள படத்தில்,

$\angle$ DCA = 130° (வெளிக்கோணம்)

$50° + x = 130°$ (ஏனெனில் ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணம் அதன் எதிர்பக்க இரண்டு உட்கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.)

$x = 130° - 50°$

$= 80°$

ΔABC இல்

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ (ஏனெனில் முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180°)

$50° + x + y = 180°$

$50° + 80° + y = 180°$

$130° + y = 180°$

$y = 180° - 130°$

$= 50°$

$\therefore$ x -இன் மதிப்பு = 80°, y- இன் மதிப்பு = 50°.

மற்றொரு வழி:

$\angle ACB + \angle DCA = 180°$ (ஏனெனில் ஒரு கோட்டின் மீது உண்டாகும்

$y + 130° = 180°$ அடுத்துள்ள பக்கங்களின் கூடுதல் 180°)

$y = 180° - 130°$

$= 50°$

Δ ABC இல்

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ (ஏனெனில் முக்கோணத்தின் மூன்று

$50° + x + y = 180°$ கோணங்களின் கூடுதல் 180°)

$50° + x + 50° = 180°$

$100° + x = 180°$

$x = 180° - 100°$

$= 80°$

எடுத்துக்காட்டு 5.22

முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்கள் $3x + 5°$, $x + 20°$, $x + 25°$ எனில் ஒவ்வொரு கோணத்தின் அளவையும் காண்க.

தீர்வு :

முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் = 180°

$$3x + 5° + x + 20° + x + 25° = 180°$$

$$5x + 50° = 180°$$

$$5x = 180° - 50°$$

$$5x = 130°$$

$$x = \frac{130°}{5}$$

$$= 26°$$

$$3x + 5° = (3 \times 26°) + 5° = 78° + 5° = 83°$$

$$x + 20° = 26° + 20° = 46°$$

$$x + 25° = 26° + 25° = 51°$$

∴ முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் அளவுகள் 83°, 46°மற்றும் 51°.

பயிற்சி 5.5

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க.

i) ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல்

(A) 90° (B) 180° (C) 270° (D) 360°

ii) ஒரு முக்கோணத்தில் மூன்று கோணங்கள் சமம் எனில் ஒவ்வொரு கோணத்தின் அளவும்

(A) 30^0 (B) 45^0 (C) 60^0 (D) 90^0

iii) கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது முக்கோணத்தின் கோணங்களாக இருக்க முடியும்.

(A) $50^0, 30^0, 105^0$ (B) $36^0, 44^0, 90^0$ (C) $70^0, 30^0, 80^0$ (D) $45^0, 45^0 80^0$

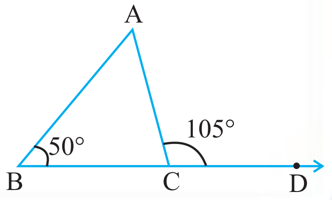
iv) முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்கள் 40° மற்றும் 60° எனில் மூன்றாவது கோணம்.

(A) 20^0 (B) 40^0 (C) 60^0 (D) 80^0

v) ΔABC இல் BC ஐ D வரை நீட்டவும் $\angle ABC = 50^0$, $\angle ACD = 105^0$ எனில் $\angle BAC$ இன் அளவு

(A) 75° (B) 15°

(C) 40° (D) 55°



2. பின்வருவனவற்றுள் எவை முக்கோணங்கள் என்று கூறுக.

   (i) $\angle A = 25^0$ $\angle B = 35^0$ $\angle C = 120^0$

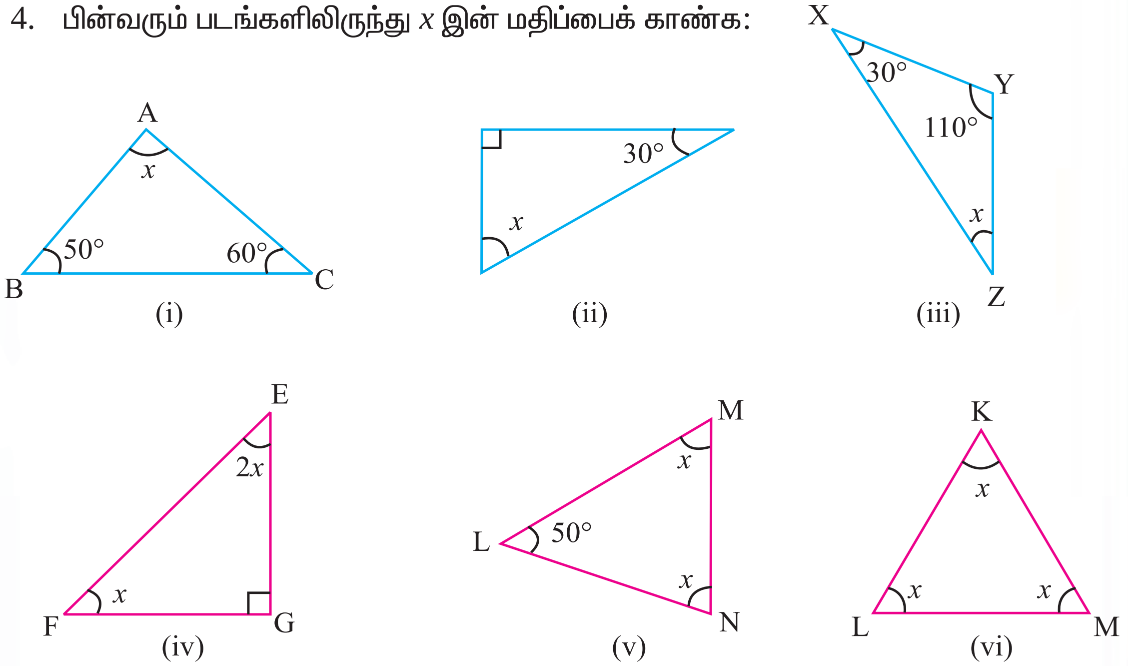
   (ii) $\angle P = 90^0$ $\angle Q = 30^0$ $\angle R = 50^0$

   (iii) $\angle X = 40^0$ $\angle Y = 70^0$ $\angle Z = 80^0$

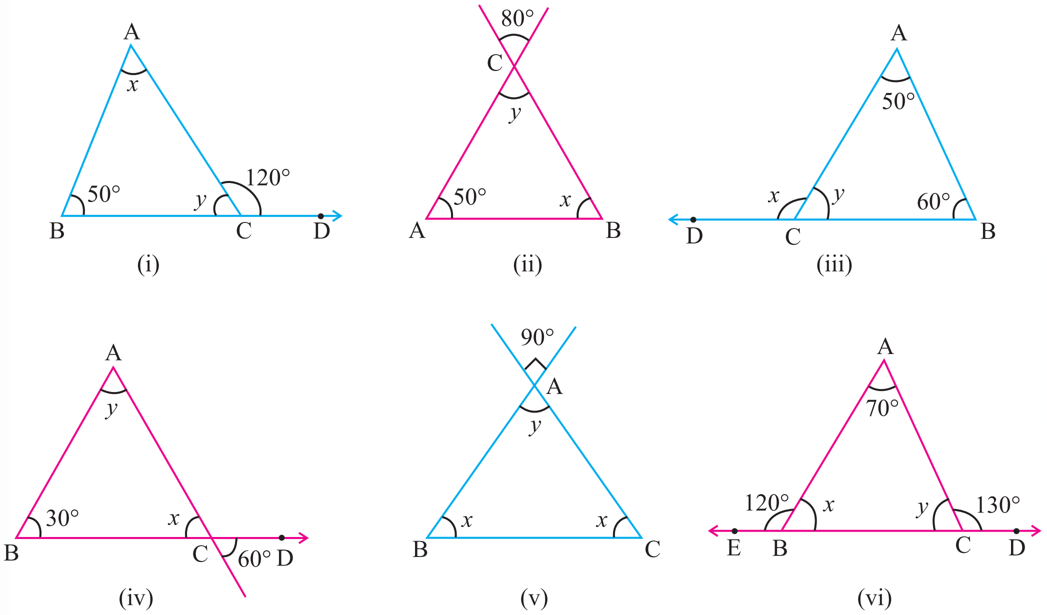
3. முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. மூன்றாவது கோணத்தைக் காண்க.

   (i) $75^0, 45^0$ (ii) $80^0, 30^0$ (iii) $40^0, 90^0$ (iv) $45^0, 85^0$

4. பின்வரும் படங்களிலிருந்து x இன் மதிப்பைக் காண்க:



5. பின் வரும் படங்களிலிருந்து x மற்றும் y -இன் மதிப்புகளைக் காண்க:



6. முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்கள் $x + 5°$, $x + 10°$ மற்றும் $x + 15°$ எனில் x ஐக் காண்க.

நினைவில் கொள்க!

1. ஒரு பொருளின் இரண்டு அரைப்பாகங்கள் வடிவத்திலும் அளவிலும் சரியாகப் பொருந்துவது சமச்சீர் தன்மை என்று கூறப்படுகிறது.
2. ஒரு கோடு கொடுத்துள்ள பட அமைப்பை இருசம பகுதிகளாகப் பிரிக்கிறது. இடது பாதி வலது பாதியோடு சரியாகப் பொருந்துமாயின் அவ்வடிவம் சமச்சீராக உள்ளது எனலாம். அக்கோடு சமச்சீர்கோடு அல்லது சமச்சீர் அச்சு எனப்படும்.
3. ஒவ்வொரு ஒழுங்கு பல கோணங்களும் எத்தனை பக்கங்களை கொண்டுள்ளதோ அத்தனை சமச்சீர்கோடுகளை கொண்டுள்ளன.
4. சில பொருட்களுக்கும் படங்களுக்கும் சமச்சீர்கோடுகள் கிடையாது.
5. வடிவங்களை 360°க்கு குறைவாக சுழற்றும்பொழுது அதே வடிவம் கிடைப்பதை சுழல் சமச்சீர் தன்மை என்று சொல்கிறோம்.
6. ஒரு வடிவம் அதன் மையத்தை வைத்து எத்தனை முறைகள் ஒரு முழுச்சுற்றில் அதே வடிவத்தைப் போல் உள்ளதோ அந்த எண்ணிக்கை சுழல் சமச்சீர் வரிசை எனப்படும்.
7. சமச்சீர் கோடுகள் இல்லாத வடிவங்கள் சுழல் சமச்சீர் தன்மை கொண்டதாக இருக்கலாம்
8. இரண்டு கோணங்கள் பொது உச்சியையும், பொதுக்கையையும் கொண்டிருந்தால் அவை அடுத்துள்ள கோணங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.
9. ஒரு கோட்டின் மீது உண்டாகும் அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180°.
10. இரண்டு கோடுகள் வெட்டிக்கொள்ளும் போது ஏற்படும் குத்தெதிர் கோணங்கள் சமம்.
11. ஒரு புள்ளியில் உண்டாகும் கோணத்தின் அளவு 360° ஆகும்.
12. இரு நேர்க்கோடுகள் இணைகோடுகள் எனில் அவை ஒன்றுக்கொன்று எந்தப்புள்ளிகளிலும் வெட்டிக் கொள்ளாது.
13. இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட கோடுகளை வெவ்வேறு புள்ளிகளில் வெட்டும் நேர்க்கோடு குறுக்குவெட்டி எனப்படுகிறது.
14. இரு இணைக்கோடுகளை ஒரு குறுக்குவெட்டி வெட்டும்போது உண்டாகும்,
    (அ) இரு சோடி கோணங்கள் சமம்.
    (ஆ) ஒரு சோடி ஒன்று விட்ட கோணங்கள் சமம்.
    (இ) குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்த உட்கோணங்களின் கூடுதல் மிகைநிரப்புக்கோணங்கள்.
15. ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180° ஆகும்.
16. ஒருமுக்கோணத்தின்வெளிக்கோணம்அதன்எதிர்பக்கஇரண்டுஉட்கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.

6 செய்முறை வடிவியல்

6.1 அறிமுகம்

இப்பகுதியானது அறிமுறை வடிவியலில் ஏற்கெனவே படித்து அறிந்த கருத்துக்களை புரிந்து கொள்ளவும் மேலும் அவற்றை உறுதி செய்து கொள்ளவும் மாணவர்களுக்கு உதவுகிறது. மேல் வகுப்புகளில் அறிமுறை வடிவியலில் நிரூபிக்க இருக்கும் கருத்துக்களின் அடிப்படை அறிவைப் பெறுவதற்கும் இப்பகுதி மேலும் உதவுகிறது. உறுதியாக, அனைத்து மாணவர்களும் வரைதலில் ஆர்வமாக செயல்பட்டு பாடக்கருத்துகளை எளிதாக கற்றுக் கொள்வார்கள்.

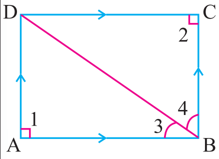
நாம் முன் வகுப்பில் நேர்கோடுகள், இணைகோடுகள், செங்குத்துக் கோடுகள் வரைவது மற்றும் கோணங்கள் அமைப்பது ஆகியவற்றைத் தெரிந்து கொண்டோம்.

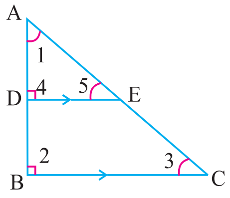
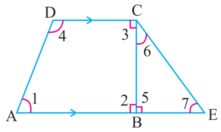
நாம் இந்த வகுப்பில், ஒரு கோட்டுத்துண்டின் மையக்குத்துக் கோடு வரைதல், கோண இருசமவெட்டி வரைதல் ஆகியவற்றையும் அளவுகோல் மற்றும் கவராயத்தைப் பயன்படுத்தி சில கோணங்களை அமைத்தல் மற்றும் முக்கோணங்கள் வரைதல் ஆகியவற்றையும் தெரிந்து கொள்ளப் போகிறோம்.

மீள் பார்வை

கொடுக்கப்பட்ட படங்களிலிருந்து கோணங்கள், இணைகோடுகள் மற்றும் செங்குத்துக் கோடுகள் ஆகியவற்றின் கருத்தினை நினைவு கூர்தல்.

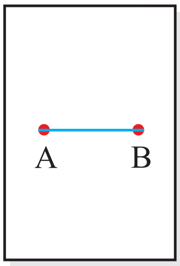
கீழ்கண்ட அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள படங்களிலிருந்து புள்ளிகள், கோட்டுத்துண்டுகள், கோணங்கள், இணைகோடுகள், செங்குத்துக் கோடுகள் ஆகியவற்றை கண்டறிவோம்.

வ. எண்	படம்	படத்தில் இருந்து கண்டறியப்பட்ட				
		புள்ளிகள்	கோடுகள்	கோணங்கள்	இணை கோடுகள்	செங்குத்துக் கோடுகள்
1		A, B, C மற்றும் D	AB, BC, CD, AD மற்றும் BD	1 - $\angle$BAD ($\angle$ A) 2 - $\angle$DCB ($\angle$C) 3 - $\angle$DBA 4 - $\angle$CBD	AB || DC BC || AD	AB $\perp$ AD AB $\perp$ BC BC $\perp$ CD CD $\perp$ AD

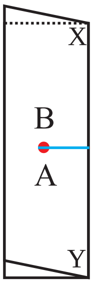
வ. எண்	படம்	படத்தில் இருந்து கண்டறியப்பட்ட				
		புள்ளிகள்	கோடுகள்	கோணங்கள்	இணை கோடுகள்	செங்குத்துக் கோடுகள்
2						
3						

6.2 கொடுக்கப்பட்ட கோட்டுத்துண்டின் மையக்குத்துக் கோடு :

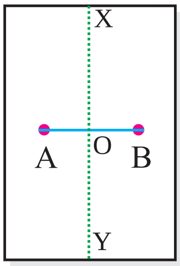
(i) செயல்பாடு : காகிதத்தாள் மடித்தல்.



- ஒரு காகிதத் தாளின் மீது AB என்ற கோட்டுத்துண்டு வரைக.



- கோட்டுத்துண்டின் முனைப்புள்ளி B ஆனது A ன் மீது அமையுமாறு தாளினை மடிக்கவும். தாளின் மேல் XY என்ற மடிப்பு கோட்டை ஏற்படுத்துக.



- காகிதத்தைப் பிரிக்கவும். காகிதமடிப்பு கோடு XY ஆனது , AB கோட்டுத்துண்டினை வெட்டும் புள்ளியை O என குறிக்கவும்.

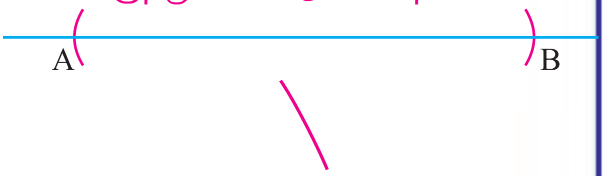
- அளந்து பார்த்ததில் OA = OB எனவும், மடிப்பு கோடு XY ஆனது AB கோட்டுத்துண்டிற்கு செங்குத்தாகவும் இருப்பது தெரிய வருகிறது.

- மடிப்பு கோடு XY ஆனது, AB கோட்டின் மையக்குத்துக் கோடு ஆகும்.

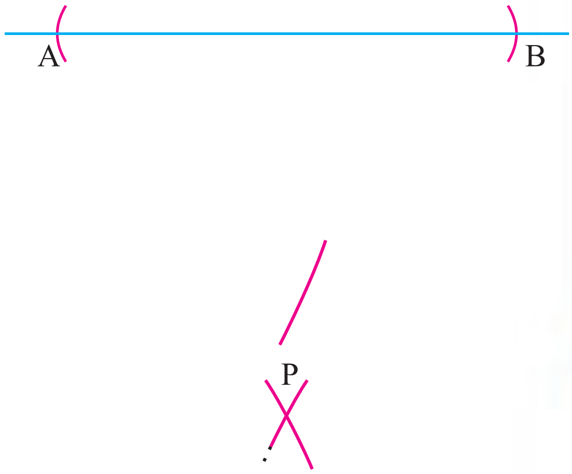
ஒரு கோட்டுத்துண்டின் மையக்குத்துக் கோடு என்பது அக்கோட்டுத்துண்டின் மையப்புள்ளியில் வரையப்படும் செங்குத்துக் கோடு ஆகும்.

(i) கொடுக்கப்பட்ட கோட்டுத்துண்டிற்கு மையக்குத்துக் கோடு வரைதல் :

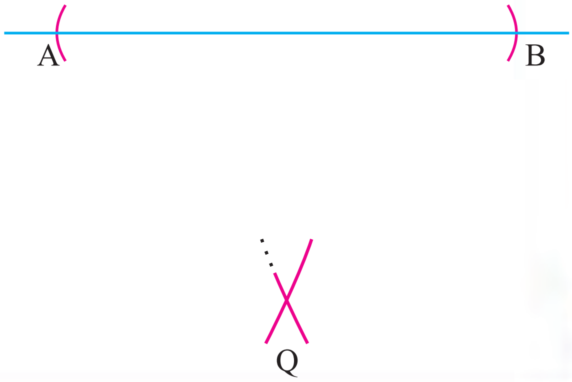
படி 1: கொடுக்கப்பட்ட அளவுள்ள AB கோட்டுத்துண்டு வரைக.



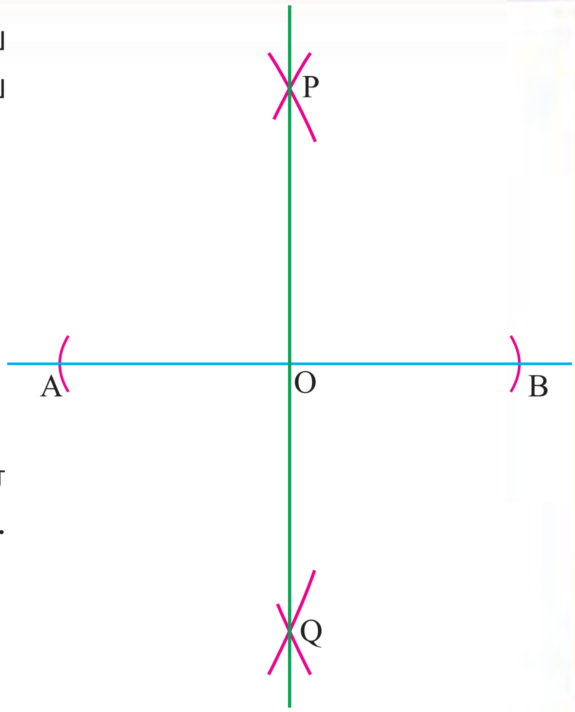
படி 2: ‘A’ ஐ மையமாகக் கொண்டு AB ன் நீளத்தில் பாதிக்கு மேல் ஆரமுள்ள விற்கள், AB கோட்டிற்கு மேலும், கீழும் அமையுமாறு வரைக.



படி 3: ‘B’ ஐ மையமாகக் கொண்டு அதே ஆரமுள்ள இரண்டு வட்டவிற்கள் வரைக. அவை முந்தைய வட்ட விற்களை P மற்றும் Q களில் வெட்டுகின்றன.



படி 4 : PQ ஐச் சேர். PQ ஆனது AB ஐ ‘O’ இல் வெட்டுகிறது என்க.



PQ ஆனது AB ன் மையக்குத்துக்கோடு ஆகும்.

முயன்று பார்

மையக்குத்துக் கோடு PQ ன் மீது ஏதேனும் ஒரு புள்ளியைக் குறிக்கவும். அப்புள்ளியானது, A மற்றும் B ஆகியவற்றிலிருந்து சம தூரத்தில் உள்ளது என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

ஒரு கோட்டுத்துண்டின் மையக்குத்துக் கோடானது அக்கோட்டின் சமச்சீர் அச்சு ஆகும்.

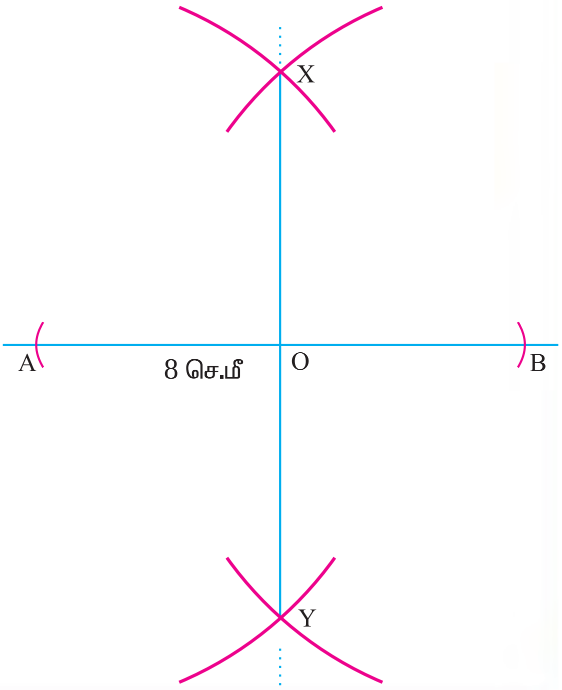
சிந்திக்க:

கொடுக்கப்பட்ட ஒரு கோட்டுத்துண்டிற்கு ஒன்றிற்கு மேற்பட்ட மையக்குத்துக் கோடுகள் இருக்க முடியுமா ?

எடுத்துக்காட்டு 6.1

AB = 8 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்–துண்டிற்கு மையக்குத்துக் கோடு வரைக.

தீர்வு :

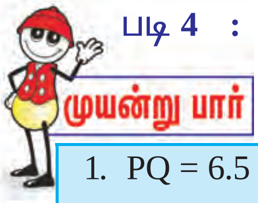


படி 1 : AB = 8 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.

படி 2 : ‘A’ ஐ மையமாகக் கொண்டு AB ன் நீளத்தில் பாதிக்கு மேல் ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள், AB கோட்டிற்கு மேலும், கீழும் அமையுமாறு வரைக.

படி 3 : 'B' ஐ மையமாகக் கொண்டு வரையப்படும் அதே ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் முந்தைய விற்களை X மற்றும் Y புள்ளிகளில் வெட்டுமாறு வரைக.

படி 4 : XY ஐச் சேர்க்க. அது கோட்டுத்துண்டு AB ஐ O ல் வெட்டுகிறது. XY ஆனது AB ன் மையக்குத்து கோடு ஆகும்.



1. PQ = 6.5 செ.மீ ஐ விட்டமாகக் கொண்ட ஒரு வட்டம் வரைக.
2. 12 செ.மீ அளவுள்ள ஒரு கோட்டுத்துண்டு வரைக. இதனை கவராயத்தைப் பயன்படுத்தி நான்கு சமபாகங்களாகப் பிரிக்க. அளந்து சரிபார்க்க.
3. கொடுக்கப்பட்ட கோட்டுத்துண்டு ACக்கு மையக்குத்துக் கோடு வரைக. அம்மையகுத்துக் கோடு கொடுக்கப்பட்ட கோட்டினை 'O'ல் வெட்டுகிறது என்க. O என்ற புள்ளியிலிருந்து சம தூரத்தில் B மற்றும் D புள்ளிகளை மையக்குத்துக் கோட்டின் மீது குறிக்கவும். A, B, C மற்றும் D ஆகிய புள்ளிகளை வரிசையாகச் சேர்க்கவும். அவ்வாறு சேர்க்கப்பட்ட நேர்கோடுகள் அனைத்தும் சம நீளம் உடையனவா என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

சிந்திக்க!

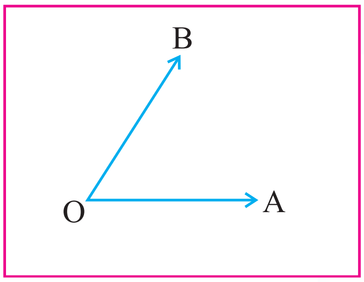
மேற்கண்ட வரைதலில் OA = OB = OC = OD என்று இருக்குமாறு B மற்றும் D புள்ளிகளை மையக்குத்து கோட்டின் மீது குறிக்கவும். A, B, C மற்றும் D புள்ளிகளை வரிசையாகச் சேர்க்கவும். பிறகு

1. சேர்க்கப்பட்ட கோடுகள் சம நீளம் உடையனவா?
2. மூலைக் கோணங்கள் செங்கோணங்களாக இருக்குமா?
3. உருவத்தின் பெயர் கூற முடியுமா?

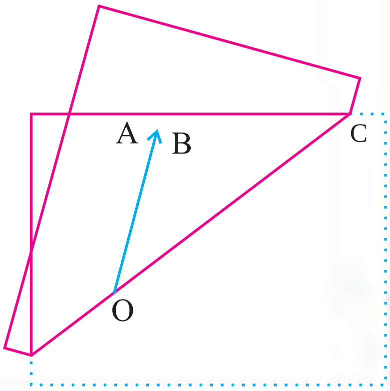
6.3 கோண இரு சம வெட்டி :

(ii) செயல்பாடு : தாள் மடித்தல் .

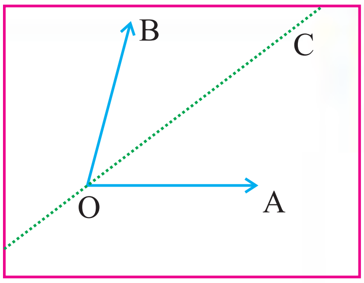
- ஒரு காகிதத்தாளினை எடுத்து அதன் மீது O என்ற புள்ளியைக்குறி. O ஐ முனைப்புள்ளியாகக் கொண்டு ∠AOB கோணத்தை உண்டாக்கும் OA மற்றும் OB கதிர்களை வரைக.



- OA மற்றும் OB கதிர்கள் ஒன்றின் மீது ஒன்று படியுமாறு 'O' என்ற புள்ளி வழியாக தாளினை மடித்து ஒரு மடிப்புக் கோட்டினை ஏற்படுத்தவும்.



- தாளினை பிரித்துப் பிறகு இருக்கும் மடிப்புக் கோட்டினை OC என்க. அளந்து பார்த்ததில் ∠AOC மற்றும் ∠BOC ஆகிய கோணங்கள் சமமாக உள்ளன.
- ஆகையால், தாளின் மடிப்பு கோடு OC ஆனது கொடுக்கப்பட்ட கோணத்தை இரு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கிறது .
- இந்த மடிப்பு கோடு ∠AOB ன் சமச்சீர்கோடு ஆகும்.

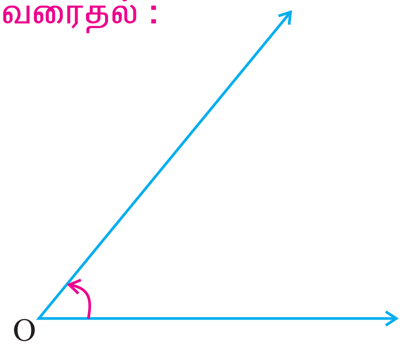


- இந்த சமச்சீர்கோடு ∠AOB ன் **கோண இருசம வெட்டி** ஆகும்.

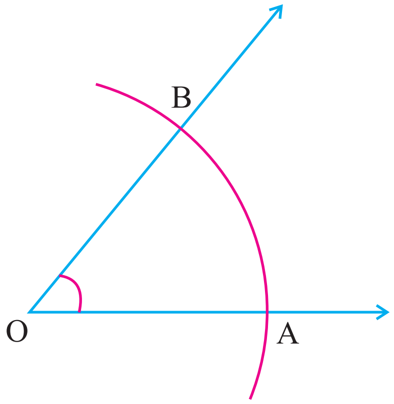
கொடுக்கப்பட்ட ஒரு கோணத்தின், கோண இருசம வெட்டி என்பது அக்கோணத்தை இரு சம பாகங்களாகப் பிரிக்கும் சமச்சீர் கோடு ஆகும்.

(ii) அளவுகோல் மற்றும் பாகைமானியைப் பயன்படுத்தி கொடுக்கப்பட்ட கோணத்தின், கோண இருசம வெட்டி வரைதல் :

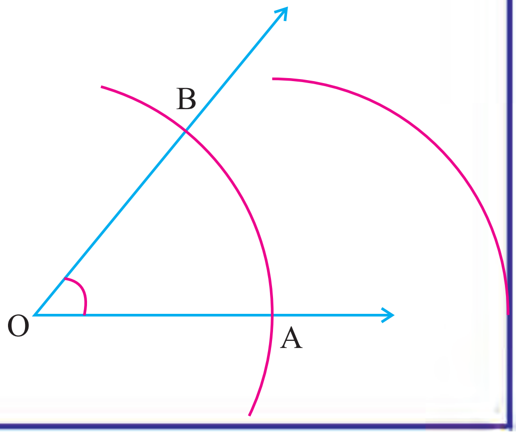
படி 1 : O என்ற புள்ளியில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுள்ள கோணத்தை வரைக.



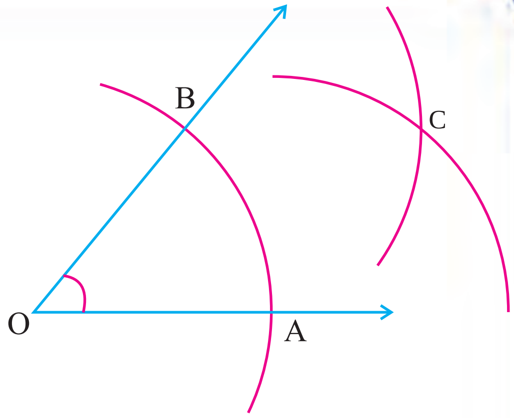
படி 2 : 'O' ஐ மையமாகக் கொண்டு ஏதேனும் ஒரு ஆரமுள்ள வட்டவில்லானது, கோணத்தின் கதிர்களை A மற்றும் B என்ற புள்ளிகளில் வெட்டுமாறு வரைக.



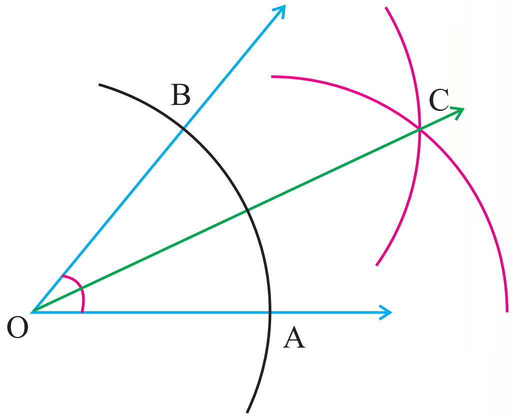
படி 3 : 'A' ஐ மையமாகக் கொண்டு, AB ன் நீளத்தில் பாதிக்கு மேல் ஆரமுள்ள வட்டவில்லை கோணத்தின் உட்புறமாக வரைக.



படி 4 : ‘B’ ஐ மையமாகக் கொண்டு, அதே ஆரமுள்ள வட்டவில் முந்தைய வட்டவில்லை ‘C’ ல் வெட்டுமாறு வரைக.



படி 5 : OC ஐச் சேர்க்க. OC ஆனது கொடுக்கப்பட்ட கோணத்தின் கோண இருசம வெட்டி ஆகும்.



OC என்ற கோண இரு சம வெட்டியின் மீது, ஏதேனும் ஒரு புள்ளியைக் குறிக்கவும். அப்புள்ளியானது கோணத்தின் கதிர்கள் OA மற்றும் OB ஆகியவற்றிலிருந்து சம தூரத்தில் உள்ளது என்பதைச் சரிபார்க்கவும் .

எடுத்துக்காட்டு 6.2

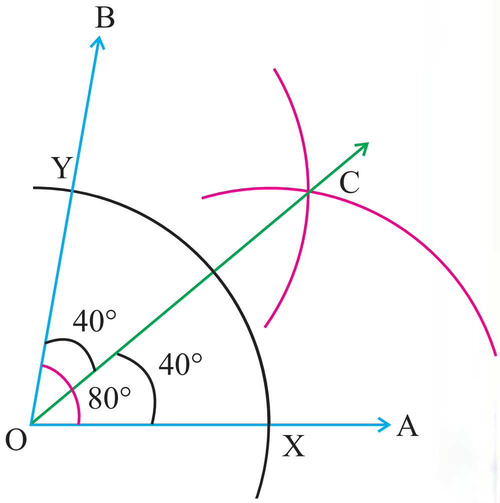
$\angle AOB = 80°$ அளவுள்ள கோணம் வரைந்து அதன் இருசம வெட்டியை அமைக்கவும்.

தீர்வு :

படி 1 : பாகை மானியைப் பயன்படுத்தி ‘O’ என்ற புள்ளியில் $\angle AOB = 80°$ அளவுள்ள கோணம் அமைக்க.

படி 2 : ‘O’ ஐ மையமாகக் கொண்டு ஏதேனும் ஒரு ஆரமுள்ள வட்டவில் OA மற்றும் OB இவற்றை முறையே X,Y களில் வெட்டுமாறு வரைக.

படி 3 : ‘X’ ஐ மையமாகக் கொண்டு XY ன் நீளத்தில் பாதிக்கு மேல் ஆரமுள்ள வட்டவில்லை கோணத்தின் உட்புறமாக வரைக.



படி 4 : ‘Y’ஐ மையமாகக் கொண்டு அதே ஆரமுள்ள வட்டவில் முந்தைய வட்டவில்லை Cல் வெட்டுமாறு வரைக. OC ஐச் சேர்க்க. OC ஆனது கொடுக்கப்பட்ட கோணம் 80° ன் கோண இருசம வெட்டி ஆகும்.

முயன்று பார்

120° அளவுள்ள கோணம் வரைந்து அதனை நான்கு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கவும்.

பயிற்சி 6.1

1. AB = 7செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைந்து அதன் மையக்குத்துக் கோட்டினை வரையவும்.
2. XY = 8.5 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைந்து அதன் சமச்சீர் அச்சினைக் காணவும்.
3. AB = 10 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டிற்கு மையக்குத்துக் கோடு வரைக.
4. 70° அளவுள்ள கோணம் வரைந்து அதன் இருசமவெட்டியை வரைக.
5. 110° அளவுள்ள கோணம் வரைந்து அதன் இருசமவெட்டியை வரைக.
6. செங்கோணம் வரைந்து அதனை அளவுகோல் மற்றும் கவராயத்தைப் பயன்படுத்தி இரு சமபாகமாக்குக.

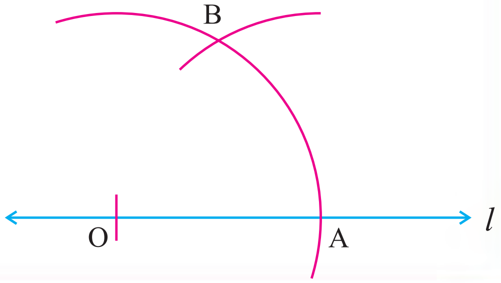
முயன்று பார்

1. ‘C’ஐ மையமாகக் கொண்டு 4 செ.மீ ஆரமுள்ள ஒரு வட்டம் வரைக. ஏதேனும் ஒரு நாண் AB வரைக. ABக்கு மையக்குத்துக் கோடு வரைந்து, அது வட்டத்தின் மையம் வழியாகச் செல்கிறதா என்பதை சோதனை செய்க.
2. ஒரு வட்டத்தில் சம நீளம் உள்ள ஏதேனும் இரண்டு நாண்களுக்கு மையக்குத்து கோடுகள் வரைக. (i) அவைகள் எங்கு சந்திக்கின்றன? (ii) நாண்கள் வட்ட மையத்திலிருந்து சம தொலைவில் உள்ளதா என்பதைச் சரிபார்.
3. ஒரே கோட்டில் அமையாத மூன்று புள்ளிகளைக் குறிக்கவும். அப்புள்ளிகளுக்கு சம தொலைவில் அமையும் ஒரு புள்ளியைக் காண்க.

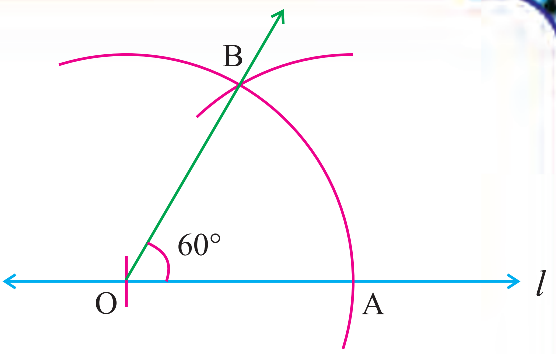
குறிப்பு : அனைத்து புள்ளிகளையும் வரிசையாகச் சேர். ஒரு முக்கோணம் கிடைக்கிறது. ஒவ்வொரு பக்கத்திற்கும் மையக்குத்துக் கோடுகள் வரைக. அக்கோடுகள் நீங்கள் குறித்த புள்ளிகளில் இருந்து. சம தொலைவில் அமையும் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கிறது. இப்புள்ளி சுற்றுவட்ட மையம் என அழைக்கப்படுகிறது.

6.4 அளவுகோல் மற்றும் கவராயத்தைப் பயன்படுத்தி 60°, 30°, 120°, 90° கோணங்களை அமைத்தல் :

(i) 60° கோணம் அமைத்தல் :



படி 1 : நேர்கோடு ‘*l*’ ஐ வரைந்து அதன் மீது ‘O’ என்ற புள்ளியைக் குறி.

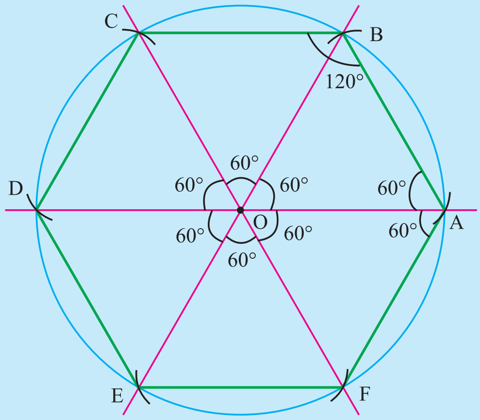


படி 2 : ‘O’ ஐ மையமாகக் கொண்டு ஏதேனும் ஆரமுள்ள ஒரு வட்டவில், நேர்கோட்டை Aல் வெட்டுமாறு வரைக.

படி 3 : ‘A’ ஐ மையமாகக் கொண்டு அதே ஆரமுள்ள வட்டவில் முந்தைய வட்டவில்லை Bல் வெட்டுமாறு வரைக.

படி 4 : OB ஐச் சேர்க்க.
$\angle AOB = 60^\circ$ ஆகும்.

‘O’ஐ மையமாகக் கொண்டு ஏதேனும் ஆரமுள்ள ஒரு வட்டம் வரைக. வட்டத்தின் பரிதியில் ஏதேனும் ஒரு புள்ளி ‘A’ஐக் குறி. ‘A’ஐ மையமாகவும் OAஐ ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு வட்டவில் வரைக. அது வட்டத்தை ‘B’ல் வெட்டுகிறது. ‘B’ஐ மையமாகக் கொண்டு அதே ஆரமுள்ள வட்டவில் வட்டத்தை ‘C’ல் வெட்டுமாறு வரைக. இவ்வாறாக வட்டவிற்கள் தொடர்ந்து வரைக. கடைசி வட்டவில் புள்ளி ‘A’ ன் வழியாகச் செல்கிறது. இவ்வாறான புள்ளிகள் A, B, C, D, E மற்றும் F அனைத்தையும் வரிசையாகச் சேர்க்க. ABCDE ஒரு ஒழுங்கு அறுகோணம் ஆகும். மேற்காண் படத்திலிருந்து நாம் அறிவது,



(i) வட்டப்பரிதியானது மையத்தில் 60° கோணத்தை ஏற்படுத்தும் சம நீளமுள்ள ஆறு வட்ட விற்களாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. எந்த ஒரு வட்டத்திலும் ஆரத்திற்க்குச் சமமான நாண் மையத்தில் 60° கோணத்தை உண்டாக்கும்.

(ii) ஒரு புள்ளியைச் சுற்றியுள்ள மொத்த கோணம் 360°.

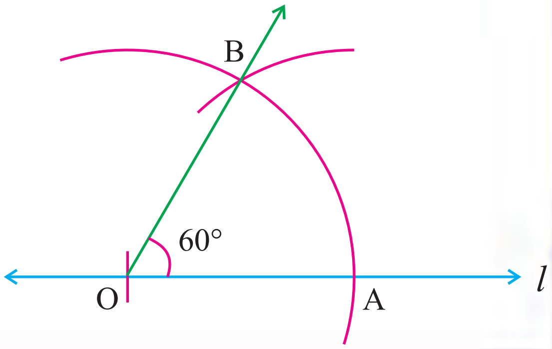
(iii) ஒழுங்கு அறுகோணமானது ஆறு சமபக்க முக்கோணங்களை உள்ளடக்கியுள்ளது.

(ii) 30° கோணம் அமைத்தல் :

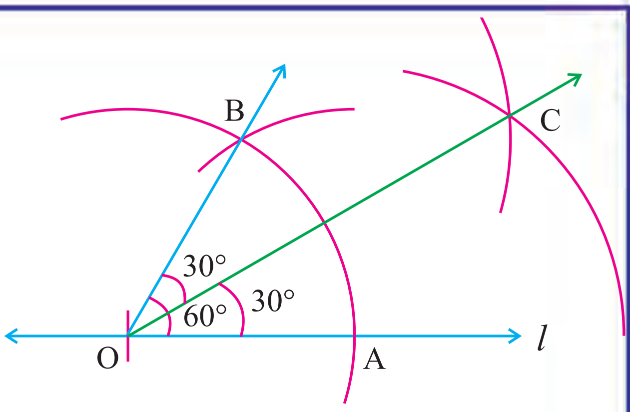
முதலில் 60° கோணம் அமைத்து, பிறகு அதனை இரு சமபாகமாக பிரித்து, 30° கோணம் பெறுக.

படி 1: 60° கோணம் வரைக.
(மேற்காண் வரைதலில் உள்ளவாறு)

படி 2: ‘A’ ஐ மையமாகக் கொண்டு AB ன் நீளத்தில் பாதிக்கு மேல் ஆரமுள்ள வட்டவில்லை $\angle AOB$ ன் உட்புறமாக வரைக.



படி 3: அதே ஆரத்தை எடுத்துக் கொண்டு B ஐ மையமாக வைத்து வரையப்படும் வட்ட வில்லானது முந்தைய வட்டவில்லை C ல் வெட்டுமாறு வரைக. OC ஐச் சேர்க்க. $\angle AOC$ ஆனது 30° ஆகும்.

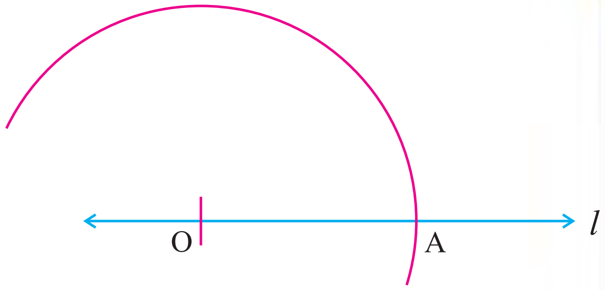


15° கோணத்தை எவ்வாறு அமைப்பாய் ?

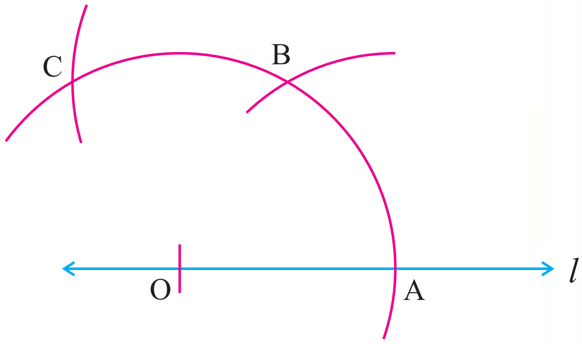
(iii) 120° கோணம் அமைத்தல் :

படி 1 : 'l' என்ற கோட்டின் மீது 'O' என்ற புள்ளியைக் குறி.

படி 2 : 'O'ஐ மையமாக வைத்து ஏதேனும் ஒரு ஆரமுள்ள வட்டவில் வரைக. அது நேர்கோடு lஐ A ல் வெட்டட்டும்.



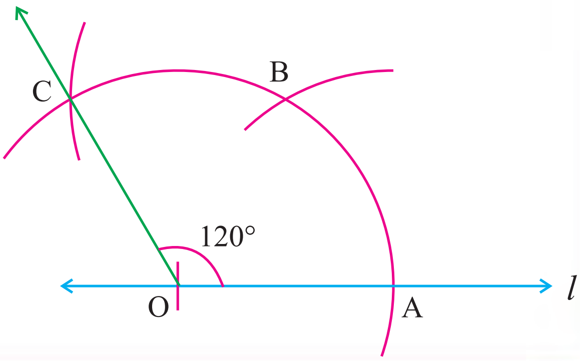
படி 3 : அதே ஆரமும், 'A' ஐ மையமாகவும் வைத்து வரையப்படும் மற்றுமொரு வட்ட வில்லானது முந்தையவில்லை 'B'ல் வெட்டுமாறு வரைக.



படி 4 : 'B'ஐ மையமாகக் கொண்டு, அதே ஆரமுள்ள மற்றுமொரு வட்டவில் முதல் வட்டவில்லை 'C'ல் வெட்டுமாறு வரைக.

படி 5 : OCஐச் சேர்.

$\angle AOC = 120°$ஆகும்.

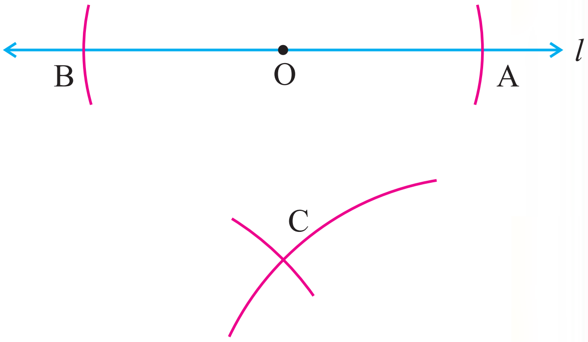


(iv) 90° கோணம் அமைத்தல் :

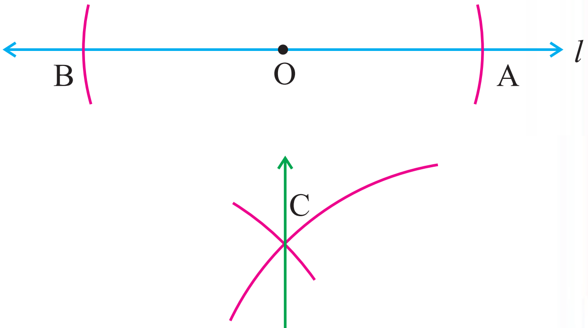
90° கோணம் அமைப்பதற்கு, நேர்க்கோட்டு கோணம் 180° ஐ நாம் இரு சமபாகங்களாகப் பிரிக்க போகிறோம்.

படி 1 : நேர்கோடு 'l' ன் மீது 'O' என்ற புள்ளியைக் குறி.

படி 2 : 'O' ஐ மையமாக வைத்து ஏதேனும் ஒரு ஆரம் உடைய வட்டவிற்கள் கோடு l ஐ A மற்றும் B புள்ளிகளில் வெட்டுமாறு வரைக. இப்பொழுது $\angle AOB = 180°$.

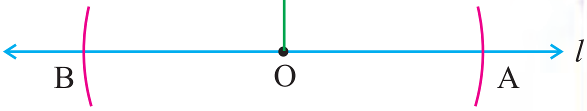


படி 3 : A மற்றும் B இவற்றை மையங்களாகக் கொண்டு, AB ன் நீளத்தில் பாதிக்கு மேல் ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் ஒன்றையொன்று 'C'ல் வெட்டுமாறு வரைக. .



படி 4 : OC ஐச் சேர்.

$\angle AOC = 90°$ ஆகும்.



1. 60° அளவுள்ள கோணம் வரைந்து அதன் நிரப்பி கோணத்திற்கு கோண இருசமவெட்டி வரைக.
2. செங்கோணத்தை முச்சம கோணங்களாக பிரிக்க.
3. கீழ்காணும் அளவுள்ள கோணங்களை அமைக்க: 22½°, 75°, 105°, 135°, 150°

சிந்திக்க:

கொடுக்கப்பட்ட கோட்டின் மேல் உள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் அதற்கு செங்குத்து கோடு வரைய, மூலை மட்ட கருவி முறைக்கு மாற்றாக நீங்கள் இம்முறையை மேற்கொள்ளலாம்.

பயிற்சி 6.2

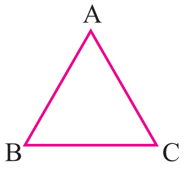
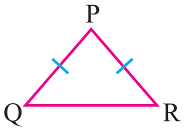
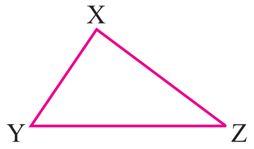
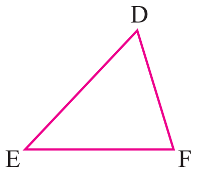
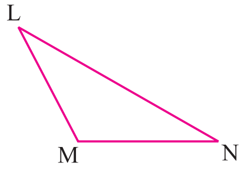
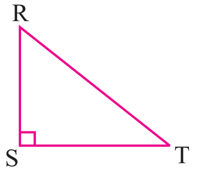
1. கீழ்காண் அளவுள்ள கோணங்களை அளவுகோல் மற்றும் கவராயத்தைப் பயன்படுத்தி வரைக.

   (i) 60° (ii) 30° (iii) 120° (iv) 90°

6.5 முக்கோணங்கள் அமைத்தல்

பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்களின் அடிப்படையில் அமைந்த முக்கோணங்களின் பல வகைப்பாடுகளை நாம் முந்தைய வகுப்பில் அறிந்துள்ளோம். இப்பொழுது முக்கோணங்களின் வகைகளையும் அவற்றின் சில பண்புகளையும் நினைவு கூர்வோம்.

முக்கோணங்களின் வகைகள்

முக்கோணங்களின் வகைகள்		வ.எண்	முக்கோணத்தின் பெயர்	படம்	குறிப்பு
	பக்கங்களின் அடிப்படையில்	1	சமபக்க முக்கோணம்		மூன்று பக்கங்களும் சமம்.
		2	இருசமபக்க முக்கோணம்		ஏதாவது இரண்டு பக்கங்கள்சமம்.
		3	அசமபக்க முக்கோணம்		பக்கங்கள் சமமில்லை.
	கோணங்களின் அடிப்படையில்	4	குறுங்கோண முக்கோணம்		மூன்று கோணங்களும் குறுங்கோணங்கள். (90° க்கு குறைவு).
		5	விரிகோண முக்கோணம்		ஏதேனும் ஒரு கோணம் விரிகோணம். (90° ஐ விட அதிகம்).
		6	செங்கோண முக்கோணம்		ஏதேனும் ஒரு கோணம் செங்கோணம். (90°).

முக்கோணத்தின் சில பண்புகள் :

1. ஒரு முக்கோணத்தின் எந்த இரண்டு பக்கங்களின் கூடுதலும் மூன்றாவது பக்கத்தைவிட அதிகமாக இருக்கும்.
2. ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180°.

முக்கோணம் வரைவதற்கு தேவைப்படும் மூன்று அளவுகளில் குறைந்தது ஒரு பக்கத்தின் அளவாவது கண்டிப்பாக கொடுக்கப்பட வேண்டும். கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு கீழ்கண்ட விதங்களில் முக்கோணங்களை அமைப்போம்.

(i) மூன்று பக்கங்கள் (SSS).

(ii) இரண்டு பக்கங்களும் அவற்றை உள்ளடக்கிய கோணமும் (SAS).

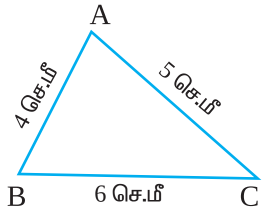
(iii) இரண்டு கோணங்களும் அவற்றை உள்ளடக்கிய பக்கமும் (ASA).

(i) மூன்று பக்கங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது முக்கோணம் அமைத்தல் : (SSS நியமம்)

எடுத்துக்காட்டு 6.3

கொடுக்கப்பட்ட AB = 4 செ.மீ, BC = 6 செ.மீ மற்றும் AC = 5 செ.மீ அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணம் ABC ஐ அமைக்க.

உதவி படம்



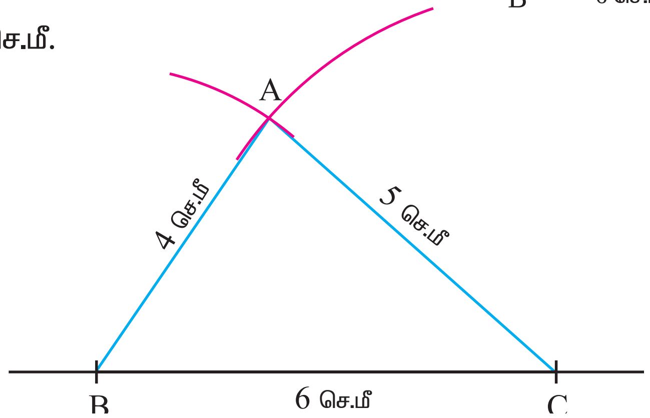
தீர்வு :

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகள்

AB = 4 செ.மீ

BC = 6 செ.மீ

AC = 5 செ.மீ.



வரைதலுக்கான படிகள்

படி 1 : BC = 6 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.

படி 2 : ‘B’ ஐ மையமாகக் கொண்டு 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லை BC கோட்டிற்கு மேல்புறம் வரைக.

படி 3 : ‘C’ ஐ மையமாக வைத்து 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில் முந்தைய வட்ட வில்லை ‘A’ ல் வெட்டுமாறு வரைக.

படி 4 : A,B களை இணைக்க மற்றும் A,C இவற்றைச் சேர்க்க.

ABC ஆனது தேவையான முக்கோணம் ஆகும்.

முயன்று

பாகைமானியைப் பயன்படுத்தி முக்கோணத்தின் எல்லா கோணங்களையும் அளந்து, அவற்றின் கூடுதலைக் காண்க.

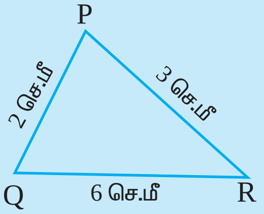
உங்களுக்குத் தெரியுமா?

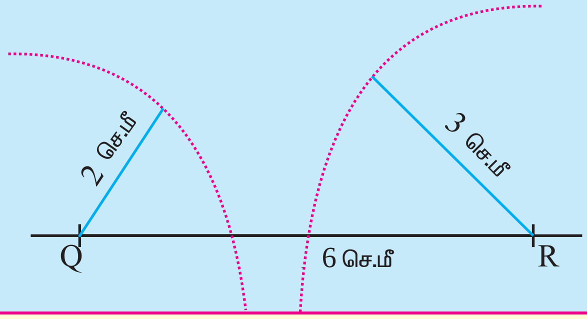
ஒரு மாணவர் PQ = 2 செ.மீ, QR = 6 செ.மீ மற்றும் PR = 3 செ.மீ என்ற கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ஒரு முக்கோணம் வரைய முயற்சித்தார். (உதவிப்படத்தில் உள்ளவாறு) அவர் முதலில் QR = 6 செ.மீ கோட்டுத்துண்டை வரைந்தார். பிறகு Pஐ மையமாக வைத்து 2 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லையும், R ஐ மையமாக வைத்து 3 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லையும் வரைந்தார். அவைகள் ‘P’ புள்ளியை பெறுவதற்காக ஒன்றையொன்று வெட்டிக்கொள்ளவில்லை.

(1) காரணம் என்ன ?

(2) இதன் சார்பான முக்கோணத்தின் பண்பு யாது ?

உதவி படம்





ஒரு முக்கோணத்தின் எந்த இரு பக்கங்களின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்கத்தைவிட எப்பொழுதும் அதிகமாக இருக்கும்.

முயன்று பார்

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களுக்கும் கோண இரு சம வெட்டிகள் வரைக. அவை அனைத்தும் ஒரே புள்ளி வழியாக செல்லும் என்பதைச் சரிபார்க்கவும். இப்புள்ளி <u>உள்வட்ட மையம்</u> என அழைக்கப்படுகிறது.

(ii) இரண்டு பக்கங்களும் அவற்றை உள்ளடக்கிய கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது முக்கோணம் அமைத்தல் (SAS நியமம்) :

எடுத்துக்காட்டு 6.4

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகள் PQ = 4 செ.மீ, QR = 6.5 செ.மீ மற்றும் $\angle PQR = 60°$ உள்ள முக்கோணம் PQR ஐ அமைக்க.

தீர்வு :

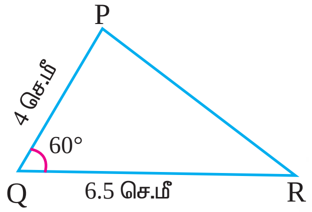
கொடுக்கப்பட்ட அளவுகள்

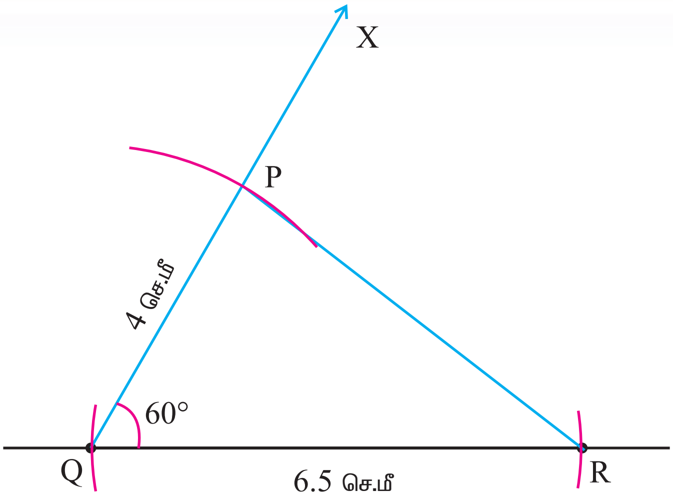
PQ = 4 செ.மீ

QR = 6.5 செ.மீ

$\angle PQR = 60°$

உதவி படம்





வரைதலுக்கான படிகள் :

படி 1 : QR = 6.5 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.

படி 2 : Q என்ற புள்ளியில் QR உடன் 60^0 கோணத்தை உண்டாக்கும் QX என்ற நேர் கோடு வரைக.

படி 3 : Q ஐ மையமாகக் கொண்டு , 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில் QX ஐ P ல் வெட்டுமாறு வரைக.

படி 4 : P, R இவற்றைச் சேர்க்க.

PQR தேவையான முக்கோணம் ஆகும்.

XY = 6 செ.மீ, YZ = 6 செ.மீ ∠XYZ = 70° அளவுகள் உள்ள முக்கோணம் வரைக. முக்கோணத்தின் சமமான பக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்களை அளந்து பார். நீ அறிவது என்ன ?

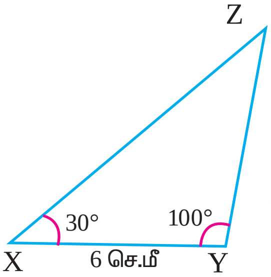
(iii) இரண்டு கோணங்களும் அவற்றை உள்ளடக்கிய ஒரு பக்கமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது முக்கோணம் அமைத்தல். (ASA நியமம்)

எடுத்துக்காட்டு 6.5

XY = 6 செ.மீ ∠ZXY = 30° மற்றும் ∠XYZ = 100° அளவுகள் உள்ள முக்கோணம் XYZ வரைக. மூன்றாவது கோணத்தின் அளவு 50° உள்ளதா என சோதிக்க.

தீர்வு :

உதவி படம்



கொடுக்கப்பட்ட அளவுகள்

XY = 6 செ.மீ

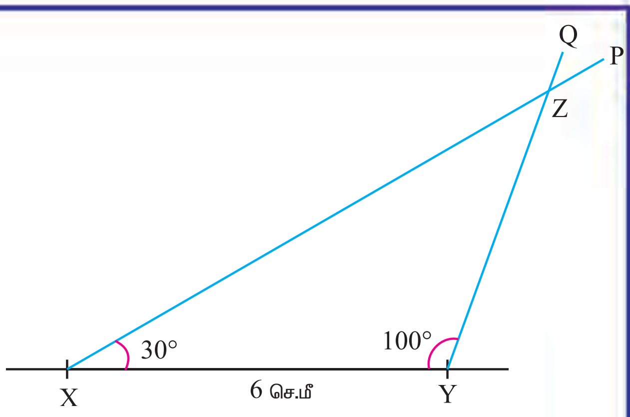
∠ZXY = 30°

∠XYZ = 100°

படி 1 : XY = 6செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.

படி 2 : 'X' என்ற புள்ளியில் XY உடன் 30° கோணத்தை ஏற்படுத்தும் XP என்ற ஒரு கதிர் வரைக.

படி 3 : 'Y'ல் XY உடன் 100° கோணத்தை உண்டாக்கும் மற்றொரு கதிர் YQ ஐ வரைக. XP மற்றும் YQ கதிர்கள் Zல் வெட்டுகின்றன.



படி 4 : XYZ தேவையான முக்கோணம் ஆகும்.

மூன்றாவது கோணத்தின் அளவு 50° ஆகும். (அதாவது $\angle Z = 50°$).

PQ = 7 செ.மீ $\angle Q = 70°$ மற்றும் $\angle R = 40°$ என்ற அளவுகள் உள்ள முக்கோணம் PQR வரைக.

குறிப்பு : முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180° என்ற பண்பை பயன்படுத்துக.

பயிற்சி 6.3

I. கீழே கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணங்களை வரைக.

1. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகள் PQ = 6 செ.மீ, QR = 7 செ.மீ, PR = 5 செ.மீ உள்ள $\triangle PQR$ வரைக.
2. 7 செ.மீ பக்கம் உள்ள சமபக்க முக்கோணம் வரைக. பாகைமானியை பயன்படுத்தி முக்கோணத்தின் ஒவ்வொரு கோணத்தையும் அளக்கவும். அவைகள் சமமானவையா ?
3. DE = 4.5செ.மீ , EF = 5.5செ.மீ மற்றும் DF = 4.5 செ.மீ அளவுள்ள முக்கோணம் DEF வரைக. இது எவ்வகை முக்கோணம் என அறிய முடிகிறதா ? இதன் பெயரை எழுதுக.

II. கீழே கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணங்களை வரைக.

4. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகள் YZ = 7செ.மீ ,ZX = 5 செ.மீ மற்றும் $\angle Z = 50°$உள்ள $\triangle XYZ$வரை.
5. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகள் PQ = 6செ.மீ , PR =9 செ.மீ மற்றும் $\angle P = 100°$ உள்ள $\triangle PQR$ வரைக.
6. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகள் AB = 6 செ.மீ , BC = 8 செ.மீ மற்றும் $\angle B = 90°$ உள்ள $\triangle ABC$ வரைக. AC ன் நீளத்தை அளக்கவும்.

III. கீழே கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணங்களை வரைக.

7. $\angle X = 50°$, $\angle Y = 70°$ மற்றும் XY = 5 செ.மீ அளவுகள் உள்ள $\triangle XYZ$ வரைக.
8. $\angle A = 120°$, $\angle B = 30°$ மற்றும் AB = 7 செ.மீ அளவுகள் உள்ள $\triangle ABC$ வரைக
9. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகள் $\angle L = 40°$, $\angle M = 40°$ மற்றும் LM = 6 செ.மீ உள்ள $\triangle LMN$ வரைக. $\angle L$ மற்றும் $\angle M$ ஆகிய கோணங்களுக்கு எதிரேயுள்ள பக்கங்களின் நீளத்தினை அளந்து எழுதுக. அவைகள் சமமானவையா ?

7 விவரங்களைக் கையாளுதல்

அறிமுகம்

விவரங்களைக் கையாளுதல் என்பது புள்ளியியலின் ஒரு பகுதியாகும். புள்ளியியல் என்ற சொல் 'ஸ்டேட்டஸ்' என்ற லத்தீன் சொல்லிலிருந்து வந்ததாகும். புள்ளியியல் என்பது அறிவியல் சார்ந்த எண்கள் (science of numbers). அந்த எண்கள் இங்கு விவரங்களை எண்களோடு சேர்த்து ஒப்பிடப்படுகிறது. அதாவது

(i) வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள்

(ii) ஒரு கிராமத்தில் குறிப்பிட்ட வயதுள்ள குழந்தைகளின் எடை

(iii) ஒரு வருடத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தில் பெய்த மழையின் அளவு

புள்ளியியல், விவரங்களை சேகரித்தல், வகைப்படுத்துதல் பகுப்பாய்வு செய்தல் மற்றும் இவற்றின் மூலம் தகவல்களைப் பெறுவதற்கு புள்ளியியல் பயன்படுகிறது. தேவையான தகவல்களைத் தருகின்ற, எண்சார்வடிவில் அமைந்த எந்த ஒரு தகவலின் தொகுப்பும் விவரம் ஆகும்.

தொகுக்கப்படாத விவரங்கள்

ஒரு வகுப்பில் உள்ள மாணவர்கள் ஒரு கணிதத்தேர்வில் பெற்ற மதிப்பெண்களை சேகரிப்போம். தொகுப்பு ஆகும். ஆரம்ப நிலையில் உள்ள இந்த தொகுப்பை அதே வடிவில் வழங்கினால் அவை தொகுக்கப்படாத விவரங்கள் ஆகும்.

தொகுக்கப்படாதவிவரம்என்பதுசெய்முறைபடுத்தப்படாதமற்றும்வகைப்படுத்தப்படாத விவரம் ஆகும்.

தொகுக்கப்பட்ட விவரங்கள்

சில சமயங்களில் தொகுக்கப்படாத விவரங்களின் தொகுப்பு எண்ணிக்கையில் பெரியதாகவும் அதே நிலையில் நமக்கு எந்தவித செய்தியையும் வெளிப்படுத்தாத தாகவும் இருக்கலாம். விவரங்கள் மிகப் பெரியதாக இருக்கும்போதெல்லாம் நாம் அவற்றை கருத்துள்ளவாறு வகைப்படுத்தி பின்னர் பகுத்தாய்வு செய்ய வேண்டியிருக்கிறது.

விவரங்கள், குழுக்கள் அல்லது பிரிவுகள் சீர்படுத்தப்பட்டிருந்தால் அவை தொகுக்கப்பட்ட விவரங்கள் ஆகும்.

விவரங்களை சேகரித்தல்

ஆரம்ப நிலையில் ஆய்வுக்கு சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்கள் நம் தேவைக்கு தொடர்புடையதாக இருக்கவேண்டும்.

முதல் நிலை விவரம்

மலைவாழ் கிராமங்களிலிருந்து வரும் மாணவர்களில் பார்த்து அறியும் திறன் கொண்டவர்களின் விவரத்தின் வகையை அறிக

எடுத்துக்காட்டாக, ஏழாம் வகுப்பு ஆசிரியர் திரு. வினோத் என்பவர் மாணவர்களை இன்பச்சுற்றுலா அழைத்துச்செல்ல திட்டமிடுகிறார். அவர் மாணவர்களின் விருப்பத்திற்கேற்ப

(i) அவர்கள் செல்ல வேண்டிய இடம்

(ii) விளையாட வேண்டிய விளையாட்டு

(iii) அவர்களுக்கு தேவையான உணவு

ஆகியவற்றைப் பற்றி கேட்கிறார்.

இவையனைத்திற்கும் அவர் விவரங்களை மாணவர்களிடமிருந்து நேரிடையாக சேகரித்தார். இவ்விதமாக விவரங்கள் சேகரிப்பதை முதல் நிலை விவரம் என்கிறோம்.

7.1 தொடர்ச்சியான விவரங்களை சேகரித்து தொகுத்தல்

இணையதளம், செய்தித்தாள், இதர பத்திரிக்கை, தொலைக்காட்சி மூலம் செல்லும் இடத்தின் தட்ப வெட்ப நிலைபற்றிய விவரங்களை ஏழாம் வகுப்பு ஆசிரியர் திரு வினோத் சேகரித்தார். இந்த வெளி விவரங்களை இரண்டாம் நிலை விவரம் என்கிறோம்.

மாறி

புள்ளியியலைப் பொறுத்தவரை அளவிடக் கூடியது மாறி எனப்படும்.

அவை குறிப்பிட்ட எல்லைக்குள் எண் மதிப்பு கொண்டிருக்கும்.

(i) வயது, (ii) வருமானம், (iii) உயரம் மற்றும் (iv) எடை என்பன மாறிகளுக்கான சில எடுத்துக்காட்டுகளாகும்.

நிகழ்வெண்

நாம் பள்ளியில் மாணவர்களின் உயரத்தை அளப்போம். 140செ.மீ. என்ற உயரம் பலமுறை வருவதற்கு வாய்ப்பு உண்டு. நாம் அந்த உயரம் எத்தனை தடவை வருகிறது என்று கணக்கிடுவோம். இந்த 140 செ.மீட்டரே நிகழ்வெண் ஆகும்.

ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பு மீண்டும் மீண்டும் எத்தனை தடவைகள் வருகின்றதோ அந்த எண்ணிக்கை அந்த மதிப்பின் நிகழ்வெண் ஆகும்.

வீச்சு

ஒரு குறிப்பிட்ட விவரத்தின் மிகப்பெரிய மதிப்பிற்கும் மிகச்சிறிய மதிப்பிற்கும் உள்ள வித்தியாசத்தை வீச்சு என்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு 7.1

ஒரு வகுப்பறையில் உள்ள 20 மாணவர்களின் உயரங்கள் (செ.மீ) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

120, 122, 127, 112, 129, 118, 130, 132, 120, 115

124, 128, 120, 134, 126, 110, 132, 121, 127, 118.

இங்கு மிகச்சிறிய மதிப்பு 110 செ.மீ. மற்றும் மிகப்பெரிய மதிப்பு 134 செ.மீ.

வீச்சு = மிகப்பெரிய மதிப்பு - மிகச்சிறிய மதிப்பு

= 134 – 110 = 24

பிரிவு மற்றும் பிரிவு இடைவெளிகள்

மேற்கூறிய எடுத்துக்காட்டு 7.1 இல் நாம் 5 பிரிவுகளை எடுத்துக்கொள்வோம். 110 - 115, 115, -120, 120 - 125, 125 - 130, 130 - 135 ஒவ்வொரு பிரிவையும் பிரிவு இடைவெளிகள் என்று கூறலாம். பிரிவு இடைவெளிகள் சமமாக இருக்க வேண்டும்.

பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை மிகப்பெரியதாகவோ அல்லது மிகச்சிறியதாகவோ இருக்கக் கூடாது. பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை பொதுவாக ஐந்திலிருந்து பத்துக்குள் இருக்கலாம்.

பிரிவு எல்லைகள்

வகுப்பு 110 - 115 இல் 110 என்பது பிரிவின் கீழ் எல்லை மற்றும் 115 என்பது மேல் எல்லை என அழைக்கப்படும்.

பிரிவு இடைவெளியின் அகலம்

ஒரு பிரிவு இடைவெளியின் மேல் எல்லைக்கும் கீழ் எல்லைக்கும் இடையே உள்ள வித்தியாசம் அவ்விடைவெளியின் அளவு அல்லது அகலம் என்று அழைக்கப்படுகிறது. மேற்கூறிய எடுத்து காட்டு 7.1 இல் பிரிவு இடைவெளியின் அளவு (அகலம்) 115 - 110 = 5. நாம் பிரிவு இடைவெளியை அதிகரித்தால் பிரிவு எண்ணிக்கையை குறைக்கலாம்.

இரண்டுவிதமான பிரிவு இடைவெளிகள் உள்ளன. அவை

(i) மேல் எல்லை சேர்த்துக்கொள்ளப்பட்ட வடிவம்

(ii) மேல் எல்லை சேர்த்துக்கொள்ளப்படாத வடிவம்

(i) மேல் எல்லை சேர்த்துக் கொள்ளப்பட்ட வடிவம்

இந்த பிரிவு இடைவெளியில் கீழ் எல்லையும் மேல் எல்லையும் பிரிவு இடைவெளியில் சேர்த்துக்கொள்ளப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக முதல் பிரிவு இடைவெளி 110 - 114 இல் உயரங்கள் 110 செ.மீ–ம் 114 செ.மீ–ம் சேர்க்கப்படுகிறது. இரண்டாவது பிரிவு இடைவெளி 115 - 119 இல் உயரங்கள் 115 செ.மீ மற்றும் 119 செ.மீ சேர்க்கப்படுகிறது. இவ்வாறு மற்ற பிரிவு இடைவெளிகளை எழுதலாம்.

(ii) மேல் எல்லை சேர்த்துக் கொள்ளப்படாத வடிவம்

மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டு 7.1 இல் முதல் பிரிவு இடைவெளி 110 - 115 ல் 110 செ.மீட்டர் சேர்த்தும் 115 செ.மீட்டர் சேர்க்கப்படாமலும் இருக்கும். இரண்டாவது பிரிவு இடைவெளியில் 115 செ.மீ சேர்த்தும் மற்றும் 120 செ.மீ ஐ சேர்க்கப்படாமலும் இருக்கும். ஏனெனில் 115 செ.மீ இரண்டு பிரிவு இடைவெளிகளிலும் உள்ளது. இது போன்ற சூழ்நிலையில் 115 செ.மீ எந்தப்பிரிவு இடைவெளியில் கீழ் எல்லையாக 115 செ.மீ அமைகின்றதோ அந்தப்பிரிவு இடைவெளியில் சேர்த்துக்கொள்ளப்படுகிறது.

நேர்க்கோட்டு குறிகள்

மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டு 7.1இல் 110 - 115 என்ற பிரிவு இடைவெளியில் உயரங்கள் 110 செ.மீ, 112 செ.மீ அமைகிறது. நாம் இப்பொழுது || என்ற நேர்க்கோட்டு குறியை குறிக்க வேண்டும்.

ஐந்து நேர்க்கோட்டு குறிகளை குறிக்க வேண்டி இருந்தால் நாம் முதலில் நான்கு நேர்க்கோட்டு குறியை வரைந்து ஐந்தாவது நேர்க்கோட்டு குறியை குறுக்காக குறிக்கவும். ஆகவே ~~||||~~ என்பது ஐந்து நேர்க்கோட்டு குறிகளின் தொகுப்பு ஆகும்.

ஏழின் மதிப்பை ஐந்து நேர்க்கோட்டு குறிகளின் தொகுப்பு ஒன்றை வரைந்து, இரண்டு நேர்க்கோட்டு குறிகளை இங்கு கொடுத்துள்ள படி 𝍸 || குறிக்கவும்.

நிகழ்வுப்பட்டியல்

மூன்று நிரல்களைக் கொண்ட அட்டவணை மூலம் விவரங்கள் தரப்பட்டுள்ளன. அட்டவணையில் முதல் நிரலில் எண், இரண்டாம் நிரலில் நேர்க்கோட்டுக் குறிகள் மற்றும் மூன்றாம் நிரலில் நிகழ்வெண் என்ற மூன்று தலைப்புகளைக் கொண்ட அட்டவணையை **நிகழ்வுப்பட்டியல்** என்கிறோம். (அட்டவணை 7.3 ஐ பார்க்க)

மாறிலிகளின் மதிப்பு பிரிவு இடைவெளியில் இருந்தால் அதன் **நிகழ்வெண்களை** அந்தந்த பிரிவு இடைவெளிக்கு எதிரே குறித்தால் நமக்கு நிகழ்வுப்பரவல் கிடைக்கும். அனைத்து நிகழ்வெண்களையும் கூட்டி, கூடுதலை மொத்தத்திற்கு நேராக நிகழ்வெண்நிரலுக்கு கீழாக குறிக்க வேண்டும். இக்கூடுதலானது கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் மொத்த எண்ணிக்கைக்குச் சமமாக இருக்கும். மேலே கூறிய முறையில் அமைக்கும் அட்டவணையை விவரங்களை **அட்டவணைப்படுத்துதல்** என்கிறோம்.

இப்பொழுது எடுத்துக்காட்டு 7.1 இல் உள்ள விவரங்களை அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

மேல் எல்லை சேர்த்துக்கொள்ளப்பட்ட வடிவம்

பிரிவு இடைவெளிகள்	நேர்க்கோட்டுக் குறியீடுகள்	நிகழ்வெண்
110 - 114	||	2
115 - 119	|||	3
120 - 124	𝍸 |	6
125 - 129	𝍸	5
130 - 134	||||	4
	மொத்தம்	20

அட்டவணை 7.1

மேல் எல்லை சேர்த்துக்கொள்ளப்படாத வடிவம்

பிரிவு இடைவெளிகள்	நேர்க்கோட்டுக் குறியிகள்	நிகழ்வெண்
110 - 115	||	2
115 - 120	|||	3
120 - 125	𝍸 |	6
125 - 130	𝍸	5
130 - 135	||||	4
	மொத்தம்	20

அட்டவணை 7.2

தொகுக்கப்படாத விவரங்களுக்கு நிகழ்வுப்பட்டியல்

எடுத்துக்காட்டு 7.2

கீழே கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு நிகழ்வு பட்டியலைத் தயாரிக்க

5, 1, 3, 4, 2, 1, 3, 5, 4, 2

1, 5, 1, 3, 2, 1, 5, 3, 3, 2.

தீர்வு:

மேலே உள்ள விவரங்களிலிருந்து, நாம் 1, 2, 3, 4 மற்றும் 5 என்ற எண்கள் மீண்டும் மீண்டும் வருவதைக் காணலாம். ஆதலால் 1, 2, 3, 4 மற்றும் 5 என்ற எண்களை எண் என்ற நிரலின் கீழ் ஒன்றன் கீழ் ஒன்றாக எழுதவும்.

இப்பொழுது எண்களை ஒன்றன் பின் ஒன்றாகப்படித்து, அந்த எண்ணுக்கு நேராக, நேர்க்கோட்டு குறிகள் என்ற நிரலில் ஒரு நேர்க்கோட்டுக் குறியை இடுக. இதே முறையில் கடைசி எண் வரும் வரை குறிக்கவும். 1, 2, 3, 4 மற்றும் 5 என்ற எண்களுக்கு எதிராக உள்ள நேர்க்கோட்டுக் குறிகளைக் கூட்டி, கூடுதலை நிகழ்வெண் நிரலில் குறிக்கவும். அனைத்து நிகழ்வெண்களையும் கூட்டி, கூடுதலை மொத்தத்திற்கு எதிராக எழுதவும்.

எண்	நேர்க்கோட்டுக்குறிகள்	நிகழ்வெண்
1	|||| (வெட்டு)	5
2	||||	4
3	|||| (வெட்டு)	5
4	||	2
5	||||	4
	மொத்தம்	20

அட்டவணை 7.3

கொடுத்துள்ள விவரங்களுக்கு நிகழ்வுப்பரவல் அமைக்கும் பொழுது, நாம் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டியவை

(i) தேவையான பிரிவுகளைத் தேர்ந்தெடுக்கவும். அவை மிகச் சிறியதாகவோ அல்து மிகப் பெரியதாகவோ இருக்கக்கூடாது.

(ii) தேவையான பிரிவு இடைவெளிகளை (அல்லது பிரிவு இடைவெளியின் அகலம்) தேர்ந்தெடுக்கவும்

(iii) பிரிவுகளின் இடைவெளியின் மதிப்பு அதிகரித்துக் கொண்டேயும் அவற்றிற்கிடையே இடைவெளி இல்லாமலும் அமைக்க வேண்டும்.

தொகுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு நிகழ்வுப்பட்டியல்

எடுத்துக்காட்டு 7.3

ஒரு கணிதத்தேர்வில் ஏழாம் வகுப்பில் 30 மாணவர்கள் எடுத்த மதிப்பெண்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அந்த விவரங்களுக்கு நிகழ்வுப்பட்டியலைத் தயாரிக்க.

25, 67, 78, 43, 21, 17, 49, 54, 76, 92, 20, 45, 86, 37, 35

60, 71, 49, 75, 49, 32, 67, 15, 82, 95, 76, 41, 36, 71, 62

தீர்வு:

குறைந்த மதிப்பெண் 15.

அதிக மதிப்பெண் 95.

வீச்சு = மிகப் பெரிய மதிப்பு – மிகச் சிறிய மதிப்பு

= 95 – 15

= 80

9 பிரிவுகளை அதன் பிரிவு இடைவெளி 10 இருக்குமாறு தேர்ந்தெடுக்கவும் 10 - 20, 20 - 30,⋯,90 - 100– க்கு நிகழ்வுப்பட்டியல் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

பிரிவு இடைவெளிகள்	நேர்க்கோட்டுக்குறிகள்	நிகழ்வெண்
10 - 20	||	2
20 - 30	|||	3
30 - 40	||||	4
40 - 50	~~||||~~	5
50 - 60	||	2
60 - 70	||||	4
70 - 80	~~||||~~ |	6
80 - 90	||	2
90 - 100	||	2
	மொத்தம்	30

அட்டவணை 7.4

7.2 தொடர்ச்சியான தொகுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பட்டியல்

தொடர்ச்சியான தொகுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பட்டியலுக்கு பிரிவு எல்லைகளை கண்டுபிடித்தல்

வழிகள்

(i) முதல் பிரிவின் மேல் எல்லைக்கும் இரண்டாவது பிரிவின் கீழ் எல்லைக்கும் உள்ள வித்தியாசத்தை கண்டுபிடிக்கவும்.

(ii) அந்த வித்தியாசத்தை 2 ஆல் வகுக்கவும் அதன் விடையை x எனக்கொள்க.

(iii) எல்லாப் பிரிவு இடைவெளியில் உள்ள கீழ் எல்லையிலிருந்து 'x' ஐக்கழிக்கவும்.

(iv) எல்லாப் பிரிவு இடைவெளியிலும் உள்ள மேல் எல்லையில் 'x' ஐக் கூட்டவும். இப்பொழுது கிடைக்கும் ஒருபுதிய எல்லை உண்மையான பிரிவு எல்லையாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 7.4

ஒரு குறிப்பிட்ட தொலைக்காட்சி நிகழ்ச்சிகளை பார்க்கும் மக்களின் வயது கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதற்கு நிகழ்வுப்பட்டியலைத் தயாரிக்க.

பிரிவு இடைவெளி வயது	10 -19	20 -29	30 - 39	40 - 49	50 - 59	60 - 69
நபர்களின் எண்ணிக்கை	45	60	87	52	25	12

தீர்வு:

இந்த அட்டவணையில் பிரிவு இடைவெளிகள் இடையே இடைவெளிகள் உள்ளன. ஆகவே நாம் பிரிவுகளை மாற்றி (exclusive method-இல்) எழுதிக்கொள்வோம்.

முதல் பிரிவின் மேல் எல்லைக்கும் இரண்டாம் பிரிவின் கீழ் எல்லைக்கும் உள்ள வித்தியாசம் = 20 – 19 = 1

வித்தியாசத்தை 2 ஆல் வகுக்கவும்.

$$x = \frac{1}{2} = 0.5$$

இப்பொழுது 0.5ஐ கீழ்எல்லையிருந்து கழித்து மற்றும் 0.5ஐ மேல் எல்லையில் சேர்க்கவும். இப்பொழுது நமக்கு தொடர்ச்சியான தொகுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பட்டியலை உண்மையான பிரிவு எல்லையிலிருந்து பெறலாம்.

பிரிவு இடைவெளிகள் (வயது)	நிகழ்வெண் (நபர்களின் எண்ணிக்கை)
9.5 - 19.5	45
19.5 - 29.5	60
29.5 - 39.5	87
39.5 - 49.5	52
49.5 - 59.5	25
59.5 - 69.5	12

அட்டவணை 7.5

பயிற்சி 7.1

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க

i) கொடுத்துள்ள விவரங்களில் மிகப்பெரிய மதிப்பிற்கும் மிகச்சிறிய மதிப்பிற்கும் உள்ள வித்தியாசம்

(A) நிகழ்வெண் (B) பிரிவு எல்லை (C) பிரிவு இடைவெளி (D) வீச்சு

ii) மாணவர்கள் தேர்வில் வாங்கிய மதிப்பெண்கள் 65, 97, 78, 49, 23, 48, 59, 98 எனில் விவரங்களின் வீச்சு

(A) 90 (B) 74 (C) 73 (D) 75

iii) முதல் 20 இயல் எண்களின் வீச்சு

(A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 21

iv) பிரிவு இடைவெளி 20 - 30இன் கீழ் எல்லை

(A) 30 (ஆ) 20 (C) 25 (D) 10

v) பிரிவு இடைவெளி 50 - 60இன் மேல் எல்லை

(A) 50 (B) 60 (C) 10 (D) 55

2. கீழே கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு நிகழ்வுபட்டியலைத் தயாரிக்க.

    10, 15, 13, 12, 14, 11, 11, 12, 13, 15

    11, 13, 12, 15, 13, 12, 14, 14, 15, 11

3. ஒரு நகரில் மருத்துவமனையில் 26 நோயாளிகள் இருந்தனர். அவர்களுக்கு கொடுக்கப்பட்ட மாத்திரைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அந்த விவரங்களுக்கு நிகழ்வுப்பட்டியலைத் தயாரிக்க.

    2, 4, 3, 1, 2, 2, 2, 4, 3, 5, 2, 1, 1, 2

    4, 5, 1, 2, 5, 4, 3, 3, 2, 1, 5, 4.

4. 25 வாரங்களில் தொடங்கப்பட்ட ஒரு வங்கியின் சேமிப்பு புத்தகத்தின் கணக்கு விவரம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த விவரங்களுக்கு நிகழ்வு பட்டியலைத் தயாரிக்க.

    15, 25, 22, 20, 18, 15, 23, 17, 19, 12, 21, 26, 30

    19, 17, 14, 20, 21, 24, 21, 16, 22, 20, 17, 14

5. 20 நபர்களின் எடை (கிலோ கிராம்) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

    42, 45, 51, 55, 49, 62, 41, 52, 48, 64

    52, 42, 49, 50, 47, 53, 59, 60, 46, 54

    நிகழ்வு பட்டியலை கொடுத்துள்ள பிரிவு இடைவெளிகளை வைத்து அமைக்க 40 - 45, 45 - 50, 50 - 55, 55 - 60 மற்றும் 60 - 65.

6. 30 மாணவர்கள் கணிதத்தேர்வில் வாங்கிய மதிப்பெண்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

    45, 35, 60, 41, 8, 28, 31, 39, 55, 72, 22, 75, 57, 33, 51

    76, 30, 49, 19, 13, 40, 88, 95, 62, 17, 67, 50, 66, 73, 70

    நிகழ்வுப்பட்டியலைத் தயாரிக்க.

7. கொடுத்துள்ள விவரங்களுக்கு தொடர்ச்சியான தொகுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பட்டியலைத் தயாரிக்க.

பிரிவு இடைவெளி (எடை கிலோ கிராமில்)	21 - 23	24 - 26	27 - 29	30 - 32	33 - 35	36 - 38
நிகழ்வெண் (மாணவர்களின் எண்ணிக்கை)	2	6	10	14	7	3

8. பின் வரும் விவரங்கள் ஒரு தோப்பில் உள்ள மரங்களின் உயரத்தைக் குறிக்கின்றன. தொடர்ச்சியான தொகுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பட்டியலைத் தயாரிக்க.

பிரிவு இடைவெளி (உயரம் மீட்டரில்)	2 - 4	5 - 7	8 - 10	11 - 13	14 - 16
நிகழ்வெண் (மரங்களின் எண்ணிக்கை)	29	41	36	27	12

7.3 தொகுக்கப்படாத விவரங்களுக்கு சராசரி, இடைநிலையளவு, முகடு கூட்டுச்சராசரி

நாம் சராசரி என்ற வார்த்தையை அன்றாட வாழ்க்கையில் உபயோகப்படுத்துகிறோம்.

பூவினி தினமும் சராசரியாக 5 மணிநேரம் தன் படிப்பிற்காக செலவிடுகிறாள்.

மே மாதத்தில் சென்னையில் சராசரியாக 40 டிகிரி செல்சியஸ் வெப்பம் இருக்கிறது.

மேற்கூறிய வாக்கியங்கள் நமக்கு என்ன சொல்கின்றன ?

பூவினி தினமும் சராசரியாக 5 மணிநேரம் படிக்கிறாள். சில நாட்களில் குறைந்த நேரமும் மற்ற நாட்களில் அதிக நேரமும் படிக்கிறாள்.

சென்னையில் சராசரியாக 40 டிகிரி செல்சியஸ் வெப்பம் என்பது மே மாதத்தில் சென்னையின் வெப்பநிலை சில சமயங்களில் 40 டிகிரி செல்சியஸுக்கு குறைவாகவோ மற்ற சமயங்களில் 40 டிகிரி செல்சியஸுக்கு அதிகமாகவோ இருந்தது என்பதைக் குறிக்கிறது.

சராசரி என்பது கொடுத்துள்ள விவரங்களில் அதிக மதிப்பிற்கும் குறைந்த மதிப்பிற்கும் இடைப்பட்ட மதிப்பாகும்.

ரோகிட் என்பவன் பல்வேறு பாடங்களில் கீழ்க்கண்ட மதிப்பெண்களை எடுத்துள்ளான். 62, 84, 92, 98, 74.

அவனுடைய சராசரி மதிப்பெண்ணை கண்டு பிடிக்க

நாம் முதலில் பல்வேறு பாடங்களின் மதிப்பெண்களையும் கூட்டவும்.

$$62 + 84 + 92 + 98 + 74 = 410.$$

பிறகு அதை மொத்த பாடங்களின் எண்ணிக்கையால் வகுக்கவும். (அதாவது 5ஆல்)

$$\text{ரோகிட் பெற்ற சராசரி மதிப்பெண்} = \frac{410}{5} = 82.$$

இந்த மதிப்பு அவனுடைய படிப்பில் அவன் எடுத்த வெற்றியின் பொது நிலையை தெரிந்து கொள்ள உதவுகிறது.

அதாவது சராசரி அல்லது கூட்டுச்சராசரி என்பது கீழே வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$\text{சராசரி} = \frac{\text{மதிப்புகளின் கூட்டுத்தொகை}}{\text{மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை}}$$

எடுத்துக்காட்டு 7.5

காயத்ரி 3 நாட்களில் முறையே 4 மணிநேரம் 5 மணிநேரம் மற்றும் 3 மணிநேரம் படிக்கிறாள். அவள் சராசரியாக எத்தனை மணிநேரம் தினமும் படிக்கிறாள்.

தீர்வு:

$$\text{படிப்பின் சராசரிநேரம்} = \frac{\text{படித்த நேரத்தின் கூடுதல்}}{\text{படித்த நாட்களின் எண்ணிக்கை}}$$

$$= \frac{4 + 5 + 3}{3} \text{ மணி}$$

$$= \frac{12}{3}$$

$$= 4 \text{ மணிநேரம் (ஒரு நாளைக்கு).}$$

இதிலிருந்து காயத்ரி சராசரியாக ஒரு நாளைக்கு 4 மணிநேரம் படித்திருக்கிறாள் என்று சொல்லலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 7.6

ஆறு குடும்பங்களின் மாதவருமானம் முறையே ₹ 3500, ₹ 2700, ₹ 3000, ₹ 2800, ₹ 3900, ₹ 2100 வருமானத்தின் சராசரியைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{மாதவருமானத்தின் சராசரி} = \frac{\text{ஆறு குடும்பங்களின் மொத்த வருமானம்}}{\text{குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை}}$$

$$= \frac{₹\ 3500 + 2700 + 3000 + 2800 + 3900 + 2100}{6}$$

$$= ₹\ \frac{18000}{6}$$

$$= ₹\ 3{,}000.$$

எடுத்துக்காட்டு 7.7

5 பேனாக்களின் சராசரிவிலை ₹ 75. 5 பேனாக்களின் மொத்தவிலை என்ன ?

தீர்வு:

$$\text{சராசரி} = \frac{\text{5 பேனாக்களின் மொத்தவிலை}}{\text{பேனாக்களின் எண்ணிக்கை}}$$

$$\text{5 பேனாக்களின் மொத்தவிலை} = \text{சராசரி} \times \text{பேனாக்களின் எண்ணிக்கை}$$

$$= ₹\ 75 \times 5$$

$$= ₹\ 375$$

இடைநிலை

11 மாணவர்களைக் கொண்ட குழுவின் உயரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

106, 110, 123, 125, 115, 120, 112, 115, 110, 120, 115.

உடற்பயிற்சி ஆசிரியர் திரு கௌதம் மாணவர்களை இரு குழுக்களாக பிரிக்க விரும்புகின்றார். இரு குழுக்களிலும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை சமமாக இருக்க வேண்டும். அவ்வாறு பிரிக்கும் போது ஒரு குழுவில் உள்ள மாணவர்களின் உயரங்கள் ஒரு குறிப்பிட்ட உயரத்தை விட அதிகமாகவும் (அதிகம்) அடுத்த குழுவில் உள்ள மாணவர்களின் உயரங்கள் அக்குறிப்பிட்ட உயரத்தை விட குறைவாகவும் இருக்க வேண்டும்.

இப்பொழுது திரு கௌதம், மாணவர்களை அவர்கள் உயரங்கள் வாரியாக (குறைந்த உயரத்திலிருந்து அதில் உயரம் வரை) நிற்கவைக்கிறார்.

106, 110, 110, 112, 115, 115,115, 120, 120, 123, 125

கொடுத்துள்ள விவரங்களின் இடைநிலை மதிப்பு 115. ஏனெனில் இந்த மதிப்பு (உயரம்) 5 மாணவர்களைக் கொண்ட இரு (சம) குழுக்களாகப் பிரிக்கிறது. இந்த மதிப்பை இடைநிலை அளவு எனக்கூறலாம். திரு கௌதம் நடுவில் உள்ள மாணவனை விளையாட்டுக்கு நடுநிலையாக வைக்க தீர்மானிக்கிறார்.

விவரங்களை ஏறுவரிசை அல்லது இறங்குவரிசையில் வரிசைபடுத்தும்பொழுது கிடைக்கும் மைய மதிப்பு இடைநிலை ஆகும்.

கொடுத்துள்ள விவரங்களின் இடைநிலையைக் காண்க.

40, 50, 30, 60, 80, 70

கொடுத்துள்ள விவரங்களின் ஏறுவரிசை : 30, 40, 50, 60, 70, 80.

கொடுக்கப்பட்ட எண்ணிக்கை 6 என்பது இரட்டைப்படை எண் ஆகவே மூன்றாவது மற்றும் நான்காவது உறுப்பு இடைநிலை உறுப்பாகும். இந்த இரண்டு உறுப்புகளின் சராசரி இடைநிலை ஆகும்.

(அதாவது) இடைநிலை $= \frac{50+60}{2} = \frac{110}{2} = 55.$

(i) கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் எண்ணிக்கை ஒற்றைப்படையாக இருந்தால் நடுவில் உள்ள விவரம் இடைநிலை ஆகும்.

(ii) கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் எண்ணிக்கை இரட்டைப்படையாக இருந்தால் இரண்டு நடு விவரங்களின் கூட்டுச்சராசரியே இடைநிலை ஆகும்.

முயன்று பார்

உன்னுடைய பள்ளிக்கும், வீட்டிற்கும் இடையே உள்ள தூரத்தை கணக்கிட்டு இடைநிலையைக் காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 7.8

கீழ்க்கண்ட விவரங்ளுக்கு இடைநிலையைக் காண்க.

3, 4, 5, 3, 6, 7, 2.

தீர்வு:

விவரங்களை ஏறுவரிசையில் எழுதுக.

2, 3, 3, 4, 5, 6, 7

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் எண்ணிக்கை 7. இது ஒற்றைப்படை ஆகவே 4 என்பது இடைநிலை அளவு ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 7.9

12, 14, 25, 23, 18, 17, 24, 20 என்ற விவரங்களின் இடைநிலையைக் காண்க.

தீர்வு:

கொடுத்த விவரங்களை ஏறுவரிசையில் எழுதுக.

12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 25.

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் எண்ணிக்கை 8. இது இரட்டைப்படை எண் ஆகும்.

ஆகவே இடைநிலை என்பது இரு நடு விவரங்கள் 18 மற்றும் 20 இன் கூட்டுச்சராசரி ஆகும்.

இடைநிலை $= \frac{18+20}{2} = \frac{38}{2} = 19$

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

நெடுஞ்சாலையில் உள்ள மஞ்சள் கோடு இடை நிலையாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 7.10

முதல் 5 பகாஎண்களின் இடைநிலையைக் காண்க.

தீர்வு:

முதல் 5 பகாஎண்கள் 2, 3, 5, 7, 11

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை 5. இது ஒற்றைப்படை எண் ஆகும். எனவே மூன்றாவது எண் இடைநிலை ஆகும்.

அதாவது 5 என்பது இடைநிலை ஆகும்.

முகடு

கீழ்க்கண்ட எடுத்துக்காட்டை கவனிக்க

ஆயத்த ஆடையகத்தின் உரிமையாளர் திரு. இராகவன் என்பவர். தம் கடையில் 40 செ.மீ. அளவுள்ள சட்டைகளே அதிக அளவில் விற்பனையாவதாகக் கூறுகிறார்.

இங்கு கடை உரிமையாளரின் கவனம் வெவ்வேறு அளவுகளில் உள்ள விற்பனையாகும் சட்டைகளின் எண்ணிக்கையில் அமைந்துள்ளது. அவரின் கூற்றுப்படி 40 செ.மீ. அளவுள்ள சட்டைகளே அதிக அளவில் விற்பனையாகிறது. பல்வேறு அளவுகளில் அதிக அளவில் விற்பனையாகும் சட்டைகளின் அளவான 40 செ.மீ. அளவு என்பது பல அளவுகளில் முகடு எனப்படும்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களில் அதிக எண்ணிக்கையில் காணப்படும் விவரம் அவற்றின் முகடு எனப்படும்.

அதிக விவரங்களின் முகடு

விவரங்களின் அளவு அதிகமாகும் போது அவற்றை எழுதுவதும் எண்ணுவதும் எளியதல்ல இத்தகைய தருணங்களில் நாம் விவரங்களை அட்டவணைப்படுத்த வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு *7.11*

ஒரு கால் பந்து போட்டியின் முதல் கட்டப் போட்டிகளில் வெற்றிப் புள்ளிகள் பின்வருமாறு.

1, 3, 2, 5, 1, 4, 6, 2, 5, 2, 2, 2, 4, 1, 2, 3, 2, 3, 2,
1, 1, 2, 3, 2, 6, 4, 3, 2, 1, 1, 4, 2, 1, 5, 3, 4, 2, 1, 2. இவற்றிற்கு முகடு காண்க.

தீர்வு:

வெற்றிப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை	நேர்க்கோட்டுக் குறிகள்	ஆட்டங்களின் எண்ணிக்கை
1	𝍸 ||||	9
2	𝍸 𝍸 ||||	14
3	𝍸 ||	7
4	𝍸	5
5	|||	3
6	||	2
	மொத்தம்	40

அட்டவணை 7.6

இப்பொழுது நாம் விரைவாக 2 என்பது முகடு எனலாம். ஏனெனில் 2 என்பது அதிக எண்ணிக்கையில் வந்துள்ளது. அதிக ஆட்டங்களில் வெற்றிப் புள்ளிகள் பெறப்பட்டுள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு 7.12

கீழே கொடுக்கப்பட்ட விவரத்திற்கு முகட்டைக் காண்க.

3, 3, 4, 5, 3, 6, 7

தீர்வு:

3 என்பது அதிக முறை வந்துள்ளது. எனவே விவரத்தின் முகடு 3 ஆகும்.

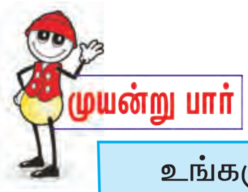
எடுத்துக்காட்டு 7.13

பின்வரும் விவரங்களுக்கு முகடு காண்க.

2, 2, 2, 3, 3, 4, 5,5, 5, 6,6, 8

தீர்வு:

2 மற்றும் 5 தலா மூன்று முறை வந்துள்ளன. ஆகவே விவரங்களுக்கு 2 மற்றும் 5 ஆகிய இரண்டுமே முகடுகளாகும்



உங்களுடைய இடத்தில் வாகனங்களின் முகடைக் காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 7.14

பின்வரும் விவரங்களுக்கு முகடு காண்க.

90, 40, 68, 94, 50, 60.

தீர்வு:

இங்கு எந்த எண்ணும் அதிக எண்ணிக்கையில் வரவில்லை. ஆகவே இந்த விவரத்திற்கு முகடு கிடையாது.

பூக்களின் முகடைக் காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 7.15

20 குடும்பங்களில் உள்ள குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை 1, 2, 2, 1, 2, 1, 3, 1, 1, 3

1, 3, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 2, 1. முகடு காண்க.

தீர்வு:

குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை	நேர்க்குறியீட்டுக் கோடு	குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை
1	𝍸 𝍸 ||	12
2	𝍸	5
3	|||	3
	மொத்தம்	20

அட்டவணை 7.7

12 குடும்பங்களில் 1 குழந்தையே உள்ளது. ஆகவே முகடு 1.

பயிற்சி 7.2

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க

i) 1, 3, 5, 7 மற்றும் 9இன் கூட்டுச்சராசரி

(A) 5 (B) 7 (C) 3 (D) 9

ii) 5 மாணவர்களின் சராசரி மதிப்பெண் 40 எனில் அவர்களின் மொத்த மதிப்பெண்

(A) 20 (B) 200 (C) 8 (D) 4

iii) 30,50, 40, 10, 20இன் இடைநிலை

(A) 40 (B) 20 (இ) 30 (ஈ) 10

iv) 2, 4, 6, 8, 10, 12இன் இடைநிலை

(A) 6 (B) 8 (C) 7 (D) 14

v) 3, 4, 7, 4, 3, 2, 4இன் முகடு

(A) 3 (B) 4 (C) 7 (D) 2

2. பத்து மாணவர்களின் கணித மதிப்பெண்கள்

56, 48, 58, 60, 54, 76, 84, 92, 82, 98. எனில்,

வீச்சு மற்றும் கூட்டுச்சராசரியைக் காண்க.

3. 5 நபர்களின் எடை

72 கி.கி, 48 கி.கி, 51 கி.கி, 69 கி.கி, 67 கி.கி எனில் அவர்களின் சராசரி எடையை காண்க.

4. இரண்டு பாத்திரங்களில் 30 லிட்டர் மற்றும் 50 லிட்டர் பால் தனித்தனியாக உள்ளது. இரண்டு பார்த்திரங்களிலும் பாலை சமமாக பங்கிட்டால் இரண்டு பாத்திரங்களின் கொள்ளளவு என்ன ?

5. ஒரு குறிப்பிட்ட வாரத்தில் நகரத்தின் அதிகபட்ச வெப்பநிலை 34.8°C, 38.5°C, 33.4°C, 34.7°C, 35.8°C, 32.8°C, 34.3°C ஆக இருந்தது. அந்த வாரத்தின் சராசரி வெப்பநிலையைக் காண்க.

6. ஒரு கிரிக்கெட் குழுவில் 10 மாணவர்களின் சராசரி எடை 65.5கி.கி. அந்த பத்து மாணவர்களின் மொத்த எடை என்ன ?

7. பின்வரும் விவரங்களின் இடைநிலையைக் காண்க.

6, 14, 5, 13, 11, 7, 8

8. 7 சாக்லேட் கட்டிகளின் எடை(கிராமில்) பின்வருமாறு

131, 132, 125, 127, 130, 129, 133 இவற்றின் இடைநிலையளவைக் காண்க.

9. ஒரு மட்டையாளர் 5 விளையாட்டுகளில் 60, 100, 78, 54, 49 என்று எடுத்த ஓட்டங்களுக்கான இடைநிலையளவைக் காண்க.

10. முதல் ஏழு இயல் எண்களின் இடைநிலையளவைக் காண்க.

11. ஏழு மாணவர்கள் தினச் செலவிற்காக வாங்கிய பணம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ₹ 42, ₹ 22, ₹ 40, ₹ 28, ₹ 23, ₹ 26, ₹ 43.இவற்றின் இடைநிலையளவைக் காண்க.
12. பின்வரும் விவரத்திற்கு முகடு காண்க: 3, 4, 3, 5, 3, 6, 3, 8, 4.
13. ஒரு பண்ணையிலிருந்து சேகரிக்கப்பட்ட 12 முட்டைகள் பின்வரும் எடைகளைக் கொண்டுள்ளன.

    32 கி,40 கி, 27 கி, 32 கி, 38 கி, 45 கி,

    40 கி, 32 கி, 39 கி, 40 கி, 30 கி, 31 கி,

    இவ்விவரத்தின் முகட்டை காண்க.
14. பின்வரும் விவரத்திற்கு முகடு காண்க: 4, 6, 8, 10, 12, 14
15. பின்வரும் விவரத்திற்கு முகடு காண்க.

    12, 14, 12, 16, 15, 13, 14, 18, 19, 12, 14, 15, 16, 15, 16, 16,

    15, 17, 13, 16, 16, 15, 13, 15, 17, 15, 14, 15, 13, 15, 14.

நினைவில் கொள்க!

1. தேவையான தகவல்களைத் தருகின்ற, எண்சார் வடிவில் அமைந்த எந்த ஒரு தகவலின் தொகுப்பும் விவரம் ஆகும்.
2. செப்பனிடாத விவரம் என்பது செய்முறை படுத்தப்படாத மற்றும் வகைப்படுத்தப்படாத விவரம் ஆகும்.
3. விவரங்களை குழுக்கள் அல்லது வகுப்புகளில் சீர்படுத்தப்பட்டிருந்தால் அவை தொகுக்கப்பட்ட விவரங்கள் ஆகும்.
4. ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பு மீண்டும் மீண்டும் எத்தனை தடவைகள் வருகின்றதோ அந்த எண்ணிக்கை அந்த மதிப்பின் நிகழ்வெண் ஆகும்.
5. வீச்சு = மிகப்பெரிய மதிப்பு – மிகச்சிறிய மதிப்பு
6. ஒரு பிரிவு இடைவெளியின் மேல் எல்லைக்கும் கீழ் எல்லைக்கும் இடையே உள்ள வித்தியாசம் அவ்விடைவெளியின் அளவு அல்லது அகலம் என்றழைக்கப்படுகிறது.
7. சராசரி என்பது கொடுத்துள்ள விவரங்களில் அதிக மதிப்பிற்கும் குறைந்த மதிப்பிற்கும் இடைப்பட்ட மதிப்பாகும்.
8. $\text{சராசரி} = \dfrac{\text{மதிப்புகளின் கூட்டுத்தொகை}}{\text{மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை}}$
9. விவரங்களை ஏறுவரிசை அல்லது இறங்கு வரிசையில் வரிசைபடுத்தும் பொழுது கிடைக்கும் மைய மதிப்பை இடைநிலை என்கிறோம்.
10. கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களில் அதிக எண்ணிக்கையில் காணப்படும் விவரம் அவற்றின் முகடு எனப்படும்.

விடைகள்

அத்தியாயம் 1

பயிற்சி 1.1

1. i) D ii) B iii) C iv) B
2. i) 0 ii) – 5 iii) 5 iv) 0
3. i) – 6 ii) – 25 iii) 651 iv) – 316 v) 0 vi) 1320
   vii) 25 viii) 25 ix) 42 x) – 24 xi) 1890 xii) – 1890
   xiii) –1440 xiv) 256 xv) 6000 xvi) 10800
4. i) – 135 ii) 16 iii) 182 iv) – 800 v) 1 vi) 0
5. ₹ 645 6. 75 மதிப்பெண் 7. ₹1500 8. ₹240

பயிற்சி 1.2

1. i) C ii) A iii) C iv) A
2. i) – 5 ii) 10 iii) 4 iv) – 1 v) – 6 vi) – 9
   vii) – 1 viii) 2 ix) 2 x) 6
3. i) 20 ii) 20 iii) – 400
4. – 5

பயிற்சி 1.3

1. i) $\frac{24}{5}$ ii) $\frac{9}{7}$ iii) 2 iv) 3 v) $\frac{14}{3}$ vi) 20
   vii) $\frac{77}{4}$ viii) 10 ix) 8 x) 24
2. i) 14 ii) 63 iii) 16 iv) 25 v) 288 vi) 16
   vii) 9 viii) 70 ix) 25 x) 50
3. i) $26\frac{1}{4}$ ii) $19\frac{4}{5}$ iii) $9\frac{3}{5}$ iv) $64\frac{2}{7}$ v) $52\frac{1}{2}$ vi) $85\frac{1}{2}$
4. 4 லிட்டர்.

பயிற்சி 1.4

1. i) 1 ii) $\frac{7}{12}$ iii) $\frac{7}{12}$ iv) $\frac{7}{18}$ v) 1 vi) $\frac{2}{63}$
2. i) $\frac{22}{27}$ ii) $\frac{1}{5}$ iii) $\frac{1}{4}$ iv) $\frac{9}{16}$ v) $\frac{9}{2}$ vi) $\frac{48}{35}$
3. i) $2\frac{4}{15}$ ii) $4\frac{29}{40}$ iii) $7\frac{1}{2}$ iv) $20\frac{1}{8}$ v) $59\frac{13}{16}$
4. 55 கி.மீ 5. $12\frac{1}{4}$ மணி

பயிற்சி 1.5

1. i) $\frac{7}{5}$ ii) $\frac{9}{4}$ iii) $\frac{7}{10}$ iv) $\frac{4}{9}$ v) $\frac{2}{33}$ vi) 9
   vii) 13 viii) $\frac{5}{7}$
2. i) $\frac{1}{15}$ ii) $\frac{1}{54}$ iii) $\frac{1}{6}$ iv) $\frac{1}{12}$
3. i) $\frac{8}{5}$ ii) $\frac{35}{36}$ iii) $4\frac{7}{12}$ iv) $1\frac{11}{16}$
4. 21 சீருடைகள் 5. 40 கி.மீ/மணி

பயிற்சி 1.6

1. i) A ii) C iiii) B iv) D
2. i) $\frac{-20}{15}, \frac{-19}{15}, \frac{-18}{15}, \frac{-17}{15}$ ii) $\frac{7}{6}, \frac{6}{6}, \frac{5}{6}, \frac{4}{6}$
   iii) $\frac{48}{28}, \frac{47}{28}, \frac{46}{28}, \frac{45}{28}$
3. i) $\frac{-3}{4}$ ii) $\frac{-3}{8}$ iii) $\frac{-3}{5}$ iv) $\frac{-5}{3}$ v) $\frac{-1}{2}$
5. i, iv, v

பயிற்சி 1.7

1. i) C ii) C iii) D iv) D
2. i) $\frac{18}{5}$ ii) $\frac{24}{13}$ iii) 2 iv) $\frac{-12}{13}$ v) $\frac{13}{3}$ vi) $\frac{19}{42}$
   vii) $\frac{-43}{21}$ viii) -3 ix) $\frac{24}{7}$ x) $\frac{-13}{30}$
3. i) 1 ii) 4 iii) $\frac{-9}{44}$ iv) $\frac{-5}{16}$ v) $\frac{23}{20}$ vi) -1
   vii) $\frac{-69}{26}$ viii) $\frac{-41}{60}$ ix) $\frac{-1}{27}$ x) $\frac{1}{12}$
4. i) $\frac{2}{35}$ ii) $\frac{1}{4}$ iii) $\frac{19}{12}$ iv) $\frac{3}{2}$ v) $\frac{-43}{28}$
5. i) $4\frac{7}{11}$ ii) $-3\frac{1}{2}$ iii) $1\frac{7}{11}$ iv) $5\frac{3}{4}$ v) $-1\frac{17}{40}$ vi) $-4\frac{7}{132}$
   vii) $-6\frac{41}{42}$ viii) $-3\frac{7}{210}$
6. $\frac{7}{4}$ 7. $\frac{4}{5}$ 8. $13\frac{17}{20}$ கி.கி.
9. $18\frac{3}{4}$ கி.கி. 10. $3\frac{9}{10}$ கி.கி.

பயிற்சி 1.8

1. i) C ii) B iii) A iv) A

2. i) $\frac{-72}{25}$ ii) $\frac{-35}{169}$ iii) $\frac{-7}{24}$ iv) $\frac{-12}{11}$ v) -20 vi) $\frac{2}{9}$

3. i) $\frac{-15}{4}$ ii) -5 iii) $26\frac{98}{125}$ iv) $66\frac{44}{375}$ v) $\frac{45}{28}$

4. i) $\frac{16}{81}$ ii) $\frac{-3}{2}$ iii) $\frac{-8}{7}$ iv) $-9\frac{3}{43}$

5. $\frac{9}{7}$ 6. $\frac{3}{2}$

பயிற்சி 1.9

1. i) C ii) C iii) A iv) C

2. i) 2.1 ii) 40.5 iii) 17.1 iv) 82.8 v) 0.45 vi) 1060.15
   vii) 2.58 viii) 1.05 ix) 10.34 x) 1.041 xi) 4.48 xii) 0.00125
   xiii) 2.108 xiv) 0.0312

3. i) 14 ii) 46.8 iii) 4567 iv) 2960.8 v) 3230 vi) 17140
   vi) 478

4. 51.5 செ.மீ ^{2} 5. 756 கி.மீ.

பயிற்சி 1.10

1. i) A ii) B iii) C iv) B

2. i) 0.3 ii) 0.09 iii) 1.16 iv) 10.8 v) 196.3 vi) 3.04

3. i) 0.68 ii) 4.35 iii) 0.09 iv) 4.43 v) 37.348 vi) 0.079

4. i) 0.056 ii) 0.007 iii) 0.0069 iv) 7.436 v) 0.437 vi) 0.7873

5. i) 0.0089 ii) 0.0733 iii) 0.04873
   iv) 0.1789 v) 0.0009 vi) 0.00009

6. i) 2 ii) 160 iii) 12.5 iv) 8.19 v) 2 vi) 35

7. 23 கி.மீ 8. 10.5 கி.கி 9. ₹ 9 10. 42.2 கி.மீ/மணி 11. 14.4

பயிற்சி 1.11

1. i) A ii) A iii) C iv) C

2. i) 256 ii) 27 iii) 1331 iv) 1728 v) 28561 vi) 0

3. i) 7^6 ii) 1^5 iii) 10^6 iv) b^5 v) 2^2a^4 vi) $(1003)^3$

4. i) $2^3 \times 3^3$ ii) 3^5 iii) 5^4 iv) 2^{10} v) 5^5 vi) 10^5

5. i) 4^5 ii) 2^5 iii) 3^2 iv) 5^6 v) 2^7 vi) 4^7

6. i) $5^2 \times 2^2$ ii) $2^7 \times 3^1$ iii) $2^1 \times 3^1 \times 133^1$ iv) $2^1 \times 3^1 \times 113^1$
   v) $2^2 \times 3 \times 79$ vi) $2^7 \times 5^1$
7. i) 200000 ii) 0 iii) 2025 iv) 1296
   v) 9000000000 vi) 0
8. i) – 125 ii) 1 iii) –72 iv) – 2000 v) 10584 vi) – 131072

பயிற்சி 1.12

1. i) B ii) A iii) C iv) C
2. i) 3^{12} ii) a^{12} iii) 7^{5+x} iv) 10^7 v) 5^9
3. i) 5^4 ii) a^4 iii) 10^{10} iv) 4^2 v) $3^0 = 1$
4. i) 3^{12} ii) 2^{20} iii) 2^{20} iv) 1 v) 5^{20}

அத்தியாயம் - 2

பயிற்சி 2.1

1. (i) A (ii) D (iii) D (iv) B (v) C
2. மாறிலி: 5, – 9.5; மாறி: a, $-xy$, p.
3. (i) $x + 6$ (ii) $-m-7$ (iii) $3q + 11$ (iv) $3x + 10$ (v) $5y - 8$
4. 3, – 4, 9
5. (i) $y^2 x$, கெழு = y^2. (ii) x, கெழு = 1.
   (iii) $3x$, கெழு = 3. (iv) $-5xy^2$, கெழு = $-5y^2$.
6. (i) $-my^2$, கெழு = $-m$. (ii) $6y^2$, கெழு = 6.
   (iii) $-9xy^2$, கெழு = $-9x$.

பயிற்சி 2.2

1. (i) B (ii) D (iii) D (iv) D (v) A
2. (i) $4x$, $7x$ (ii) $7b$, $-3b$ (iii) $3x^2y$, $-8yx^2$ (iv) a^2b, $7a^2b$
   (v) $5pq$, $25pq$; $3q$, $70q$; p^2q^2, $14p^2q^2$
3. (i) 2 (ii) 2 (iii) 3 (iv) 4 (v) 2
4. (i) – 10 (ii) 10 (iii) 11
5. (i) 21 (ii) 34 (iii) 82

பயிற்சி 2.3

1. (i) C (ii) B (iii) A (iv) D (v) A
2. (i) $13a + 2b$ (ii) $5l - 4l^2$ (iii) $16z^2 - 16z$

(iv) $p - q$ (v) $7mn - 6m^2 - 3n^2$ (vi) $x^2 - 3xy + 7y^2$

3. (i) $2ab$ (ii) $2s + t$ (iii) $3a - 2b + 2p + 3q$

(iv) $5a - 5b + 4$(v) $2x + 2y - 2$

(vi) $7c + 4$ (vii) $3m^2n + 5mn - 4n^2 + 4$

4. (i) $8a$ (ii) $7a^2b$ (iii) $-11x^2y^2$ (iv) $-2xy + 16$

(v) $5n - 2mn + 3m$ (vi) $-5p - 15p^2$ (vii) $8m^2 - 6m - 12$

(viii) $s^2 - 6s - 4$ (ix) $9n^2 - 10mn - 9m^2$

5. (i) $x^2 + 5xy - 3y^2$ (ii) $9p - 2q - 6$ (iii) $4x - 3y + 9$

6. $6a - 6$

7. $16x + 12$

8. $12a - 2$

9. $7x - 8$ மீட்டர்

10. (i)$8p^2 - 9p - 11$ (ii)$- p^2 + 8p + 12$

11. $2m^2 + 5m + 10$

பயிற்சி 2.4

1. (i) B (ii) A (iii) D (iv) C (v) A

2. (i) $x + 2y$ (ii) $y - z$ (iii) $xy + 4$

(iv) $3x - 4y$ (எனில் $3x > 4y$) அல்லது $4y - 3x$ (எனில் $4y > 3x$)

(v) $10 + x + y$ (vi) $pq - 5$ (vii) $12 - mn$

(viii) $ab - (a + b)$ (ix) $3cd + 6$ (x) $\frac{4xy}{3}$

பயிற்சி 2.5

1. (i) B (ii) A (iii) C (iv) C (v) D

2. (i) $x = 12$ (ii) $a = 7$ (iii) $y = -6$ (iv) $b = -2$ (v) $x = -5$

(vi) $x = 7$ (vii) $x = -5$ (viii) $n = 4$ (ix) $m = 11$ (x) $y = 27$

3. (i) $x = 50$ (ii) $l = 14$ (iii) $x = 4$ (iv) $a = 3$ (v) $x = -9$

(vi) $t = -4$ (vii) $x = -6$ (viii) $m = 3$ (ix) $x = \frac{-1}{2}$ (x) $x = 6$

4. (i) $x = 14$ (ii) $a = 30$ (iii) $n = -24$(iv) $p = -56$ (v) $x = -10$

(vi) $m = 12$

5. (i) $x = 3$ (ii) $x = -15$ (iii) $z = 5$ (iv) $a = -9$ (v) $x = 3$

(vi) $x = 5$ (vii) $y = 67$ (viii) $x = 6$ (ix) $y = 3$ (x) $m = 6$

(xi) $x = 11$ (xii) $m = \frac{1}{2}$ (xiii) $x = 3$ (xiv) $x = -3$ (xv) $t = -1$

6. 15 7. 13 8. 108 9. 12 10. 8

11. 37 12. 60 13. 35

அத்தியாயம் - 3

பயிற்சி 3.1

1. (i) ₹ 360 (ii) ₹ 75 (iii) 325 கி.மீ (iv) 8 (v) 15
2. 100 கி.கி
3. 120 ஆசிரியர்கள்
4. 80 கி.மீ
5. 216 ச.மீ.
6. 26 கி.கி
7. 7.5 மணி
8. 15 நாட்கள்
9. 156 வீரர்கள்
10. 105 பக்கங்கள்
11. 40 நாட்கள்

பயிற்சி 3.2

1. (i) 20% (ii) 93% (iii) 11% (iv) 1% (v) 100%
2. (i) 43 : 100 (ii) 75 : 100 (iii) 5 : 100 (iv) 35:200 (v) 100 : 300
3. (i) $\frac{25}{100}$ (ii) $\frac{25}{200}$ (iii) $\frac{33}{100}$ (iv) $\frac{70}{100}$ (v) $\frac{82}{100}$

பயிற்சி 3.3

1. (i) 625% (ii) 0.03% (iii) 25% (iv) $33\frac{1}{3}$ (v) 50
2. (i) 100% (ii) 18% (iii) 5.25% (iv) 66.67% (v) 45.45%
3. (i) 36% (ii) 3% (iii) 7.1% (iv) 305% (v) 75%
4. 20%
5. 13.89%
6. மாணவிகள் 46%; மாணவர்கள் 54
7. அவர் அறிவியலில் அதிக மதிப்பெண் பெற்றாள்.
8. சேமிப்பு 10%; செலவு 90%

பயிற்சி 3.4

1. (i) $\frac{3}{10}$ (ii) $\frac{1}{200}$ (iii) 0.25 (iv) ₹ 30 (v) ₹ 7.50
2. (i) $\frac{9}{100}$ (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{1}{400}$ (iv) $\frac{1}{40}$ (v) $\frac{2}{3}$
3. (i) 0.07 (ii) 0.64 (iii) 3.75 (iv) 0.0003 (v) 0.005
4. (i) 18 (ii) ₹ 24 (iii) 36 மீ (iv) 108 (v) 3.75 கி.கி
5. ₹ 6250
6. 9 போட்டிகள்
7. 12,800ஆண்கள்; 11,200 குழந்தைகள்
8. ₹ 38250
9. 3975 படிக்காதவர்கள்

பயிற்சி 3.5

1. (i) 50 (ii) 15 (iii) இலாபம் ₹ 35
   (iv) அடக்க விலை (v) 10
2. இலாபம் = ₹ 24, நட்டம் = ₹ 21;
   இலாபம் = ₹ 35.45, நட்டம் = ₹ 3362, நட்டம் = ₹ 7.50
3. (i) ₹ 530 (ii) ₹ 620 (iii) ₹ 1027.50
   (iv) ₹ 336.75 (v) ₹ 943.50
4. 10% 5. 12% 6. 60% 7. 15%

பயிற்சி 3.6

1. (i) ₹ 200 (ii) ₹ 500 (iii) ½ வருடம் (iv) $\frac{4}{5}$ வருடம் (v) ₹ 15,000
2. ₹ 2,500; ₹ 7,500 3. ₹ 450; ₹ 1,650 4. ₹ 2,250
5. ₹ 2,630 6. ₹ 216; ₹ 12,216 7. 5% 8. ₹ 1,000
9. 2 வருடங்கள் 10. 10% 11. 8 வருடங்கள்
12. ₹ 5,400 13. ₹ 5,000; 10%

அத்தியாயம் - 4

பயிற்சி 4.1

1. (i) 175 செ.மீ ^{2} (ii) 365 செ.மீ ^{2} (iii)750 செ.மீ ^{2} (iv)106 செ.மீ ^{2}
2. 40 ஓடுகள்
3. முக்கோண வடிவ நிலம்
4. மணிக்கு இலாபம் 100 ச.மீ
5. சதுரத்தின் பரப்பளவு.

பயிற்சி 4.2

1. (i) 9 செ.மீ ^{2} (ii) 26 செ.மீ ^{2} (iii) 150 செ.மீ ^{2} (iv) 30 செ.மீ ^{2}
2. (i) 24 செ.மீ ^{2} (ii) 3 மீ^{2} (iii) 10.5 மீ^{2}
3. (i) 10 மீ (ii) 20 செ.மீ (iii) 16.5 மீ
4. (i) 18 மீ (ii) 5 மீ (iii) 8 செ.மீ
5. மொத்த செலவு ₹ 1,820

பயிற்சி 4.3

1. 117 செ.மீ ^{2}

2. (i) 67.5 செ.மீ ^{2} (ii) 73 செ.மீ ^{2} (iii) 50.4 செ.மீ ^{2}

3. 150 செ.மீ ^{2} 4. 12 செ.மீ 5. 18750 மீ ^{2}

பயிற்சி 4.4

1. (i) C (ii) C (iii) D

2. (i) 45 செ.மீ ^{2} (ii) 48 செ.மீ ^{2} (iii) 12 செ.மீ ^{2}

3. (i) 252 செ.மீ ^{2} (ii) 180 செ.மீ ^{2} (iii) 241.5 செ.மீ ^{2} (iv) 58.1 செ.மீ ^{2}

4. 112 செ.மீ ^{2} 5. 24300 m^2 6. 12 செ.மீ

பயிற்சி 4.5

1. (i) C (ii) D (iii) B

2. (i) 90 செ.மீ ^{2} (ii) 118.3 செ.மீ ^{2} (iii)536.5 செ.மீ ^{2} (iv) 120 செ.மீ ^{2}

3. 96 செ.மீ ^{2} 4. 80 செ.மீ 5. ₹ 8400

பயிற்சி 4.6

1. (i) B (ii) A (iii) D (iv) D

2. (i) 50 செ.மீ ^{2} (ii) 66 செ.மீ ^{2} (iii) 80.5 செ.மீ ^{2}

3. 12 செ.மீ 4. 875 மீ^{2} 5. 19.2 செ.மீ

பயிற்சி 4.7

1. (i) B (ii) C (iii) A (iv) B (v) D

2. (i) d = 70 செ.மீ , c = 220 செ.மீ

 (ii) r = 28 செ.மீ , c = 176 செ.மீ

 (iii) r = 4.9 செ.மீ , d = 9.8 செ.மீ

3. (i) 110 செ.மீ (ii) 264 செ.மீ (iii) 374 செ.மீ (iv) 462 செ.மீ

4. (i) 79.2 செ.மீ (ii) 396 செ.மீ (iii) 8.8 மீ (iv) 26.4 மீ

5. (i) 17.5 செ.மீ (ii) 21 செ.மீ (iii) 0.7 மீ (iv) 1.75 மீ

6. 660 மீ 7. ₹ 1232 8. 1.05 மீ 9. 37

பயிற்சி 4.8

1. (i) 38.5 செ.மீ ^{2} (ii) 86.625 செ.மீ ^{2}
   (iii) 18.865 மீ^{2} (iv) 31. 185 மீ^{2}
2. (i) 4.525 செ.மீ ^{2} (ii) 616 செ.மீ ^{2}
   (iii) 55.44 மீ^{2} (iv) 98.56 மீ^{2}
3. ₹ 1848 4. 154 மீ^{2} 5. வட்டம்
6. 38.5 மீ^{2} 7. 1936 செ.மீ ^{2} 8. r = 35, ₹ 2200

பயிற்சி 4.9

1. 636 மீ^{2} 2. ₹ 1152 3. ₹ 1590
4. 375 செ.மீ ^{2} 5. 40 மீ^{2}, 30 மீ ^{2} 6. 3256 செ.மீ ^{2}

பயிற்சி 4.10

1. 6594 மீ^{2} 2. 536.94 மீ^{2} 3. ₹ 24,062.50
4. 35.325 மீ^{2} 5. ₹ 4494

அத்தியாயம் - 5

பயிற்சி 5.1

1. (i) B (ii) C (iii) A (iv) B (v) A
2. (i) சமபக்க முக்கோணம் - 3 சமச்சீர் கோடுகள்; (ii) சாய்சதுரம் - 4 சமச்சீர் கோடுகள்
5. (i) இருசமபக்க முக்கோணம்(ii) சமபக்க முக்கோணம் (iii)அசமபக்க முக்கோணம்

பயிற்சி 5.2

1. (i) C (ii) B (iii) D (iv) B (v) D
2. (i) 90° (ii) 90° (iii) 180° (iv) 180°
3. (i) 90°, 4 (ii) 72°, 5 (iii) 180°, 2 (iv) 360°, 1
4. 45°, 8

பயிற்சி 5.3

1. (i) A (ii) B (iii) C (iv) D (v) D
2. (i) $\angle$DOC, $\angle$COB; $\angle$COB, $\angle$BOA
   (ii) $\angle$QOX, $\angle$XOP; $\angle$POY, $\angle$YOQ; $\angle$YOQ, $\angle$QOX; $\angle$XOP, $\angle$POY

3. $\angle$POR, $\angle$QOS; $\angle$SOP, $\angle$ROQ

4. (i) 150° (ii) 100°

(iii) 110° (iv) 120° (v) 135°

5. $\angle$BOC = 145°; $\angle$AOD = 145°; $\angle$COA = 35°.

6. (i) 80° (ii) 110°

(iii) 20° (iv) 80°

(v) 36° (vi) 45°

7. y = 120°; x = 60°

8. x = 25°

பயிற்சி 5.4

1. (i) C (ii) C (iii) B (iv) C (v) D

2. (i) ஒத்த கோணங்கள் (ii) ஒன்று விட்ட உட்கோணங்கள்

(iii) குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்த ஒரு சோடி உட்கோணங்கள் கூடுதல்.

3. (i) $\angle$PMB (ii) $\angle$PMB (iii) $\angle$DNM (iv) $\angle$DNQ

4. (i) $\angle$1, $\angle$5; $\angle$4, $\angle$8; $\angle$2, $\angle$6; $\angle$3, $\angle$7 (ii) $\angle$4, $\angle$6; $\angle$3, $\angle$5

(iii) $\angle$3, $\angle$6; $\angle$4, $\angle$5 (iv) $\angle$1, $\angle$3; $\angle$2, $\angle$4; $\angle$5, $\angle$7; $\angle$6, $\angle$8

5. (i) 30° (ii) 50° (iii) 95° (iv) 130°

6. $\angle$1 = 70°, $\angle$2 = 110°, $\angle$3 = 70°, $\angle$4 = 110°

$\angle$5 = 70°, $\angle$6 = 110°, $\angle$7 = 70°, $\angle$8 = 110°

7. (i) l என்பது m க்கு இணை அல்ல. (குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்த உட்கோணங்களின் கூடுதல் 180° இல்லை).

(ii) l என்பது m க்கு இணை அல்ல. (x = 75° குறுக்கு வெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்த உட்கோணங்களின் கூடுதல் 180° இல்லை).

(iii) l என்பது m க்கு இணை (y = 60° ஒத்த கோணங்கள் சமம்)

(iv) l என்பது m க்கு இணை (x = 110° ஒன்று விட்ட கோணங்கள் சமம்)

8. $\angle$1 = 44° , $\angle$2 = 136°

பயிற்சி 5.5

1. (i) B (ii) C (iii) C (iv) D (v) D

2. (i) $\angle A = 25°$, $\angle B = 35°$, $\angle C = 120°$

3. (i) 60° (ii) 70° (iii) 50° (iv) 50°

4. (i) 70° (ii) 60° (iii) 40° (iv) 30°
   (v) 65°, 65° (vi) 60°, 60°, 60°

5. (i) $y = 60°$, $x = 70°$ (ii) $y = 80°$, $x = 50°$ (iii) $y = 70°$, $x = 110°$
   (iv) $x = 60°$, $y = 90°$ (v) $y = 90°$, $x = 45°$ (vi) $x = 60°$, $y = 50°$

6. $x = 50°$.

அத்தியாயம் - 7

பயிற்சி 7.1

1. (i) D (ii) D (iii) B (iv) B (v) B

பயிற்சி 7.2

1. (i) A (ii) B (iii) C (iv) C (v) B

2. வீச்சு 50; கூட்டுச் சராசரி. = 70.8

3. 61.4 கி.கி. 4. 40 லிட்டர் 5. 34.9°C

6. 655.0 கி.கி 7. 8 8. 130 கிராம் 9. 60 10. 4 11. ₹ 28

12. 3 13. 32 கிராம் 40 கிராம் 14. முகடு இல்லை 15. 15